

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Механизм возникновения химерных состояний в ансамбле отображений
Некоркина с нелокальной и рефлексивной типами связи**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 241 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
физического факультета
Богомолова Сергея Алексеевича

Научный руководитель

Заведующий кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Саратов 2019

ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных проблем в современной нелинейной динамике является анализ пространственно-временных структур в ансамблях связанных осцилляторов. Это обусловлено открытием новых структур, названных химерными состояниями. Современные исследования направлены на выявление новых типов химерных структур, анализ их динамических и статистических характеристик и механизмов их возникновения в ансамблях из различных индивидуальных осцилляторов. Предметом изучения в настоящей работе будут структуры, включающие так называемые «уединенные состояния», для которых в англоязычной литературе введен термин «solitary state» и «solitary state chimera» (в дальнейшем будем использовать сокращение “SSC”).

До совсем недавнего времени механизм рождения подобных структур был неизвестен. В 2018 году в работах методом численного моделирования этот механизм был установлен и подробно описан. Как выяснилось, причиной рождения уединенных состояний является возникновение бистабильной динамики индивидуальных осцилляторов ансамбля. В работе указанный механизм был показан на ряде примеров ансамблей нелокально связанных осцилляторов и высказано утверждение, что описанный механизм является достаточно общим. Учитывая, что результат работ не является аналитически строгим, подтверждением общности этого результата могут служить новые примеры реализации режимов уединенных состояний в ансамблях из других индивидуальных осцилляторов.

В настоящей работе мы исследуем одномерный ансамбль нелокально связанных отображений (отображений Некоркина), моделирующих нейронную активность.

В рамках данной магистерской работы рассматривается следующая задача: исследуется динамика кольца связанных отображений Некоркина с нелокальной и рефлексивной связями. При фиксированном радиусе связи, меняя

силу связи, анализируется механизм возникновения и характеристики химерных состояний. **Целью данной магистерской работы** является численный анализ механизмов возникновения химерных состояний в кольце связанных отображений Некоркина с нелокальной и рефлексивной связями, описание их характеристик и формулировка основных условий их возникновения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Химерные состояния. В ноябре 2002 года, Yoshiaki Kuramoto и его коллега Dorjsuren Battogtokh обнаружили, что с определенными начальными условиями, элементы ансамбля, имеющие нелокальную связь с соседями и имеющие одинаковую собственную частоту, имели различное поведение относительно друг друга. Часть системы синхронизировались в то время, когда другие оставались некогерентными.

В настоящее время, химеры были зарегистрированы в кольце осцилляторов, двух- и трех-кластерных сетях, и осцилляторах, расположенных вдоль бесконечной плоскости, тора и сферы. В зависимости от топологии, существуют два различных класса состояний химер: химеры в виде ядер и спирально волновая химера.

2. Области применения 2.1 Однополушарный сон. Многие виды, в том числе различные виды млекопитающих и птиц, участвуют в однополушарном медленноволновом сне. Особенностью данного типа сна является то, что одно полушарие мозга активно, пока второе кажется неактивным. Нейронная активность, наблюдаемая на электроэнцефалограмме во время этого состояния, выявляет высокоамплитудную и низкочастотную электрическую активность в спящем полушарии. Химерные состояния в работе можно интерпретировать как модель когерентных колебаний в одном полушарии и некогерентных в другом. Как правило, эти модели активности чередуются между полушариями с течением времени.

1.1.2 Фибрилляция желудочков. Фибрилляция желудочков является одной из основных причин внезапной сердечной смерти у людей. Это явление является результатом потери координации сокращений клеток в сердце. Во время фибрилляции могут формироваться спирально волновые картины. В центре этих вращающихся структур есть фазовая особенность. Сокращения вблизи этой особенности могут быть несогласованными. Эти типы паттернов также наблюдаются в связанных генераторах, расположенных на поверхности сферы.

2.3 Энергосистема. Энергетическая сеть США состоит из множества генераторов, вырабатывающих энергию с частотой около 60 Гц. В идеальных условиях генераторы синхронизированы. Синхронизация энергосистемы часто изучается с использованием моделей, подобных Курамото. Анализ этих моделей показал, что различные возмущения в сети могут вызвать полную или частичную десинхронизацию, что может привести к отключению электроэнергии. Подробное изучение химерных состояний и применение полученных знаний на практике позволит создать стабильную и надежную синхронизацию.

2.4 Социальные системы. Химерные состояния также наблюдаются в социальных системах. Gon'alez-Avella и др. рассмотрели модель распространения социальных и культурных тенденций. Они отмечают, что в рамках одной популяции могут проявляться «химеры»: одна группа проявляет согласование, а второй группа остается несогласованной.

2.5 Химеры в лазерах. В феврале 2017 года была опубликована работа, в которой впервые были исследованы химерные состояния в больших массивах полупроводниковых лазеров. Исследовательская группа из НИТУ «МИСиС» проанализировала массив из 200 штук изначально несинхронизированных излучателей. Система со временем частично синхронизировалась, остальная часть продемонстрировала поведение свойственное «химерам». Дальнейшее исследование найдет применение в лазерной медицине. Фиброскопы станут

более эффективными, а сенсоры, используемые при зондировании, дадут более корректную картинку.

3 Возникновение химер. 3.1 Фазовая химера. В работе была предпринята одна из первых попыток классифицировать ансамбль взаимодействующих осцилляторов, прогнозирующую реализацию химерных состояний и их свойства в определенных классах систем. при удвоении периода продемонстрировали химерное состояние. Для более детального описания перехода «когерентность-некогерентность» в работе исследовалась динамика кольца связанных логистических отображений, описываемое уравнением (1).

$$x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t) - f(x_i^t)], \quad (1)$$

где x_i – вещественная динамическая переменная, $i = 1, 2, \dots, N$ – порядковый номер замкнутых в кольцо парциальных осцилляторов, t – дискретное время, σ – коэффициент связи, P – число соседних осцилляторов слева и справа от i -го осциллятора, $r = P/N$ – радиус связи. Второе слагаемое в уравнении (1) является функцией связи. Она характеризует суммарное воздействие на i -ый осциллятор со стороны соседних.

$$F(\sigma, r, x_i^t) = \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t) - f(x_i^t)]. \quad (2)$$

Механизмом рождения химеры в (1) является потеря устойчивости режима синфазной синхронизации с переходом в режим перемежаемости. В связи с этим данный режим химеры назван *фазовой*.

3.2 Амплитудная химера. Возникновение химеры в кольце происходит при уменьшении параметра связи и достижении критического значения $\sigma_{кр}$. При данных условиях наблюдается усиленная хаотизация амплитуд колебаний парциальных осцилляторов в области химеры. Такое поведение крайне отлично от фазовой химеры. Новый тип химер по аналогии назван *амплитудными*.

Парциальные элементы в области амплитудных химер характеризуются полностью асинхронной хаотической динамикой.

4. Результаты проведенных исследований. 4.1 Исследуемая модель.

В настоящей работе исследуется динамика одномерного кольца нелокально связанных отображений Некоркина. Прежде чем перейти к описанию модели ансамбля, ознакомимся с отображением Некоркина, которое будет использовано в качестве индивидуального осциллятора в ансамбле.

Динамика отображения Некоркина описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}x^{t+1} &= x^t + F(x^t) - y^t - \beta H(x^t - d), \\y^{t+1} &= y^t + \varepsilon(x^t - J),\end{aligned}\tag{4}$$

где переменная x^t описывает динамику мембранного потенциала нервной клетки, y^t – кумулятивный эффект всех ионных токов через мембрану, функции $F(x^t)$ и $H(x^t - d)$ задаются следующим образом:

$$F(x^t) = x^t(x^t - a)(1 - x^t), 0 < a < 1\tag{5}$$

$$H(x^t) = \begin{cases} 1, & x^t > 0 \\ 0, & x^t \leq 0 \end{cases}\tag{6}$$

Параметр $\varepsilon > 0$ определяет характерный временной масштаб y^t , J контролирует уровень деполяризации мембраны ($J < d$) $\beta > 0$ и $d > 0$ соответствуют порогу возбуждения разрывных колебаний, $t = 1, 2, \dots$ - дискретное время.

В наших исследованиях нас будет интересовать динамический режим отображения (4), связанный со спайковыми колебаниями. Этот режим можно наблюдать, например, для следующих значений параметров: $a = 0.25$, $\beta = 0.04$, $J = 0.15$, $d = 0.5$.

Уравнения исследуемого ансамбля запишем в виде:

$$\begin{aligned}
x_i^{t+1} &= f(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t, y_j^t) - f(x_i^t, y_i^t)], \\
y_i^{t+1} &= g(x_i^t, y_i^t),
\end{aligned} \tag{7}$$

где функция f и g задаются в соответствии с (4) – (6):

$$\begin{aligned}
f(x, y) &= x + F(x) - y - \beta H(x - d), \\
g(x, y) &= y + \varepsilon(x - J).
\end{aligned} \tag{8}$$

Здесь x_i – вещественная динамическая переменная, i – порядковый номер замкнутых в кольцо парциальных осцилляторов, t – дискретное время, σ – коэффициент связи, P – число соседних осцилляторов слева и справа от i -го осциллятора, $r = P/N$ – радиус связи, $N = 1000$ – число осцилляторов в кольце.

4.2 Результаты вычислений. Проведем численный анализ динамики ансамбля (7), зафиксировав $\sigma = 0.04$, $r = 0.32$, $a = 0.27$, $\beta = 0.04$, $d = 0.5$, $\varepsilon = 0.003$, $J = 0.15$. Отметим, что расчеты проводились для периодических граничных условий, а начальные условия выбирались случайно распределенные в интервалах $x_i^0 \in [-0.2, 0.4]$ и $y_i^0 \in [-0.02, 0.04]$.

В данном случае в системе наблюдается solitary state chimera или химера уединенных состояний, которая характеризуется наличием в системе кластера с когерентной динамикой ($61 < i < 469$) и кластера, содержащего уединенные состояния ($1 < i < 60$, $470 < i < 1000$).

Было показано, что рождение SSC обусловлено появлением бистабильности в системе за счет нелокальной связи между элементами в кольце. В данном случае также реализуется бистабильный режим. Расчеты это подтверждают. Рассмотрим два осциллятора в области SSC: осциллятор с номером $i = 750$, демонстрирующий выброс, и осциллятор $i = 751$, амплитуда которого отвечает режиму когерентности. Будем называть этот режим типичным. Наличие двух инвариантных кривых свидетельствует о существовании двух различных аттракторов, т.е. о наличии режима бистабильности.

Наличие двух бассейнов притяжения подтверждает наличие бистабильности.

Теперь выберем осцилляторы с номерами $i = 100$ и 250 , которые находятся в когерентном кластере. Расчеты показали, что и в этом случае имеет место режим бистабильности. Просто все осцилляторы когерентного кластера колеблются на одном из аттракторов и не совершают переключений.

С целью выяснения степени грубости режима SSC проводились вычисления при вариации параметров a и ε в уравнениях (4) и (5). Расчеты показали, что режим SSC сохраняется в конечной области изменения значений параметров a и ε . Режим SSC не исчезает, хотя вид пространственно-временной структуры несколько видоизменяется.

4.3 Зеркальная связь. Следующим шагом является изучение более сложных типов связи. В этом исследовании мы рассмотрим новый тип связи, «зеркальную» или отражающую связь, которую можно сопоставить с делением мозга на два симметричных полушария. Это означает, что элементы, принадлежащие одному полушарию, могут взаимодействовать с элементами в другом полушарии и наоборот.

В нашей модели мы предполагаем, что каждый осциллятор соединяется со своим зеркальным отображением через ось симметрии кольца и со всеми осцилляторами, находящимися на расстоянии P слева и справа зеркальной части. Из-за циклической симметрии кольца, мы предполагаем, что ось симметрии проходит через осцилляторы $i = N$ (вверху) и $i = N/2$ (внизу).

Уравнения исследуемого ансамбля запишем в виде:

$$\begin{aligned} x^{t+1} &= x^t + F(x^t) - y^t - \beta H(x^t - d) + \frac{\sigma}{2P+1} \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} [x_j^t - x_i^t], \\ y^{t+1} &= y^t + \varepsilon(x^t - J) + \lambda \frac{\sigma}{2P+1} \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} [y_j^t - y_i^t], \end{aligned} \quad (9)$$

где функция f и g задаются в соответствии с (8).

Отражающая матрица связности σ_{ij} , связывающая осцилляторы j с i , принимает вид:

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } N - i - P \leq N - i + P, \\ 0, & \text{в ином случае.} \end{cases} \quad (10)$$

Проведем численный анализ динамики ансамбля (9), зафиксировав $\sigma = 0.04$, $r = 0.3$, $a = 0.27$, $\beta = 0.04$, $d = 0.5$, $\varepsilon = 0.003$, $J = 0.15$.

При силе связи $\sigma \geq 0.7$ в системе наблюдается когерентный режим. Однако, при $\sigma < 0.7$ наблюдается химерное состояние характеризующееся наличием в системе кластера с некогерентной динамикой ($0 < i < 150$, $850 < i < 1000$). Рассмотрим два осциллятора в области химерного состояния: осциллятор с номером $i = 18$, демонстрирующий выброс, и осциллятор $i = 19$, амплитуда которого отвечает режиму когерентности. Фазовые портреты и временные реализации этих осцилляторов несколько отличаются, что приводит к возникновению областей с некогерентной динамикой.

Также с целью выяснения степени грубости режима химеры проведем вычисления при вариации начальных условий в уравнении (9). Изменим интервал начальных условий, взяв их в промежутке $[-0.2 < x_i^0 < 0.8]$, $[-0.02 < y_i^0 < 0.08]$. Режим химерного состояния не исчезает, хотя структуры несколько видоизменяются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования динамики одномерного кольца из не локально связанных отображений Некоркина (1) выявили следующее. В системе (1) реализуется структура SSC, которая обусловлена рождением бистабильного режима во всех индивидуальных осцилляторах ансамбля. При этом конечное число осцилляторов оказывается в режиме, отвечающем движению на одном из аттракторов, и реализуется когерентный режим колебаний. Другая (конечная) часть осцилляторов реализует режим переключений с одного аттрактора на

другой в пространстве ансамбля и формирует структуру SSC. Возникает вопрос о причине, вызывающей переключения. Исследования показали, что причина кроется в случайном задании начальных условий для осцилляторов ансамбля. В зависимости от начальных условий одни осцилляторы попадают в бассейн притяжения одного аттрактора, другие – в бассейн притяжения второго аттрактора. Этот эффект и приводит к рождению режима SSC.

По результатам данных исследований была опубликована статья в журнале «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика».

При исследовании одномерного кольца связанных отображений Некоркина с рефлексивной связью можно выявить следующее. В системе (9) при уменьшении силы связи реализуется химерное состояние, характеризующееся наличием области с некогерентной динамикой. При анализе осцилляторов, находящихся в области некогерентной динамики, можно отметить, что, фазовые портреты и временные реализации несколько отличаются. Исследования показали, что механизм схож с механизмом появления SSC, т.к. в системе присутствуют два аттрактора немного отличающиеся друг от друга, и в зависимости от начальных условий происходит переключения между ними. Анализ степени грубости режима химеры показал, что при изменении начальных условий, режим химерного состояния не исчезает, хотя структуры несколько видоизменяются.