

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 3 курса 322 группы

направления (специальности) 44.04.01 – Педагогическое образование

механико-математического факультета

Родионовой Елены Михайловны

Научный руководитель
зав.кафедрой, д.ф.-м.наук,
профессор

подпись, дата

Д.В. Прохоров

Зав. кафедрой
зав.кафедрой, д.ф.-м.наук,
профессор

подпись, дата

Д.В. Прохоров

Саратов 2017

Введение

Магистерская работа представляет собой материалы для разработки электронного образовательного курса «Преобразование тригонометрических выражений». Данный образовательный курс предназначен для учащихся 8 - 9-х классов основного общего образования, и содержит элементы, относящиеся как к обучению на базовом уровне, так и в классах с профильной подготовкой.

Электронный образовательный курс «Преобразование тригонометрических выражений» – это электронный ресурс, который содержит комплекс учебно-методических материалов, необходимых для освоения данной темы, средства для контроля качества усвоения материала и методические рекомендации для обучающегося по изучению данной темы. Основные цели создания электронного образовательного курса:

- предоставление обучающимся возможности освоения образовательных программ в максимально удобной форме, независимо от места нахождения, мобильности, состояния здоровья.
- создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей осуществлять индивидуальный подход в образовательном процессе.
- повышение качества обучения при реализации образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- оптимизация деятельности педагогического состава, работающего с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;

Задачи создания электронного образовательного курса:

- обеспечение образовательного процесса учебно-методическими и контрольно-измерительными материалами по теме «Преобразование тригонометрических выражений», реализуемой в системе дистанционного образования Ipsilon;
- проведение всех видов занятий, процедур оценки результатов обучения, реализация которых предусмотрена с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий;
- постоянное совершенствование и обновление комплекса учебно-методических материалов по данной теме;
- взаимодействие между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и (или) асинхронное взаимодействие посредством сети «Интернет».

Изучение тригонометрических тождеств в курсе алгебры основной школы является разделом традиционным и достаточно важным во всех периодах школьного образования. В курсе алгебры 8-9-х классов данная тема является весьма актуальной, так как с помощью рассмотренного материала изучают и другие разделы алгебры и начала анализа: производные, интегралы, пределы.

Диагностируемые цели обучения теме «Преобразование тригонометрических выражений» с помощью электронного курса. Умения и навыки, которые формируются курсом.

Цель 1: приобретение учебной информации и установление интеллектуальных умений при изучении: а) теорем, б) типов задач.

Цель 2: контроль усвоения теоретических знаний при работе: а) с основными формулами тригонометрии; б) с теоремами; в) с типами и классами задач.

Цель 3: применение знаний и интеллектуальных умений при решении задач.

Цель 4: формирование коммуникативных умений через включение в групповую работу; взаимопомощь, рецензирование ответов, организацию взаимоконтроля и взаимопроверки на всех уровнях.

Цель 5: формирование организационных умений (целеполагание, планирование, реализация плана, саморегуляция универсальных познавательных действий).

В целом, успешное освоение данного электронного образовательного курса окажет помощь при сдаче Основного государственного экзамена (ОГЭ) и Единого государственного экзамена (ЕГЭ).

В целом по всем модулям: минимальный балл, свидетельствующий о прохождении всех модулей, – 44 балла, максимальный балл, свидетельствующий об успешном изучении курса, – от 71 до 75 баллов. На освоение данного электронного образовательного курса в среднем можно затратить неделю.

По результатам выполнения магистерской работы на сайте <http://epsilon-dev.sgu.ru/> выставлены:

- теоретический материал по теме «Преобразование тригонометрических выражений»;
- набор тренировочных задач трёх уровней сложности.

1 Основная часть

Для решения задач на упрощение тригонометрических выражений требуется достаточно хорошо знать правила преобразования алгебраических выражений и тригонометрические формулы (уметь применять их как по одной, так и в комплексе).

В работе приводятся все основные формулы, необходимые для решения задач, связанных с преобразованием тригонометрических выражений:

- соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента;
- формулы суммы аргументов;
- формулы разности аргументов;
- формулы приведения;
- формулы двойного угла;
- формулы понижения степени;
- разложение на множители суммы (разности) косинусов (синусов);
- преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.

Во второй части приводятся доказательства некоторых тригонометрических тождеств, а именно по одному из каждой "группы остальные рекомендуется учащимся доказать самим, по аналогии.

В третьей части даются примеры решения задач с применением формул тригонометрии, они разделены на группы:

- задания на вычисление значений тригонометрических выражений;
- задания на упрощение тригонометрических выражений;

- задания на преобразование числовых тригонометрических выражений;
- задания смешанного типа.

В заключении данного раздела, для проверки усвоения теоретического материала, приводятся контрольные вопросы с выбором варианта ответа.

Также в работе представлены задания трех уровней сложности. Ниже приведены примеры по одному варианту на каждый уровень.

Тренировочные задачи базового уровня сложности

Вариант №1.

1. Вычислить значение $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = 0.3$, причем α – угол в первой четверти.

- | | |
|---------------------|--------------------|
| 1. -0.9 , | 3. $\sqrt{0.91}$, |
| 2. $-\sqrt{0.91}$, | 4. 0.91 . |

2. Вычислить $\sin 225^\circ \cos 120^\circ \operatorname{tg} 330^\circ \operatorname{ctg} 240^\circ$.

- | | |
|--------------------|-----------------------------|
| 1. $\frac{1}{2}$, | 3. $-\frac{\sqrt{2}}{12}$, |
| 2. $\sqrt{2}$, | 4. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. |

3. Вычислить $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\cos \alpha = -0.5$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- | | |
|---------------------------------------|----------------------------|
| 1. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, | 3. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$, |
| 2. $\frac{1}{2}$, | 4. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. |

4. Вычислить $\cos \frac{21\pi}{10} \sin \frac{3\pi}{20} + \cos \frac{3\pi}{20} \sin \frac{\pi}{10}$.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. $\frac{1}{2}$, | 3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, |
| 2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$, | 4. 0 . |

5. Найти $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{7}{25}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

1. $-\frac{527}{625}$,

3. $-\frac{336}{625}$,

2. $-\frac{1}{3}$,

4. $\frac{120}{169}$.

6. Представьте в виде произведения $\cos(\alpha - 2\beta) - \cos(\alpha + 2\beta)$.

1. $2 \sin \beta \cos \alpha$,

3. $\cos \alpha \cos \beta$,

2. $\cos \alpha \sin \beta$,

4. $2 \sin \alpha \sin 2\beta$.

7. Представьте в виде суммы $\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right)$.

1. $\sin 2\alpha + 2 \sin 2\beta$,

3. $\frac{1}{2}(\cos \beta + \cos \alpha)$,

2. $-\frac{1}{2}(\cos 2\beta + \cos 2\alpha)$,

4. $\frac{1}{2}(\cos 2\beta + \cos 2\alpha)$.

8. Вычислить $8 \sin^2 \frac{15\pi}{16} \cos^2 \frac{17\pi}{16} - 1$.

1. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

3. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$,

2. 2,

4. $-2\sqrt{2}$.

9. Преобразовать в произведение $\sin 5\alpha + \sin 6\alpha + \sin 7\alpha + \sin 8\alpha$.

1. $4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \sin \frac{13\alpha}{2}$,

3. $4 \cos \frac{3\alpha}{2} \cos 2\alpha \cos \frac{17\alpha}{2}$,

2. $4 \sin 3\alpha \cos 2\alpha \cos \alpha$,

4. $-4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \cos \frac{9\alpha}{2}$.

10. Вычислить $\sin 2004^\circ \cos 1974^\circ - \sin 1974^\circ \cos 2004^\circ$.

1. 1,

3. $\frac{1}{2}$,

2. $\frac{\sqrt{2}}{2}$,

4. 0.

Тренировочные задачи среднего уровня сложности

Вариант №1.

1. Найти $\sin \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

1. $\frac{12}{13}$ и $-\frac{5}{12}$,

3. $-\frac{24}{25}$ и $\frac{7}{24}$,

2. $\frac{24}{25}$ и $-\frac{7}{24}$,

4. $-\frac{12}{13}$ и $\frac{5}{12}$.

2. Вычислить $\cos(-7.9\pi) \operatorname{tg}(-1.1\pi) - \sin(5.6\pi) \operatorname{ctg}(4.4\pi)$.

1. 1,

3. -1,

2. 0,

4. $\frac{1}{2}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения выражения $\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha$.

1. $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$,

3. 5 и -5,

2. 2 и -2,

4. $2\sqrt{2}$ и $-2\sqrt{2}$.

4. Вычислить $\frac{\cos \frac{21\pi}{10} \sin \frac{3\pi}{20} + \cos \frac{3\pi}{20} \sin \frac{\pi}{10}}{\sin \frac{7\pi}{8} \sin \frac{7\pi}{24} + \cos \frac{7\pi}{24} \cos \frac{\pi}{8}}$.

1. $\sqrt{3}$,

3. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

2. $\frac{\sqrt{6}}{3}$,

4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Вычислить $\sin \frac{\pi}{10} \sin \frac{3\pi}{10}$.

1. $\frac{1}{32}$,

3. $\frac{1}{4}$,

2. $\frac{1}{8}$,

4. 1.

6. Упростить выражение $0.125 \cos 4\alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

1. 1,

3. $\frac{1}{2}$,

2. 0,

4. $\frac{1}{8}$.

7. Преобразовать в произведение $\sin 6\alpha - 2\sqrt{3} \cos^2 3\alpha + \sqrt{3}$.

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. $2 \sin(6\alpha - 60^\circ)$, | 3. $\frac{2}{\sqrt{3}} \sin(4\alpha - 60^\circ)$, |
| 2. $\sin 60^\circ$, | 4. $-8 \cos 4\alpha$. |

8. Упростить выражение $1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 3\pi\right) - \cos^2 \frac{\alpha}{4} + \sin^2 \frac{\alpha}{4}$.

- | | |
|--|---|
| 1. $2\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{4} \sin\left(\frac{\alpha}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$, | 3. $\frac{1}{4} \sin \frac{3\alpha}{2}$, |
| 2. $-\sin^2 \alpha$, | 4. $-\frac{1}{2} \sin 8\alpha$. |

9. Упростить выражение $\sqrt{\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}}$, $90^\circ < \alpha < 135^\circ$.

- | | |
|---|------------------------|
| 1. $-\sqrt{3} \operatorname{ctg} 2\alpha$, | 3. $-\cos^2 4\alpha$, |
| 2. $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha$, | 4. $-\sin 4\alpha$. |

10. Найти $\cos 2\alpha$, если известно, что $2 \operatorname{ctg}^2 \alpha + 7 \operatorname{ctg} \alpha + 3 = 0$ и число α удовлетворяет неравенству $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{7\pi}{4}$.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $\frac{4}{5}$, | 3. $\frac{3}{5}$, |
| 2. $-\frac{3}{5}$, | 4. $-\frac{4}{5}$. |

Тренировочные задачи повышенного уровня сложности

Вариант №1.

1. Найти $\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}{4 \sin \alpha + \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. $\frac{3}{7}$, | 3. $\frac{1}{4}$, |
| 2. $\frac{1}{9}$, | 4. 0. |

2. Вычислить $1 + \sin \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^3 \frac{\pi}{6} + \dots$

1. $2 - \sqrt{2}$, 3. 1,

2. $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$, 4. 2.

3. Найти наименьшее значение выражения $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos 4\alpha}$, при $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$.

1. 2, 3. 4,

2. $\frac{1}{2}$, 4. $\sqrt{2}$.

4. Упростить выражение $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{(a^2 - 3)a}$, если $\sin x + \cos x = a$.

1. 0, 3. 1,

2. $\frac{1}{2}$, 4. $-\frac{1}{2}$.

5. Зная, что $\operatorname{tg} \alpha = m$, найти значение выражения

$$\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{6} - \alpha \right) - \cos \frac{5\pi}{12} \sin \left(\frac{5\pi}{12} - 2\alpha \right).$$

1. $-\frac{38}{125}$, 3. $\frac{3m^2 + 1}{4}$,

2. $\frac{m(m^2 + 1)}{2}$, 4. $\frac{2m}{1 + m^2}$.

Ко всем, представленным в работе, вариантам даны ответы, а также решения одного из вариантов для базового и среднего уровней сложности. К заданиям повышенного уровня сложности приводятся решения всех вариантов.

Заключение

В данном данном электронном образовательном курсе реализована тема «Преобразование тригонометрических выражений».

В основу образовательного процесса при дистанционном обучении положена целенаправленная и контролируемая самостоятельная работа обучающегося, который мог бы учиться в удобном для себя месте, по индивидуальному расписанию, имея при себе комплект специальных средств обучения и согласованную возможность контакта с преподавателем в процессе обучения.

К достоинствам дистанционного обучения можно отнести: Для обучающегося:

- 1) гибкость графика обучения;
- 2) возможность учиться по индивидуальному плану согласно собственным потребностям и возможностям;
- 3) объективная и независимая от преподавателя методика оценки знаний;
- 4) возможность консультироваться с преподавателем в ходе обучения;
- 5) относительная дешевизна.

Для преподавателей такая форма обучения, прежде всего, означает появление дополнительной возможности подачи материала обучающимся, т.е. фактически появляется возможность при той же нагрузке обучать большее количество людей.

Неудивительно, что, при всех своих очевидных достоинствах, дистанционная форма обучения быстро завоевала огромную популярность в образовательном мире. Электронное обучение сегодня - это учебный процесс, в котором используются интерактивные электронные средства доставки информации: компакт-диски, Internet.

Помимо решения своей первоочередной задачи - обучения на расстоянии посредством Интернет – электронное обучение также является отличным до-

полнением очной формы обучения и может служить хорошим подспорьем для повышения качества и эффективности традиционного обучения.

Электронный образовательный курс «Преобразования тригонометрических выражений» был апробирован в средней общеобразовательной школе, в результате чего реализованы следующие задачи:

- изучен и проанализирован теоретический материал по данной теме, названа и значимость данного материала для подготовки к текущему контролю и экзаменам;

- определены методические особенности данной темы, методику её преподавания каждый учитель подбирает для себя самостоятельно, учитывая способности учащихся;

- разработана система задач, дифференцированная по уровню сложности.

Таким образом, практическое значение данной темы заключается в том, что этот электронный образовательный курс могут использовать учащиеся средних общеобразовательных школ, студенты средних специальных учебных заведений, студенты педагогических вузов и преподаватели.

Список использованных источников

- 1 Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа:учебник для учащихся общеобразовательных учреждений.10-11 классы.В 2 ч. Ч. 2./ А.Г. Мордкович. М.: Мнемозина, 2013. 400 с.
- 2 Никольский, С.М. Алгебра и начала математического анализа.10 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни /С.М. Никольский. М.: Просвещение, 2009. 430 с.
- 3 3000 конкурсных задач по математике/ Е.Д. Куланин [и др]. М. : Айрис-пресс, 2003. 624 с.
- 4 Сборник задач по математике для поступающих во втузы /под ред. М.И. Сканави. 6-е изд. М.: ООО"Издательство "Мир и образование: ООО "Издательство "ОНИКС-ЛИТ, 2013. 608 с.
- 5 Сборник задач по алгебре: учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики / М.Л. Галицкий [и др]. М. : Просвещение, 2001. 271 с.
- 6 Потапов, М.К. Алгебра и начала математического анализа:дидактические материалы для 10 кл./М.К. Потапов, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2005.
- 7 Потапов, М.К. Алгебра и начала математического анализа: книга для учителя /М.К. Потапов, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2008.

- 8 Мартышова, Л.И. Открытые уроки алгебры и начал анализа. 9-11 кл./ Л.И. Мартышова. М.: ВАКО, 2012.
- 9 Вересова, Е.Е. Практикум по решению математических задач. /Е.Е. Вересова, Н.С. Денисова, Т.П. Полякова. М.: Просвещение, 1979.
- 10 Понтрягин, Л.С. Математический анализ для школьников /Л.С. Понтрягин. М.: Наука, 1983.
- 11 Цыпкин, А.Г. Справочник по математике /А.Г. Цыпкин. М.: Просвещение, 1983.
- 12 Цыпкин, А.Г. Справочное пособие по методам решения задач по математике / А.Г. Цыпкин, А.И. Пинский. М.: Наука, 1984.
- 13 Яковлева, Г.Н. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы /Г.Н. Яковлева. М.:Наука, 1988.
- 14 Ишханович, Ю.А. Введение в современную математику / Ю.А. Ишханович. М.: Наука, 1965.