

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра информатики и программирования

**ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОМЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОТКЛИКА В
ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВЛАГОПРОВОДНОСТИ
АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 2 курса 273 группы

направления 01.04.02 Прикладная математика и информатика

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Батыра Егора Валерьевича

Научный руководитель:

профессор кафедры информатики
и программирования, д.т.н.

Фалькович А.С.

(подпись, дата)

Зав. кафедрой:

к.ф.-м.н., доцент

Огнева М.В.

подпись, дата

Саратов 2019

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Задача определения параметров нелинейных зависимостей по данным экспериментальных замеров сохраняет свою актуальность в настоящее время. Значения таких параметров обычно находятся методами регрессионного анализа. Однако, подобные методы чаще всего не дают судить о характере поведения функций, и не дают оценить возможность существования альтернативных наборов решений. Возможны ситуации, когда поверхность отклика, то есть зависимость суммы квадратов отклонений от вектора параметров, имеет несколько локальных экстремумов. Возможно, параметры, соответствующие одному из них, будут более физически оправданными, чем те, которые соответствуют «глобальному» минимуму суммы квадратов отклонений.

Задача определения коэффициента влагопроводности может рассматриваться как одна из показательных технических задач, при решении которых необходимо исследовать сложные нелинейные зависимости многих параметров. Зависимость коэффициента влагопроводности от влажности (функция влагопроводности почвы) – одна из важнейших характеристик, необходимая для моделирования движения воды в почве.

Решение проблемы сохранения плодородия орошаемых земель требует постоянного совершенствования методологических основ регулирования почвенных и почвенно-мелиоративных процессов, применяемых как на этапе проектирования оросительных систем, так и при использовании поливных земель для производства растениеводческой продукции.

На этапе проектирования таких сложных природно-техногенных комплексов, как оросительные системы, закладываются основы сохранения природного потенциала земель, вовлекаемых в орошение. Так, от точности прогнозирования водно-солевого режима почв во многом зависит экологическая состоятельность проектных решений, возможность сохранения равновесия и стабильности в мелиоративных агроландшафтах и предотвращения подъема грунтовых вод, засоления, осолонцевания.

Точность прогнозирования водно-солевого режима почв определяется с одной стороны адекватностью используемых моделей, с другой – точностью применяемых в них параметров.

В данной работе для решения задачи поиска значений коэффициента влагопроводности было предложено использовать безградиентный метод нелинейной оптимизации, известный как метод Нелдера-Мида. Практика применения данного метода к задачам нелинейной регрессии показывает значительную устойчивость при работе со сложными функциями, высокую точность вычислений, а также возможность распараллеливания алгоритма при высокой ресурсоёмкости вычислений.

Актуальность работы продиктована применением активно используемого в разных областях моделирования аппарата математического программирования и необходимостью проведения расчётов, требующих значительных вычислительных ресурсов и технологий распараллеливания вычислений

Цель магистерской работы – решение задачи поиска коэффициента влагопроводности и анализ поведения функциональных зависимостей, возникающих при моделировании процессов влагопереноса.

Поставленная цель определила **следующие задачи**:

1. изучение теории природного моделирования на примере влагопереноса
2. исследование модели процесса влагопереноса в почвах и анализ функциональных зависимостей
3. реализация алгоритма нелинейной оптимизации и поиск параметров рассматриваемой модели
4. анализ результатов проведённых вычислений на примере реальных статистических данных

Методологические основы природного моделирования, в особенности анализа процессов переноса влаги в почвах представлены в работах А.С. Фальковича [1], Н.А. Пронько [2], А.М. Глобуса [3-4]. Программная

реализация вычислительных экспериментов, проводимых на базе описанных этими учёными математических моделей, активно использует теорию и методы математического программирования, описанные в работах Н.Н. Моисеева [5] и Б. Банди [6]. Теоретическое обоснование, а также необходимые технологические средства языка программирования, обеспечивающие распараллеливание вычислений описаны в работах Г. Шилдта [7] и В.П. Гергеля [8].

Практическая значимость магистерской работы. Для поиска значения коэффициента влагопроводности был реализован метод Нелдера-Мида нелинейной оптимизации в многомерном пространстве. Применение данного метода в наборе локальных подобластей позволило найти решение уравнения влагопроводности, при этом определив наличие областей рассматриваемого пространства, в которых значения регрессионных параметров концентрируются в достаточной близости друг от друга при пренебрежимо близких значениях целевой функции.

Структура и объём работы. Магистерская работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и 3 приложений. Общий объём работы – 92 страницы, из них 70 страниц – основное содержание, включая 13 рисунков и 9 таблиц, список использованных источников информации – 30 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Теоретические основы природного моделирования» посвящен описанию базовых понятий и зависимостей, применяемых в моделировании процессов влагопереноса.

Основными параметрами почвы, характеризующими ее водно-физические (гидрофизические) свойства, являются: плотность — отношение массы или веса к объему, плотность твердой фазы, пористость, удельная поверхность — соотношения объема почвы, ее твердой фазы и поверхности частиц, влажность и влагоемкость — содержание воды в почве и ее

способность абсорбировать влагу), коэффициенты фильтрации и влагопроводности — определяют способность почвы пропускать влагу в насыщенном и не насыщенном водой состоянии), давление почвенной влаги. Особую роль играет в моделировании влагопереноса функция, связывающая давление почвенной влаги и влажность почвы — основная гидрофизическая характеристика (ОГХ), или кривая водоудерживания.

Давление почвенной влаги – давление, возникающее в почвенной влаге за счет действия в почве сил различной природы, снижающих энергию почвенной воды по сравнению со свободной чистой водой при атмосферном давлении на уровне моря, энергия которой принимается за ноль.

Коэффициент влагопроводности (синоним – ненасыщенная гидравлическая проводимость, Квл, см/сут, м/сут, и др.) - способность почвы проводить ненасыщенный поток влаги, возникающий под действием градиента давления почвенной влаги. В отличие от коэффициента фильтрации, который характеризует влагопроводность почвы в условиях ее полного насыщения влагой, Квл относится к почве не насыщенной влагой, не является величиной постоянной, а зависит от влажности почвы.

Подход к решению уравнения влагопроводности, положенный в основу данной работы, опирается на разложение в ряд по методу малого параметра. При практическом использовании рассматриваемого метода решение представляется несколькими первыми членами асимптотического разложения по степеням малого параметра ε , причем их число не превышает 2-3, что во многих случаях дает качественное и количественное представление о возмущенном решении.

Для математического моделирования процессов переноса почвенной влаги обычно ограничиваются определением функции влагопроводности (ФВ) и основной гидрофизической характеристики (ОГХ), если фазовый состав потока влаги и термовлагопроводность не имеют значения для решаемой задачи.

Одним из наиболее распространенных методов определения гидрофизических характеристик почвогрунтов в нестационарном режиме является метод капилляриметра, так как он позволяет установить зависимости между коэффициентом влагопроводности, влажностью и всасывающим давлением в широком диапазоне влажности.

Определение зависимости коэффициента влагопроводности K_B от влажности θ (или от потенциала почвенной влаги Ψ) в нестационарных условиях сводится к решению обратной задачи, описываемой квазилинейным дифференциальным уравнением влагопереноса

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_B(\theta) \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)$$

где θ - влажность в долях объема;

Ψ - потенциал почвенной влаги, м водного столба;

x - координата;

t - время, час.

Если выбрать малый параметр ε , то после произведения преобразований, уравнение влагопереноса (в условиях действия одной ступени разряжения) примет вид

$$\frac{\partial \theta_t}{\partial t} = K_B(\theta_j) \frac{\partial \Psi(\theta_j)}{\partial \theta_t} \frac{\partial}{\partial x} \left((1 + A_1 \varepsilon \theta_t + A_2 \varepsilon^2 \theta_t^2 + A_3 \varepsilon^3 \theta_t^3 + \dots) \frac{\partial \theta_t}{\partial x} \right)$$

Подставляя в него выражение для θ_v , приводя подобные слагаемые по степеням ε и интегрируя последовательно полученные уравнения, получим решение для ступени разряжения ψ_j :

$$\theta(x,t) = \theta_j + \theta_j^{(0)}(x,t) + \varepsilon \theta_j^{(1)}(x,t) + \varepsilon^2 \theta_j^{(2)}(x,t) + \varepsilon^3 \theta_j^{(3)}(x,t)$$

По данным эксперимента на капилляриметре известна только средняя влажность в образце

$$\Theta(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \theta(x,t) dx,$$

Поэтому для решения задачи используем значения величин

$$\Theta^{(i)}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \theta^{(i)}(x, t) dx,$$

Для того чтобы выбрать малый параметр ε и получить выражения для параметров выражения средней влажности, необходимо принять какой-либо вид зависимостей для гидрофизических функций. Рассмотрим их в виде

$$K(\Psi) = \frac{K_0}{1 + \left(\frac{\Psi}{\Psi^{**}}\right)^M} \quad \theta(\Psi) = \frac{m}{1 + \left(\frac{\Psi}{\Psi^*}\right)^N}$$

где Ψ^* , Ψ^{**} , M , N - регрессионные параметры. В качестве K_0 и m как правило, берут значения коэффициента фильтрации и пористости. Однако, правильнее было бы определять их как регрессионные параметры и затем анализировать их совпадение или несовпадение с коэффициентом фильтрации и пористостью.

Имеет смысл искать параметры зависимости $K(\psi)$ сразу для всего диапазона изменения потенциала почвенной влаги, минимизируя сумму квадратов отклонений

$$\sum_{i,j} \left(\Theta_{\text{эксн}}(t_{i,j}) - \Theta_{\text{рас}}(t_{i,j}) \right)^2$$

Второй раздел «Постановка задачи оптимизации и описание метода решения» посвящён описанию задачи поиска минимального значения функции в многомерном пространстве.

Определение задачи оптимизации звучит следующим образом:

$$f: X \rightarrow \mathbf{R}$$

$$f(x) \rightarrow \min, x \in X \subseteq G$$

Как правило, под задачей оптимизации также подразумевается поиск

$$x^* = \arg \min_{x \in X} f(x), X \subseteq G$$

элемента x^* , на котором целевая функция достигает минимума.

Для того, чтобы корректно поставить такую задачу необходимо задать:

1. Допустимое множество X

2. Целевую функцию
3. Критерий поиска (*max* или *min*)

Тогда решить задачу означает одно из:

1. Показать, что X является пустым множеством
2. Показать, что целевая функция не ограничена
3. Найти x^*
4. Если не существует x^* , то найти $\inf_{x \in X} f(x)$

Если допустимое множество $X = G$, то такая задача называется задачей безусловной оптимизации, в противном случае — задачей условной оптимизации.

Помимо описания постановки задачи оптимизации, второй раздел работы содержит описание безградиентного метода Нелдера-Мида для поиска глобального экстремума функций многих переменных.

Метод Нелдера-Мида называется также поиском по деформируемому многограннику и является развитием симплексного метода Спендли, Хекста и Химсворта. Множество $(n + 1)$ – й равноудаленной точки в n -мерном пространстве называется регулярным симплексом. Идея метода состоит в сравнении значений функции в $(n + 1)$ вершинах симплекса и перемещении симплекса в направлении оптимальной точки с помощью итерационной процедуры и основных операций над симплексом: отражения, растяжения и сжатия.

Третий раздел «Расчёт параметров функциональных зависимостей при моделировании процессов влагопереноса» посвящен реализации метода определения коэффициента влагопроводности, согласно описанной выше модели.

Для решения сформулированной в работе задачи оптимизации было разработано решение на языке программирования Java. Программа выполнена в объектно-ориентированной парадигме и представляет собой

набор классов, объединённых единой точкой входа в приложение для старта вычислений.

Так как решение уравнения влагопереноса является ресурсоёмкой задачей с точки зрения вычислительных мощностей и времени выполнения, одним из шагов реализации было произведено распараллеливание вычислений. В качестве версии языка использовался JDK 8, что позволило провести распараллеливание процесса вычислений при помощи удобного и современного Java Streams API. При распараллеливании создаётся множество потоков, в которых производится запуск выполнения алгоритма Нелдера-Мида в сгенерированном стартовом симплексе

Так же в разработке программного решения был применён подход модульного тестирования, используемый для проверки корректности алгоритма на известных функциях и значениях параметров. В качестве тестовых функций использовались такие известные зависимости, как функция Химмельблау, функция Экли, функция сферы и одно из многомерных обобщений функции Розенброка. Для реализации модульных тестов используются возможности технологии Junit.

Были рассмотрены два набора входных данных, полученных при проведении экспериментов над образцами почвогрунта в совхозе «Луганский» Саратовской области.

Среднее ускорение при таком варианте распараллеливания без ограничения на количество потоков составило 3.52 раза и практически не изменяется в зависимости от объёма входных данных, или, говоря иными словами – от числа обрабатываемых задач.

Вычисления выполнялись на компьютере с процессором Intel Core i7-6500U 3.1600 GHz и 6 Гб ОЗУ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача определения коэффициента влагопереноса может рассматриваться как типичный пример модели, использующей нелинейные

регрессионные зависимости. Данная задача является ресурсоёмкой из-за вычислительных сложностей при подсчёте значений целевой функции и многомерности пространства. В этом случае можно считать разумным использование численных методов, обычно покрывающих более широкий спектр задач.

Применение методов оптимизации к решению подобных задач моделирования даёт возможность более широко оценить поведение функциональных зависимостей параметров системы и может приводить к увеличению точности вычислений.

В процессе выполнения работы были изучены новые понятия и модели, относящиеся к теории моделирования гидрофизических процессов применительно к оценке характеристик почв, изучена модель зависимости коэффициента влагопроводности от влажности, реализован с подтверждением корректности алгоритм нелинейной оптимизации, проведены вычислительные эксперименты с опорой статистические данные о двух сериях лабораторных экспериментов над образцами почв Саратовской области. Решена задача поиска коэффициента влагопроводности и проанализировано поведение функциональных зависимостей, возникающих при моделировании процессов влагопереноса.

Отдельные части магистерской работы были представлены на конференции:

Студенческая научная конференция факультета компьютерных наук и информационных технологий.

Дата проведения: 26 апреля 2019 года.

Адрес: Саратов, СГУ им. Н.Г. Чернышевского, факультет КНиИТ.

Основные источники информации:

1. Математическое моделирование в компонентах природы (интерактивный курс) : учебно-практическое пособие / Г. Н.

- Камышова, В. В. Корсак, А. С. Фалькович, О. Ю. Холудененева. Саратов, 2011. 147 с.
2. Пронько, Н. А. Изменение плодородия орошаемых каштановых почв Поволжья в процессе длительного использования и научные основы его регулирования / Н. А. Пронько, Л. Г. Романова, А. С. Фалькович – Саратов: Изд-во СГАУ, 2005. 220 с.
 3. Глобус, А. М. Почвенно-гидрофизическое обеспечение агроэкологических математических моделей / А. М. Глобус. Ленинград : Гидрометеиздат, 1987. 427 с.
 4. Глобус, А. М. Физика неизотермического внутрипочвенного влагообмена / А. М. Глобус - Ленинград : Гидрометеиздат, 1983. 279 с.
 5. Моисеев, Н. Н. Методы оптимизации. / Н. Н. Моисеев, Ю. П. Иванилов, Е. М. Столярова - М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1978. 352 с.
 6. Банди Б. Методы Оптимизации. Вводный курс. / Б. Банди, М.: Радио и связь, 1988. 128 с.
 7. Шилдт, Г. Java. Полное руководство // Г. Шилдт, 10-е изд., М.: Диалектика, 2018. 1488 с.
 8. Гергель, В.П. Теория и практика параллельных вычислений / В. П. Гергель, М.: Интернет-Ун-т Информ. Технологий: БИНОМ. Лаб. знаний, 2007, 2010. 424 с.