

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиоп физики и нелинейной динамики

**Вынужденная синхронизация колебаний в генераторе с
мемристором**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 421 группы
направления 03.03.03 радиоп физика
физического факультета
Клепикова Дмитрия Сергеевича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ Т.Е. Вадивасова

Заведующий кафедрой

Профессор, д.ф.-м.н., профессор _____ В.С. Анищенко

Саратов 2019 год

Общая характеристика работы

В 1971 году Леон Чуа предположил, что помимо трёх базовых элементов в схемотехнике имеется четвёртый элемент – мемристор, который по своим свойствам должен математически связывать между собой магнитный поток Φ с электрическим зарядом q . В дальнейшем были созданы реальные устройства, обладающие мемристивной проводимостью. Рассматриваются возможности их использования в электронике и компьютерной технике, в частности для создания элементов памяти. Понятие мемристора было обобщено и введено понятие мемристивного элемента, который обладает свойством «памяти» и управляется некоей динамической переменной (не обязательно магнитным потоком или зарядом), инерционным образом связанной с мгновенным состоянием элемента. Ансамбли мемристивных элементов вызывают большой интерес в области нейродинамики, поскольку могут служить моделями нейронных систем.

Математические модели радиоэлектронных схем, содержащих мемристоры, могут характеризоваться существованием в фазовом пространстве линии равновесий. Для таких систем характерны притягивающие предельные множества, состоящие из неизолированных точек равновесия, замкнутых орбит и бифуркации, происходящие при фиксированных параметрах от изменения начального условия. Не ясно, можно ли считать такие системы автоколебаниями. Чтобы выяснить, являются ли колебания в таком генераторе автоколебательным процессом, необходимо провести исследования влияния на генератор внешнего гармонического сигнала с частотой, несколько отличной от основной частоты генератора и определить наличие эффекта вынужденной синхронизации колебаний, так как синхронизация является фундаментальным свойством, присущим автоколебательным системам. В то же время, особенность динамики автономной системы, поведение которой непрерывно меняется с изменением начального состояния, должна проявиться и в особенностях эффекта

вынужденной синхронизации, если он имеет место. Установление и анализ таких особенностей в научной литературе на сегодняшний день практически отсутствуют. Указанным вопросам и посвящена данная научно-исследовательская работа.

Цель и задачи исследования

Цель работы состоит в исследовании эффекта вынужденной синхронизации генератора, содержащего мемристор. Требовалось установить существование эффекта вынужденной синхронизации и установить его особенности, связанные с особым характером колебаний в мемристивном генераторе.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Получить полную и укороченную (амплитудно-фазовую) математические модели мемристивного генератора с внешним гармоническим воздействием.

2. Численно рассчитать границы области синхронизации для двух моделей и построить области синхронизации на плоскости параметров «Амплитуда воздействия – частота воздействия» при различных начальных значениях переменной, z , управляющей состоянием мемристора.

3. Сопоставить результаты, полученные для двух моделей и определить, как зависят границы синхронизации от начального значения переменной z .

4. Построить границы области синхронизации на плоскости параметров «частота воздействия – начальное значение переменной z ».

Актуальность выбранной темы связана с тем, что мемристор – новый пассивный элемент в микроэлектронике. Изучение особенностей поведения радиоэлектронных систем, включающих мемристоры, важно для понимания возможностей использования мемристоров для решения практически важных

задач в сфере информационных технологий, а также для создания моделей нейронных систем, учитывающих наличие мемристивных элементов.

Исследования генераторов, содержащих мемристор, проводились с помощью написанных программ интегрирования методом Рунге-Кутты-4. Все графики выполнены в программе для построения графиков GnuPlot.

Краткое содержание работы

Выпускная квалификационная работа содержит введение, три главы, заключение и список литературы.

Во **Введении** обсуждается актуальность проблематики исследования, дается краткий обзор научной литературы по теме ВКР, формулируется цель и задачи проводимых исследований.

В первой главе описывается схема радиоэлектронного устройства (рис.1).

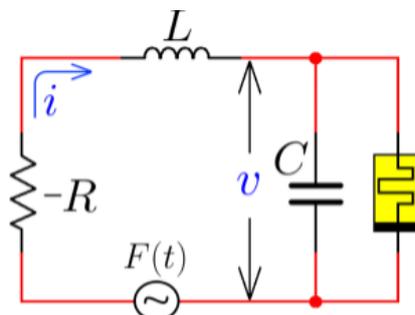


Рисунок 1. Схеме мемристивного генератора с внешним воздействием

Приводится полная система дифференциальных уравнений в безразмерных переменных, описывающая динамику мемристивного генератора в присутствии внешнего гармонического воздействия:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - G_M(z)) \\ \dot{y} = -\gamma x + \beta y + F(t) \\ \dot{z} = x \end{cases} \quad (1)$$

где $x \sim v$ – напряжение на ёмкости C , $y \sim i$ – ток, протекающий через индуктивность L , $z \sim \varphi$ – магнитный поток, управляющий мемристором.

$\alpha \sim \frac{1}{C}$, $\beta \sim \frac{R}{L}$ и $\gamma \sim \frac{1}{L}$ – безразмерные параметры, $G_M(z) = a + bz^2$ – проводимость мемристора, управляемая магнитным потоком, $F(t) = B \cos(\omega_1 t)$ – гармоническое внешнее воздействие. При проведении исследований фиксировались следующие значения параметров системы: $\alpha = \gamma = 1$, $\beta = 0.035$; $a = 0.02$; $b = 0.8$. Амплитуда и частота воздействия были контрольными параметрами и менялись в процессе исследования.

Методом усреднения выводятся укороченные уравнения для амплитуды и фазы колебаний:

$$\begin{cases} \dot{\rho} = \frac{\rho}{2} \left(\beta - \alpha - bz_0^2 - \frac{b\rho^2}{4\omega_1^2} \right) - \frac{B}{2\omega_1} \sin \varphi \\ \dot{\varphi} = -\Delta - \frac{b\beta}{\omega_1} \left(z_0^2 + \frac{\rho^2}{4\omega_1^2} \right) - \frac{B}{2\omega_1\rho} \cos \varphi \end{cases} \quad (2)$$

Во второй главе проводится исследование исходных и укороченных уравнений с внешним воздействием. Анализируются границ области синхронизации

Результаты исследования границ синхронизации генератора, описываемого исходными уравнениями, результаты занесены в таблицы и проиллюстрированы соответствующими фазовыми портретами (например, рис.2)

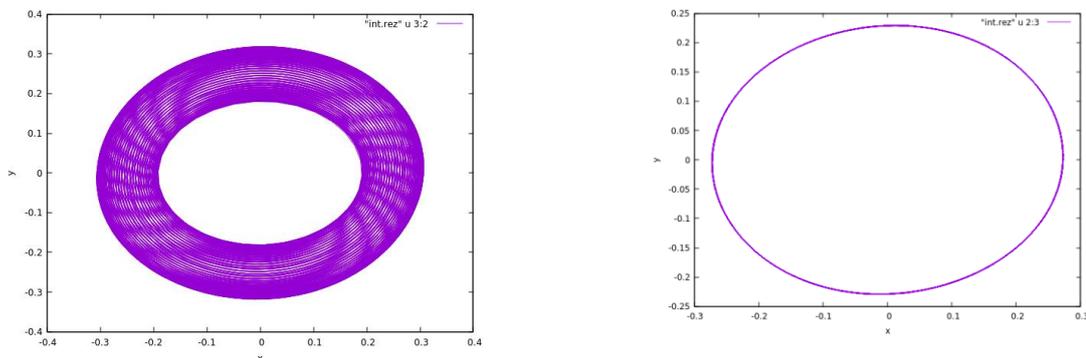


Рисунок 2. Проекция фазового портрета тора на плоскость (x, y) при $z_0 = 0$, $B = 0.02$. Слева – режим квазипериодических колебаний вне области синхронизации при $\omega_1 = 0.84$, справа – предельный цикл в режиме синхронизации при $\omega_1 = 0.966$

Таблица 1. Границы области синхронизации при $z_0 = 0.1$ генератора, описываемого исходными уравнениями (4)

B	$\omega_{1л}$	$\omega_{1п}$
0.001	0.9989	0.9989
0.005	0.989	1.0107
0.01	0.973	1.023
0.015	0.954	1.036
0.02	0.939	1.051
0.025	0.928	1.06
0.03	0.91	1.0705
0.04	0.868	1.094
0.05	0.82	1.11
0.06	0.76	1.126
0.07	0.7	1.14

На основе данных из таблиц были построены клювы синхронизаций при различных значениях $z_0 = z(0)$.

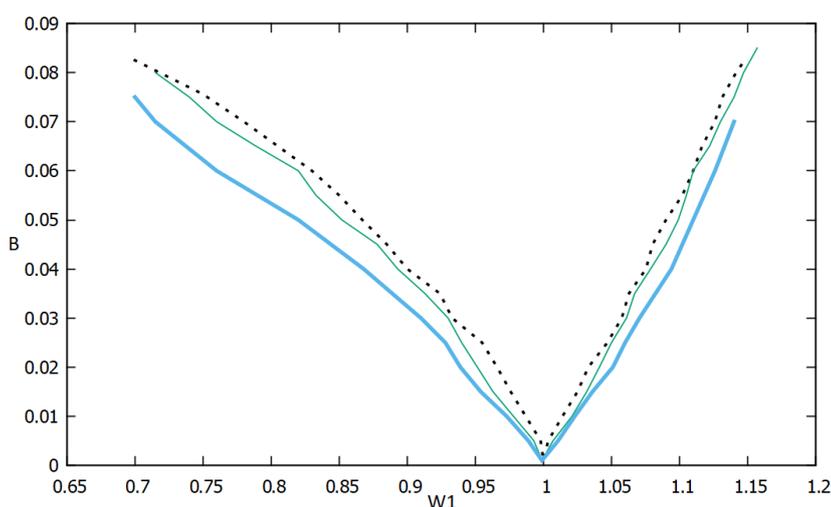


Рисунок 4. – Клювы синхронизации колебаний в генераторе с мемристором, описываемым исходными уравнениями, при различных значениях $z_0 = z(0)$. Пунктирной линией построен клюв при $z_0 = 0$, тонкой линией при $z_0 = 0.05$ и толстой линией построен клюв синхронизации при начальном значении $z_0 = 0.1$.

Результаты, полученные при исследовании генератора, описываемого укороченными уравнениями (2), так же занесены в таблицы и проиллюстрированы на графиках (например, рис.3 - рис.5)

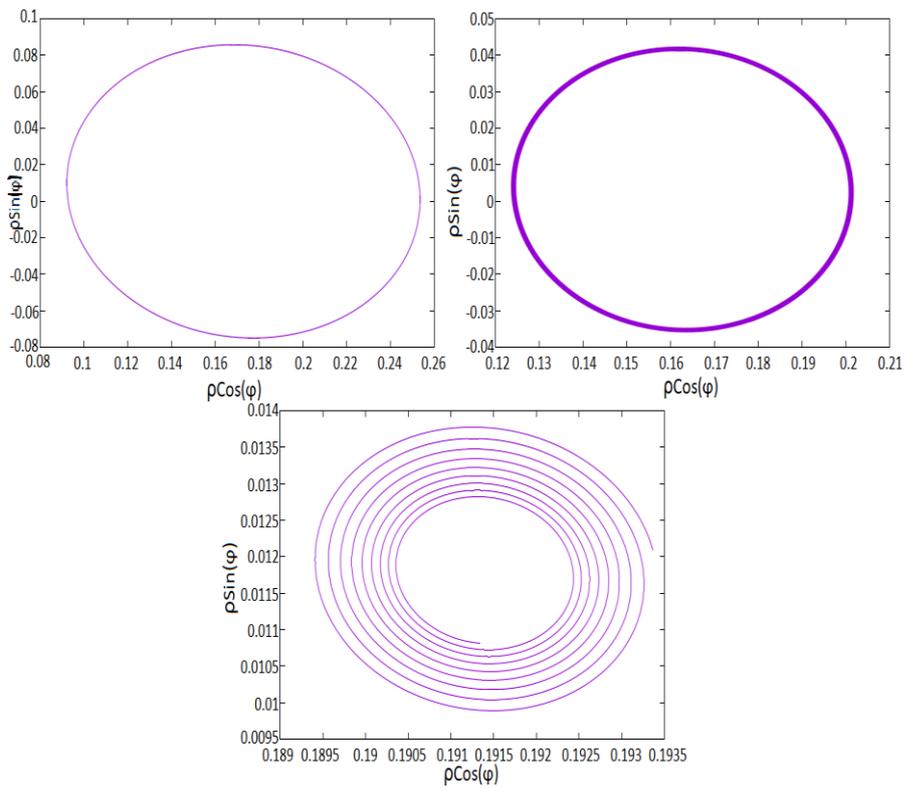


Рисунок 3. Фазовые портреты системы (2) вне области синхронизации при $z_0 = 0$, $B = 0$ для разных значений частоты воздействия: $\omega_1 = 0.88$ (слева сверху); $\omega_1 = 0.94$ (справа сверху); $\omega_1 = 0.946$ (снизу).

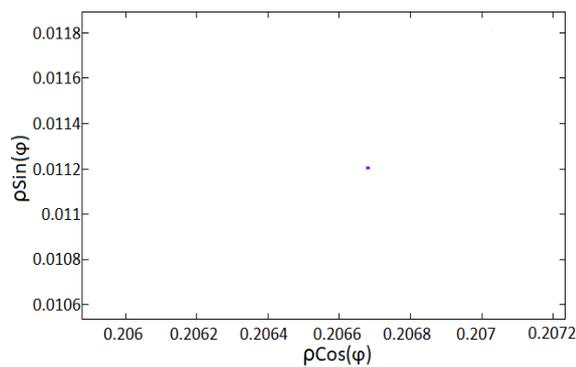


Рисунок 4. Фазовый портрет системы (2) в режиме синхронизации при $B = 0.02$, $\omega_1 = 0.95$, $z_0 = 0$

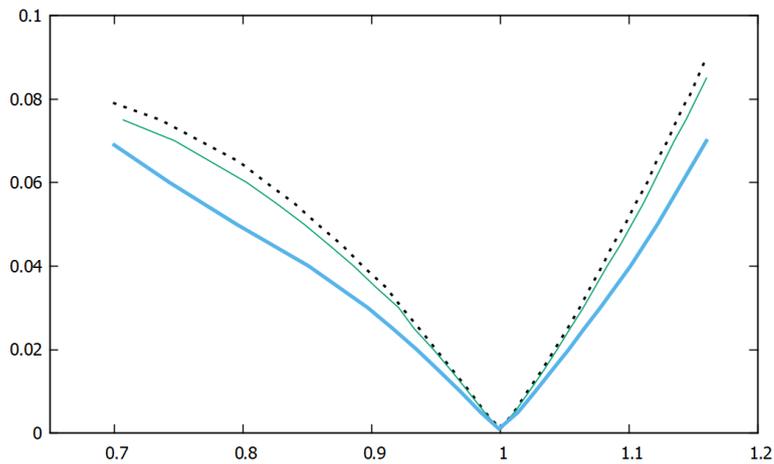


Рисунок 5. Области синхронизации колебаний в генераторе с мемристором, описываемым укороченными уравнениями (2), при различных начальных значениях переменной z . Пунктирной линией построена область синхронизации при $z_0 = 0$, тонкой линией при $z_0 = 0.05$ и толстой линией построен клюв синхронизации при начальном значении $z_0 = 0.1$

Для сравнения диапазона частот внешнего воздействия, на которых наблюдается вынужденная синхронизация колебаний генераторов, описываемых разными уравнениями (исходными и укороченными), были построены клювы синхронизаций на одном графике при соответствующих значениях z_0 . Было замечено, что диапазон частот внешнего воздействия, на которых наблюдается вынужденная синхронизация колебаний у генератора, описываемого укороченными уравнениями, шире.

Далее был проведен анализ границ области синхронизации. Для этого было необходимо добиться вынужденной синхронизации колебаний генератора с мемристором, описываемого укороченными уравнениями, и посмотреть, как себя ведёт фазовая проекция при изменении частоты внешнего воздействия ω_1 . Если вокруг точки рождается предельный цикл, то это – касательная бифуркация. Если же точка лежит на предельном цикле, то это – бифуркация Андронова – Хопфа.

При исследовании границ области синхронизации мемристивного генератора, описываемого укороченными уравнениями, было установлено,

что при увеличении значения параметра z , бифуркация Андронова – Хопфа появляется при меньшей амплитуде внешнего воздействия с меньшим диапазоном частоты внешнего воздействия области синхронизации. Например, при значении $z_0 = 0$, бифуркация Андронова – Хопфа появляется при значении амплитуды внешнего воздействия $B=0.05$ на частотах $\omega_1 = 0.858$ и $\omega_1 = 1.0969$. При значении параметра $z_0 = 0.05$ появляется при $B = 0.04$ на частотах $\omega_1 = 0.886$ и $\omega_1 = 1.0829$. При $z_0 = 0.1$ появляется при $B = 0.025$ на частотах $\omega_1 = 0.9165$ и $\omega_1 = 1.065$.

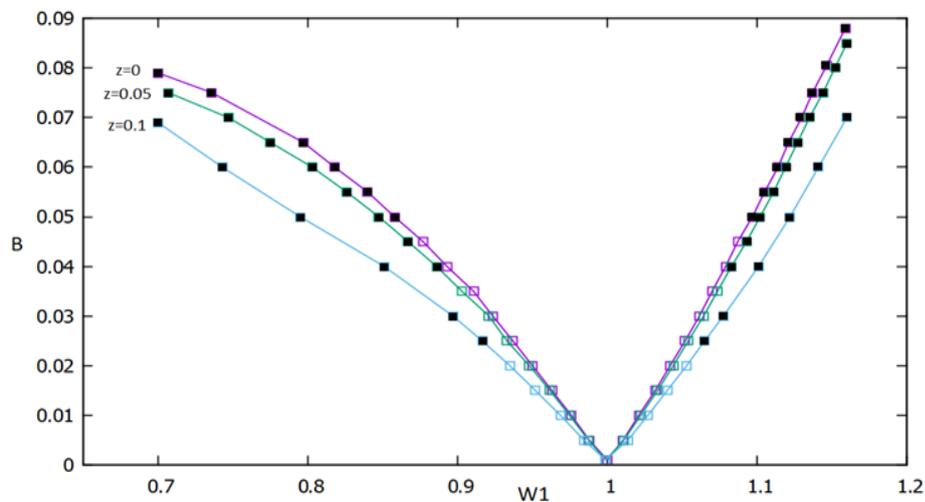


Рисунок 6. Исследование границ области синхронизации на плоскости параметров внешнего воздействия. Пустыми квадратиками на клювах синхронизации для различных z_0 отмечены точки касательной бифуркации. Чёрными квадратиками – точки бифуркации Андронова – Хопфа

Для фиксированного значения амплитуды воздействия была построена зависимость интервала значений частоты воздействия ω_1 , при которых наблюдается синхронизация, от значения z_0 . Результаты проиллюстрированы на рис.7. Они свидетельствуют о непрерывной зависимости границ области синхронизации от начального значения z_0 . Ширина области синхронизации минимальна при $z_0 = 0$ и увеличивается с ростом $|z_0|$, стремясь к бесконечности при достижении некоторых граничных значений $z_0 = \pm z_m$ (пунетирные линии на рисунках). При $|z_0| \geq z_m$ биения не наблюдаются вне зависимости от

амплитуды воздействия. Очевидно это связано с тем фактом, что в этом случае в автономном генераторе колебания отсутствуют и траектории стремятся к устойчивому равновесию (одной из точек на оси $0Z$ с координатой $|z| \geq z_m$).

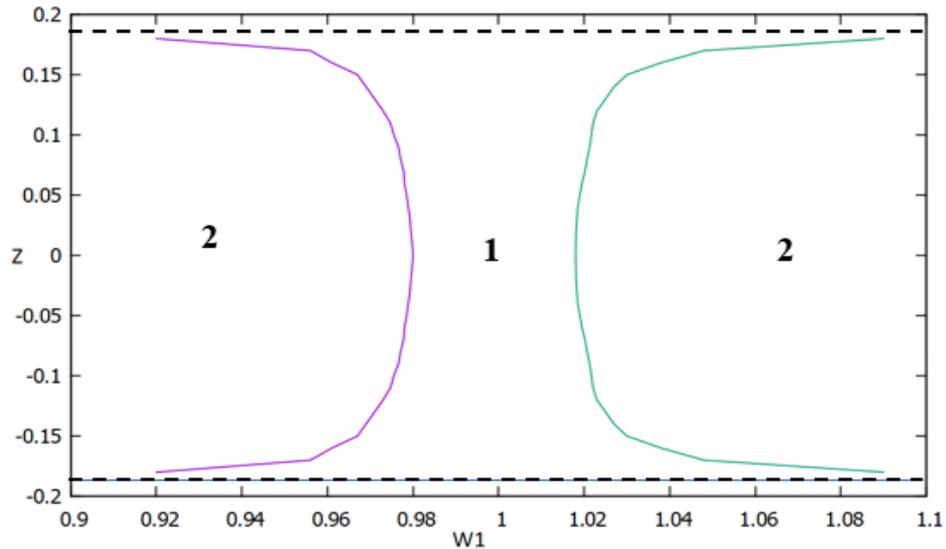


Рисунок 7. Зависимость частотного интервала синхронизации от начального значения переменной z_0 при $B = 0.02$: 1 – область синхронизированных колебаний; 2 – область режима биений

В разделе **Заключение** сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования:

1. Существование эффекта синхронизации колебаний мемристивного генератора внешним гармоническим воздействием. Это доказывает автоколебательный характер периодического режима в системе несмотря на отсутствие в фазовом пространстве предельного цикла, как изолированной замкнутой кривой;
2. Особенность синхронизации мемристивной системы, которая состоит в непрерывной зависимости границ области синхронизации от начального значения переменной z , управляющей мемристивной проводимостью. Генератор может быть синхронизованным или демонстрировать биения в зависимости от $z(0)$.

3. Укороченная модель для амплитуды и фазы показывает хорошее количественное соответствие с исходными уравнениями системы в квазигармоническом режиме.

Исследование генератора, который описывается исходными уравнениями, и генератора, описываемого укороченными уравнениями, показало, что работать с вторым генератором более удобно, т.к. он наиболее точный, имеет больший диапазон частоты, на котором наблюдается режим синхронизации, и наиболее пригодный для широкого исследования (анализ границ области синхронизации, исследование зависимости частотного интервала синхронизации от начального значения переменной, управляющей мемристором).

Список литературы включает 22 ссылки на научные публикации по теме ВКР.