

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 3 курса 322 группы

направление 44.04.01 – Педагогическое образование

механико-математического факультета

Максимовой Юлии Николаевны

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н., доцент

В. Г. Тимофеев

Зав.кафедрой

профессор, д.ф.- м. н.

Д.В.Прохоров

Саратов 2017

ВВЕДЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа магистра представляет из себя методическое пособие элективного курса по теме «Кривые второго порядка» для учащихся 8-9 классов. Данную работу можно рекомендовать к применению в том числе и в классах с углубленным изучением математики и в курсах старшей школы.

Линия — один из основных геометрических образов. В школьном курсе математики больше внимания уделяется линиям первого порядка (т. е. прямым), чем линиям второго порядка. На уроках математики рассматриваются основные свойства функций: квадратичной, степенной, графиками которых являются парабола и гипербола. При изучении соответствующих тем рассматриваются свойства функций и как ведет себя график функции и не выделяются свойства кривых: асимптоты, фокусы и фокальные расстояния, директрисы. На уроках геометрии изучается окружность, её уравнение.

В данной работе рассмотрены в том числе и свойства кривых второго порядка, которые не изучаются в школьном курсе алгебры и геометрии, рассмотрен эллипс – кривая второго порядка.

Основные цели создания методического пособия:

- изучение истории кривых второго порядка для лучшего понимания актуальности изучения данной темы в школьном курсе математики
- помощь в исследовании кривых второго порядка - линий, определяемых в декартовых координатах алгебраическими уравнениями второй степени.
- преодоление разрыва между школьным курсом математики и математики в высших учебных заведениях, заключающийся в том, что на вступительных экзаменах в вузы предлагаются задачи, не изучающиеся по школьной программе

- создание электронного образовательного курса для возможности дистанционного и самостоятельного изучения материалов по данной теме

Данные цели достигались через решение следующих задач:

- изучение литературы по данной теме;
- рассмотрение свойств кривых второго порядка;
- подбор упражнений разного уровня сложности для элективного курса,
- создание электронного образовательного ресурса, который можно найти на по ссылке <http://ipsilon-dev.sgu.ru/courses/292>

Методическое пособие состоит из нескольких блоков:

- первый модуль представляет из себя историческую справку по теме «Кривые второго порядка». Учитывая то, что данной модуль носит ознакомительный характер, можно сразу приступить к изучению модуля 2.

- второй модуль представляет из себя теоретическую часть, и состоит из нескольких разделов, где рассматриваются окружность, эллипс, гипербола и парабола. После изучения данных разделов представлены контрольные вопросы по исторической и теоретической частям,

- третий модуль представляет из себя задачи трех уровней сложности. Задания первого уровня сложности изучаются в рамках школьного курса и не должны вызывать никаких затруднений у школьников. Задания второго уровня сложности состоят из средних и трудных задач из школьного курса математики. Задания третьего уровня сложности на уроках математики в школе не рассматриваются, это задачи из курса аналитической геометрии, но именно они дают обширное и полное представление о кривых второго порядка. Каждый из уровней сложности состоит из трех вариантов подобных задач. В методическом пособии также представлено решение всех задач трех уровней

сложности, для возможности проверки и самопроверки правильности выполнения заданий.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Линия 2-го порядка – это плоская линия, декартовы прямоугольные координаты которой удовлетворяют алгебраическому уравнению второй степени, т. е. уравнению вида

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

где $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$, т. е. хотя бы один из коэффициентов A, B, C отличен от нуля.

Наиболее интересными среди линий второго порядка являются эллипсы (в том числе и окружность), гиперболы и параболы. Они часто встречаются как в самой математике, так и в её приложениях.

Эллипсом называется множество всех точек плоскости, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых *фокусами*, есть величина постоянная, большая, чем расстояние между фокусами.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ - каноническое уравнение эллипса. Эллипс – кривая второго порядка.

Гиперболой называется множество всех точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых *фокусами*, есть величина постоянная, меньшая, чем расстояние между фокусами.

Каноническое уравнение гиперболы

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2)$$

где $b^2 = c^2 - a^2$.

Параболой называется множество всех точек плоскости, каждая из которых одинаково удалена от данной точки F , называемой *фокусом*, и данной

прямой l , называемой *директрисой*. Расстояние от фокуса F до директрисы l называется *параметром* параболы и обозначается через p ($p > 0$).

$$y^2 = 2px \quad (3)$$

Данное уравнение (3) называется *каноническим уравнением параболы*.

Окружностью называется геометрическое место точек, равноудаленных от одной и той же точки. Окружность - это частный случай эллипса. Уравнение окружности имеет вид

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \quad (4)$$

где a и b - координаты центра окружности, а r - радиус окружности. Если же центр окружности находится в начале координат, то ее уравнение имеет вид

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (5)$$

Пример контрольного вопроса:

Какое уравнение называют каноническим уравнением гиперболы?

- a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- b) $x^2 + y^2 = r^2$
- c) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Примеры тренировочных задач:

Базовый уровень сложности:

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции: $y=3/x$, $x \in [1;3]$

- a) Минимальное значение $y(1)=1$, максимальное - $y(3)=9$
- b) Минимальное значение $y(3)=1$, максимальное - $y(1)=3$
- c) Минимальное значение $y(3)=-9$, максимальное - $y(1)=9$

Решение: Поскольку x по условию изменяется на конкретном промежутке, можем сказать о функции, что она убывает. Функция имеет на этом промежутке минимальное значение $y(3)=1$ и максимальное значение $y(1)=3$

Средний уровень сложности:

2. Построить график функции $F(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x \leq -1 \\ x^2, & -1 < x < 2 \\ 4, & x \geq 2 \end{cases}$. Найти значение

функции, если значение аргумента равно -3, 1, 5

a) $y(-3)=-3, y(1)=1, y(5)=4$

b) $y(-3)=1, y(1)=1, y(5)=4$

c) $y(-3)=-3, y(1)=4, y(5)=4$

Решение. График первой функции – прямая. Она берет свое начало в точке с координатами $(-\infty; -\infty)$, идет параллельно оси абсцисс до точки с координатами $(-1; 1)$. График второй функции – парабола, строится на промежутке $(-1; 2)$. Третий график аналогичен первому – это прямая. Построим график кусочно-заданной функции

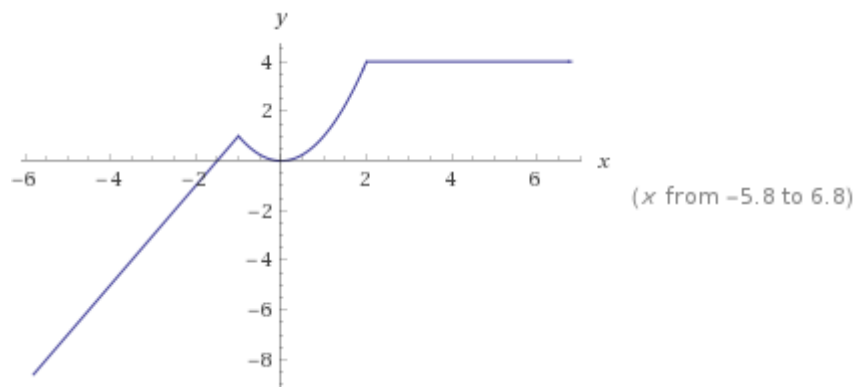


Рисунок 1. - График кусочно-заданной функции

Если $x=-3$, то $y(-3)=-3$. Если $x=1$, то $y(1)=1$. Если $x=5$, то $y(5)=4$

Ответ: $y(-3)=-3, y(1)=1, y(5)=4$

Повышенный уровень сложности:

3. Написать уравнение гиперболы, проходящей через точку $A(9;-4)$, если ее действительная полуось $a = 3$.

Ответ: _____

Решение.

Поскольку точка A принадлежит гиперболе, ее координаты удовлетворяют уравнению гиперболы $\frac{9^2}{a^2} - \frac{(-4)^2}{b^2} = 1$

Подставим $a = 3$, получим $\frac{81}{3^2} - \frac{16}{b^2} = 1$

Из уравнения находим $b^2 = 2$. Окончательно получим уравнение гиперболы

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{2} = 1$$

Заключение

В данном методическом пособии представлена тема «Кривые второго порядка».

Учебно-методические пособия являются, как правило, частью учебно-методического комплекса, который преподаватель должен подготовить при разработке нового или обновлении уже осуществляемого курса. Все учебно-методические издания, не зависимо от вида, отличаются от научно-исследовательских прежде всего тем, что имеют четко выраженную методическую направленность, ориентированы на реальную помощь обучающемуся в освоении материала и выработке навыков и умений и в организации самостоятельного изучения предмета.

В связи с этим учебно-методическое издание любого вида или жанра при всем разнообразии материалов, дисциплин и авторских концепций, должно обладать следующими качествами:

- точно и понятно определять цели, задачи и назначение методического пособия;
- отражать технологии и методы обучения, способствующие усвоению материала, формированию общекультурных и профессиональных компетенций;
- обеспечивать преемственность знаний и навыков, полученных при изучении предшествующих и последующих дисциплин;
- последовательно и упорядоченно излагать материал;
- выделять наиболее существенные смысловые связи и ключевые понятия;
- представлять единый подход к употреблению терминов.

Методическое пособие элективного курса по математике для учащихся 8-9 классов по теме «Кривые второго порядка» было апробировано в средней общеобразовательной школе, в результате чего реализованы следующие задачи:

- изучена история кривых второго порядка,

- изучен и проанализирован материал по данной теме,
- разработана система задач, дифференцированная по уровням сложности,
- расширен кругозор учащихся, ограниченный школьной программой, заложены начальные знания по аналитической геометрии.

Таким образом, практическая значимость создания методического пособия в рамках выпускной квалификационной работы магистра заключается в возможности использования данного пособия учителями математики, учащимися средней общеобразовательной школы, студентами средних специальных учебных заведений, студентами педагогических Вузов. Теоретическая и практическая часть пособия включает в себя материал, который отсутствует в школьной программе.