

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

Методы решений тригонометрических уравнений

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента (ки) 3 курса 322 группы

направления 44.04.01 – Педагогическое образование

факультета механико-математического

Прокудиной Светланы Сергеевны

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Д.В. Прохоров

Зав. кафедрой:

д.ф.-м.н., профессор _____ Д.В. Прохоров

Саратов 2017 г.

ВВЕДЕНИЕ. Магистерская работа представляет собой материалы для разработки электронного образовательного курса «Методы решения тригонометрических уравнений». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 10-го класса основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Методы решения тригонометрических уравнений» – это электронный ресурс, который содержит полный комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы согласно учебному плану в рамках образовательной программы, и обеспечивает все виды работы в соответствии с программой дисциплины, включая практикум, средства для контроля качества усвоения материала, методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы.

Основные цели создания электронного образовательного курса:

- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;
- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно измерительными материалами по теме «Методы решения

тригонометрических уравнений», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;

- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме.

Изучение тригонометрических уравнений в курсе алгебры основной школы является разделом традиционным и достаточно важным во всех периодах школьного образования. В курсе алгебры 10-го класса данная тема является весьма актуальной на основных экзаменах ЕГЭ. Базовые навыки и умения, которыми должен обладать учащийся перед изучением курса:

- иметь представление о простейших формулах тригонометрии;
- уметь изображать графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса;
- знать определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса;
- знать формулы для вычисления углов для косинуса, синуса, тангенса и котангенса;
- знать простейшие виды тригонометрических уравнений;

Минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей, – 32 баллов, максимальный балл, свидетельствующий об успешном изучении курса, – от 100 до 107 баллов. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю. Но это касается учащихся 10-х классов, освоивших темы, необходимые для решения некоторых задач среднего и повышенного уровней сложности. Необходимо учитывать уровень знаний учащихся, и в каком классе предлагается прохождение данного курса.

По результатам выполнения магистерской работы на сайте <http://ipsilon-dev.sgu.ru/> выставлены:

- теоретический материал по теме «Методы решения тригонометрических уравнений»;
- контрольные вопросы по теории с выбором ответа;
- набор тренировочных задач трёх уровней сложности.

Основное содержание работы. Возникновение тригонометрии связано с землемерием, астрономией и строительным делом.

Тренировочные задачи базового уровня сложности

1. Решите уравнение $\operatorname{tg} 2x = -1$.

1) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$,

3) $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$,

4) $\pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

2. Решите уравнение $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}$.

1) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

3. Решите уравнение $2 \cos \frac{x}{2} = 1$.

1) $\pm \frac{2\pi}{3} - 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\pm \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $\pm \frac{2\pi}{3} - 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

4. Решите уравнение $3 + 2\sqrt{3} \sin \frac{x}{3} = 0$.

1) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $(-1)^{n+1} \cdot \pi + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pi + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $3(-\operatorname{asin}(\frac{\sqrt{3}}{3}) + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$.

5. Решите уравнение $6\sin 7x = -\sqrt{27}$.

1) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{42} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\pm \frac{\pi}{21} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$,

3) $-\frac{\pi}{21} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{21} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$.

6. Решите уравнение $3\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$.

1) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

7. Решите уравнение $2\cos(\pi x) = \sqrt{2}$.

1) $\pm \frac{1}{4} + 2n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\pm \frac{3}{4} + 2n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\frac{1}{\pi} \left(\frac{3\pi}{4} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}$,

4) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}, n \in \mathbb{Z}$.

8. Решите уравнение $\sin \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$

1) $(-1)^n \cdot \frac{2\pi}{3} - 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $-\frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $\frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

9. Решите уравнение $4\cos 6x = 2\sqrt{3}$

1) $\pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{6} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}$,

3) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{6}, n \in \mathbb{Z}$

10. Решите уравнение $1 + \operatorname{tg}(x+1) = 0$.

1) $-\frac{\pi+4}{4} - \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $-\frac{\pi-4}{4} - \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $-\frac{3\pi+4}{4} - \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $-\pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

11. Решите уравнение $6\sin 7x = -\sqrt{27}$.

1) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{42} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\pm \frac{\pi}{21} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$,

3) $-\frac{\pi}{21} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{21} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$.

12. Решите уравнение $3\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$.

1) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

13. Решите уравнение $5\sin 4x = 2,5$.

1) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$,

2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$,

4) $\frac{1}{4}(\frac{\pi}{6} + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$.

14. Решите уравнение $\cos(-3x)=0,5$.

1) $\frac{1}{3}(\frac{\pi}{3} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$,

2) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$.

15. Решите уравнение $-\sqrt{8}\sin 3x=2$.

1) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$,

2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$,

3) $-\frac{\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

4) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

16. Найдите все решения уравнения $\sqrt{3}+2\cos x=0$.

1) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

17. Решите тригонометрическое уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

1) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

18. Решите тригонометрическое уравнение $\sin x = -\frac{1}{2}$.

1) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $(-1)^n \cdot \frac{7\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^n \cdot (-\frac{\pi}{6}) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

19. Решите тригонометрическое уравнение $2 \cos x - 1 = 0$.

1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

20. Решите тригонометрическое уравнение $\sqrt{2} \sin x + 1 = 0$.

1) $(-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$, 2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$,

3) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

4) $(-1)^n \cdot \frac{5\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Тренировочные задачи среднего уровня сложности

1. Найдите все решения уравнения $\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}$

1) $\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

4) $\frac{5\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

2. Решить уравнение $3\sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 2$

1) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $x_2 = \arctg 3 + \pi n, k \in \mathbb{Z}$;

2) $x_1 = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $x_2 = \text{arcctg} 3 + \pi n, k \in \mathbb{Z}$;

3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

4) $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; $x_2 = -\arctg 3 + \pi n, k \in \mathbb{Z}$.

3. Решить уравнение $2\sin^2(x) + 3 \cos(x) = 0$

1) $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

2) $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

$$3) x = \pm 2\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

4. Решить уравнение $\cos^2(x) + \sin(x) \cos(x) = 0$

$$1) x_1 = \pi/2 + \pi k \text{ и } x_2 = -3\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) x_1 = \pi/2 + \pi k \text{ и } x_2 = -\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) x_1 = 3\pi/4 + \pi k \text{ и } x_2 = -\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) x_1 = -\pi/2 + \pi k \text{ и } x_2 = \pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

5. Решить уравнение $3 \cos 2x = 7 \sin x$.

$$1) x = (-1)^n \arcsin 1/3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}; \quad 2) x = \arcsin 1/3 + k\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) x = (-1)^n \arccos 1/3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}; \quad 4) x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

6. Решить уравнение $1 + \cos x + \sin x = 0$.

$$1) x_1 = 2\pi + n\pi, x_2 = -\pi/2 + k\pi, n, k \in \mathbb{Z};$$

$$2) x_1 = \pi + 2n\pi, x_2 = -\pi/2 + 2k\pi, n, k \in \mathbb{Z};$$

$$3) x_1 = \pi + 2n\pi, x_2 = -\pi/4 + 2k\pi, n, k \in \mathbb{Z};$$

$$4) x_1 = -\pi + 2n\pi, x_2 = \pi/2 + 2k\pi, n, k \in \mathbb{Z}.$$

7. Решить уравнение $\sin x + 2\cos x = 0$.

$$1) (-1)^n \arcsin 1/3 + n\pi, n \in \mathbb{Z};$$

$$2) \pm \frac{\pi}{6} + n\pi, n \in \mathbb{Z};$$

$$3) \pm \frac{\pi}{6} + n\pi, n \in \mathbb{Z};$$

$$4) -\arctg 2 + n\pi, n \in \mathbb{Z}.$$

8. Решить уравнение $3 \cos 2x = 7 \sin x$.

1) $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x_2 = -\arctg 3 + \pi n, k \in \mathbb{Z};$

2) $x = \arcsin \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z};$

3) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x_2 = \arctg 3 + \pi n, k \in \mathbb{Z};$

4) $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x_2 = -\arctg 3 + \pi n, k \in \mathbb{Z}.$

9. Решить уравнение $\sin x + \cos x = 1$.

1) $x_1 = \frac{\pi}{2} + n\pi, x_2 = \arctg \frac{1}{2} + k\pi, n, k \in \mathbb{Z};$

2) $x_1 = 2\pi k, x_2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z};$

3) $x_1 = \frac{\pi}{4} + n\pi, x_2 = \arctg \frac{1}{2} + k\pi, n, k \in \mathbb{Z};$

4) $x_1 = \frac{\pi}{4} + n\pi, x_2 = \arctg \frac{1}{4} + k\pi, n, k \in \mathbb{Z}.$

Тренировочные задачи повышенного уровня сложности

1. Решите уравнения $\sin 2x - 3 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos 2x = 0$.

1) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, x_2 = -\arctg 4 + \pi k, n, k \in \mathbb{Z};$

2) $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n, x_2 = \arctg 4 + \pi k, n, k \in \mathbb{Z};$

3) $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n, x_2 = -\arctg 4 + \pi k, n, k \in \mathbb{Z};$

4) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, x_2 = \arctg 4 + \pi k, n, k \in \mathbb{Z}.$

2. Решить уравнение $\sin^2 x \operatorname{ctg} 2x = 0$

1) $x = \pm \frac{\pi}{4}(n+1), k \in \mathbb{Z};$

2) $x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n, k \in \mathbb{Z};$

3) $x = \frac{\pi}{4}(2n + 1), n \in \mathbb{Z};$

4) $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, k \in \mathbb{Z}.$

3. Решить уравнение $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$

1) $x = \pm \pi(n+1), n \in \mathbb{Z};$

2) $x = \pi(2n-1), n \in \mathbb{Z};$

3) $x = \pi(2n + 1), n \in \mathbb{Z};$

4) $x = 2\pi(n+1), n \in \mathbb{Z}.$

4. Решите уравнения $2\sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = 6$

1) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, x_2 = \operatorname{arctg} 3 + \pi m, n, m \in \mathbb{Z};$

2) $x_1 = \frac{\pi}{6} + \pi n, x_2 = \operatorname{arctg}(-0,5) + \pi m, n, m \in \mathbb{Z};$

3) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, x_2 = \operatorname{arctg}(-0,5) + \pi m, n, m \in \mathbb{Z};$

4) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, x_2 = \operatorname{arctg}(-0,25) + \pi m, n, m \in \mathbb{Z}.$

5. Решить уравнение $\sin x + \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x} - \cos x$

1) $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

2) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$

3) $x = \pi(2n + 1), n \in \mathbb{Z};$

4) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В данном дистанционном проекте реализована тема «Методы решения тригонометрических уравнений».

В основу образовательного процесса при дистанционном обучении положена целенаправленная и контролируемая интенсивная самостоятельная

работа обучаемого, который мог бы учиться в удобное для себя время, по индивидуальному расписанию, имея при себе комплект специальных средств обучения и согласованную возможность контакта с преподавателем в процессе обучения.

К достоинствам дистанционного обучения можно отнести:

Для обучаемого:

- 1) гибкость графика обучения;
- 2) возможность учиться по индивидуальному расписанию согласно собственным делам;
- 3) независимая от преподавателя методика оценки знаний, а в следствии более объективная;
- 4) возможность консультироваться с преподавателем в ходе обучения;
- 5) дешевизна.
- 6) возможность подготовиться к ЕГЭ с помощью данного курса.