

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние измерительного шума на корреляционные
характеристики динамики взаимодействующих
автоколебательных систем**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 241 группы

направления 03.04.03 «Радиофизика»

физического факультета

Крайнова Ильи Михайловича

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

О.Н. Павлова

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Саратов 2019

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментально полученные временные ряды всегда содержит шум различного происхождения. Измерительный шум влияет на точность оценки характеристик сигнала и достоверность диагностики состояния системы по экспериментальным данным. Фильтрация не всегда улучшает характеристики зашумленных наборов данных. Проблемы возникают, например, при рассмотрении точечных процессов, когда информация о динамике системы кодируется в последовательностях времен стереотипных событий, а набор анализируемых данных представляет собой последовательность временных интервалов между повторяющимися событиями. Такая последовательность часто является шумоподобным процессом, в котором аддитивные помехи трудно обнаружить и устранить. В связи с этим необходимо иметь представление об эффектах, которые аддитивный шум оказывает на количественное описание динамики системы по экспериментальным данным. Влияние относительно слабых флуктуаций может различаться для сигналов различной сложности и для разных динамических режимов. Такие системы демонстрируют различные формы подстройки режимов (синхронизации колебаний), которые зависят от степени взаимодействия и индивидуальной динамики осцилляторов. Подстройка режимов динамики влияет на функционирование отдельных осцилляторов и меняет скейлинговые характеристики последовательностей времен возврата в секущую Пуанкаре. Синхронные и асинхронные колебания часто характеризуются различными типами корреляций. Различия в структуре последовательностей времен возврата могут приводить к различному влиянию шума на достоверную диагностику режимов динамики системы по экспериментальным данным.

Целью данной выпускной квалификационной работы является изучение влияния измерительного шума на скейлинговые характеристики режимов динамики связанных хаотических систем, оцениваемые по последовательностям времен возврата в секущую Пуанкаре.

Материалы исследования. Исследования проводились, используя три модели хаотических систем: осциллятор Рёсслера, систему Лоренца и модель нефрона, и метод анализа флуктуаций относительно тренда (метод DFA) в качестве подхода к обработке данных [1].

Выпускная квалификационная работа содержит введение, три главы (1. Краткие теоретические сведения; 2. Методы и модели; 3. Результаты проведенных исследований), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 60 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Краткие теоретические сведения. В данной работе, для корреляционного анализа временных рядов используется метод DFA. Он основан на переходе к случайному блужданию с дальнейшим расчетом среднеквадратичного отклонения. С помощью данного метода возможно вычисление показателя скейлинга α как наклона зависимости $F(n)$ на графике в двойном логарифмическом масштабе. Эта величина связана с показателями, описывающими спад корреляционной функции или частотную зависимость функции спектральной плотности. Алгоритм включает в себя следующие четыре шага:

1) Построение случайного блуждания $y(k)$, являющегося профилем исходного набора данных $x(i)$, $i = 1, \dots, N$:

$$y(k) = \sum_{i=1}^k [x(i) - \langle x \rangle], \quad (1)$$

где $\langle x \rangle$ - это среднее значение.

2) Сегментирование $y(k)$ на неперекрывающиеся части фиксированного размера n и линейную аппроксимацию внутри каждой части для получения кусочно-линейной функции $y_n(k)$, которая описывает локальный тренд.

3) Вычисление среднеквадратичной флуктуации $F(n)$

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2} . \quad (2)$$

4) Повторение оценок для различных n и вычисление показателя скейлинга α , который описывает степенное поведение

$$F(n) \sim n^\alpha . \quad (3)$$

Значения $\alpha < 0.5$ количественно определяют анти-коррелированную статистику выборок данных $x(i)$, т.е. чередование больших и малых значений $x(i)$, когда после малых значений появляются большие значения и наоборот. Степенные зависимости с $\alpha > 0.5$ соответствуют коррелированному случаю. Некоррелированная динамика набора данных характеризуется величиной $\alpha = 0.5$.

Связанные системы Рёсслера. Два диффузионно связанных осциллятора Рёсслера представляют собой стандартную модель взаимодействующих нелинейных систем, которая демонстрирует различные сложные динамические режимы, включая регулярные, хаотические и гиперхаотические колебания с различными фазовыми сдвигами между сигналами взаимодействующих подсистем.

$$\begin{aligned} \frac{dx_{1,2}}{dt} &= -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2}), \\ \frac{dy_{1,2}}{dt} &= \omega_{1,2}x_{1,2} + \alpha y_{1,2}, \\ \frac{dz_{1,2}}{dt} &= b + z_{1,2}(x_{1,2} - c) \end{aligned} \quad (4)$$

Управляющие параметры a , b и c определяют динамику каждой системы, а γ количественно определяет силу связи. Здесь мы использовали следующий набор параметров: $a = 0.15$, $b = 0.2$, $\gamma = 0.02$, $\omega_0 = 1$ и варьировали параметры c и Δ для анализа переходов между различными типами регулярных и хаотических аттракторов или к гиперхаотическому режиму (рисунок 1).

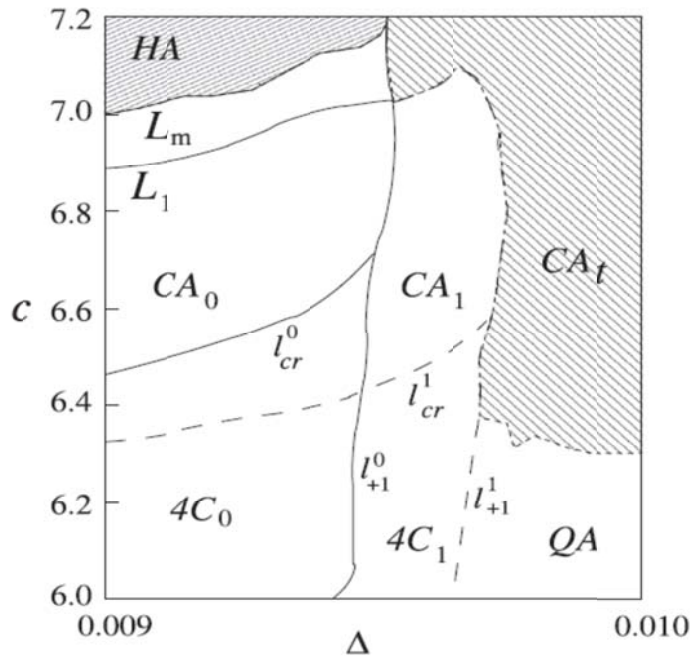


Рисунок 1 – Упрощенная бифуркационная диаграмма модели двух связанных осцилляторов Рёсслера

Связанные системы Лоренца. Связанные системы Лоренца демонстрируют сложные колебания с существенно отличающимися временными масштабами

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_{1,2}}{dt} &= \alpha(y_{1,2} - x_{1,2}) + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2}), \\
 \frac{dy_{1,2}}{dt} &= r_{1,2}x_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2} - y_{1,2}, \\
 \frac{dz_{1,2}}{dt} &= x_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2}b.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Параметры $\sigma = 10$, $r_1 = 28.8$, $r_2 = 28$ и $b = 8/3$ определяют колебания каждой подсистемы, а γ - силу связи. Два типа движений легко обнаруживаются в динамике отдельных осцилляторов. Первый тип - это переключения между состояниями $''+1''$ ($x_{1,2} > 0$) и $''-1''$ ($x_{1,2} < 0$), если каждый осциллятор рассматривается как бистабильная система.

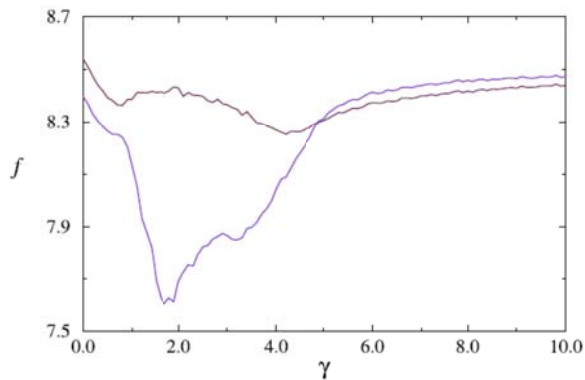


Рисунок 2 – Частоты колебаний для двух связанных систем Лоренца в зависимости от силы связи

Средняя частота переключений зависит как от набора параметров, характеризующих динамический режим, который реализуется в отсутствие связи, так и от силы взаимодействия. Сравнительно более быстрый масштаб времени характеризует вращение траектории фазового пространства вокруг неустойчивых фокусов (рисунок 2).

Результаты проведенных исследований.

Связанные системы Ресслера. Сложные колебания в динамике двух связанных систем Ресслера характеризуются многомасштабной структурой, а степень мультифрактальности варьируется между синхронными и асинхронными режимами. В связи с этим скейлинговый показатель α зависит от временного масштаба. На рисунке 3а показаны зависимости $\lg F$ от $\lg n$ для гиперхаотического аттрактора *НА*, который был выбран в качестве наиболее сложного режима модели (4). В отличие от ранее проводившихся исследований, здесь мы обсудим влияние шума на особенности скейлинга сложных режимов колебаний и рассмотрим случаи корреляций малой длительности ($n \sim 10$), корреляций средней длительности ($n \sim 100$) и корреляций дальней длительности ($n \sim 1000$). Согласно рисунку 3а, локальные наклоны зависимости $\lg F$ от $\lg n$ отличаются, хотя значения α довольно схожи в первых двух диапазонах для детерминированной динамики.

Присутствие шума во временах возврата увеличивает показатели скейлинга, однако, соответствующие изменения могут отличаться для разных диапазонов масштабов. Чтобы проиллюстрировать это обстоятельство, рассматриваются вариации значений α в зависимости от изменений управляющих параметров.

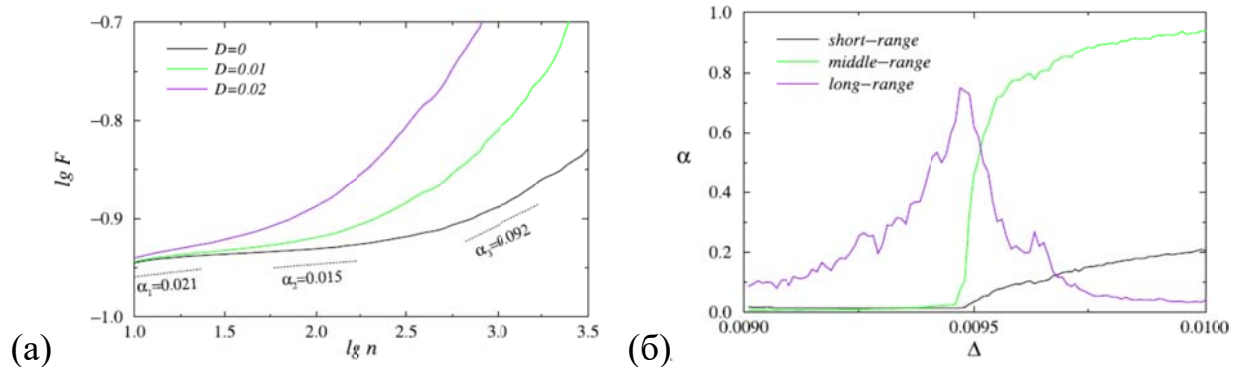


Рисунок 3 – Зависимости $F(n)$ в двойном логарифмическом масштабе для разных интенсивностях шума (а), и вычисленные скейлинговые показатели α в разных диапазонах масштабов (б)

На рисунке 3б показаны результаты для $c = 7.2$ в диапазоне $\Delta \in [0.009; 0.010]$, который включает в себя переход от синхронного гиперхаотического аттрактора HA к асинхронному хаотическому режиму CA вблизи значения $\Delta = 0.0095$. Хотя этот переход может быть обнаружен на основе значений α при анализе корреляций малой длительности, учет корреляций средней длительности дает более информативную характеристику структурных изменений в последовательностях времен возврата.

Теперь давайте сравним влияние измерительного шума на характеристику этих режимов по последовательностям времен возврата с добавленными флуктуациями различной интенсивности, оценивая α как локальный наклон зависимости (3) в области около $n \sim 100$. На рисунке 4а показаны результаты для интенсивности шума в диапазоне $[0,01; 0,05]$. Поскольку значения α детерминированной динамики отличаются для

аттракторов HA и CA_i , сравнительный анализ далее проводится для абсолютной ошибки:

$$E = \alpha_{noi} - \alpha_0, \quad (6)$$

где α_0 - значение, вычисленное для динамики связанных осцилляторов в отсутствие шума, а α_{noi} - значение, полученное при наличии аддитивных колебаний. Согласно рисунку 4а, измерительный шум оказывает примерно в 5 раз более сильное влияние на синхронную динамику, связанную с аттрактором HA , чем на асинхронную хаотическую динамику CA_i . Поэтому диагностика режимов синхронных гиперхаотических колебаний по зашумленным точечным процессам является более сложной процедурой.

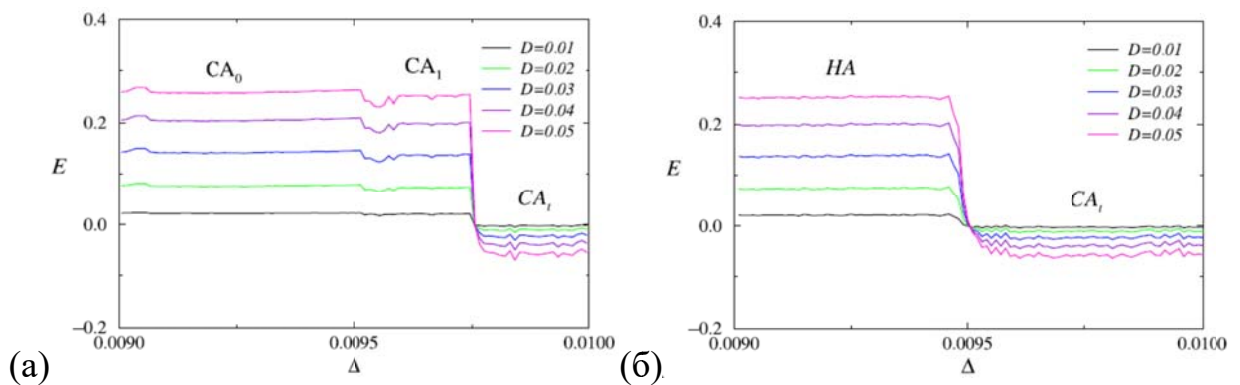


Рисунок 4 – Ошибки вычисления значения α в зависимости от параметра Δ для случая $c = 6.8$ (а) и $c = 7.2$ (б) (рассматривался белый шум)

В рассмотренном примере мы сравнили два колебательных режима различной сложности. Рисунок 4б показывает, что аналогичный вывод следует из анализа других типов кооперативной динамики, а именно, синхронных хаотических колебаний CA_0 и CA_1 по сравнению с асинхронным хаосом CA_i . Опять же, асинхронные колебания легче охарактеризовать по зашумленным последовательностям времен возврата, так как наличие флуктуаций приводит к менее выраженным изменениям в характеристиках скейлинга.

Согласно рисунку 5, эффекты шума сопоставимы при рассмотрении различных типов синхронной или асинхронной динамики. Так, на рисунке 5а показаны почти аналогичные абсолютные ошибки вычисления показателя скейлинга α в широком диапазоне значений c (для $\Delta=0.009$), который включает каскад бифуркаций удвоения периода и объединение хаотических аттракторов, приводящее к гиперхаосу. Поэтому похожий эффект влияния шума проявляется независимо от сложности динамики. По аналогии, переход от квазипериодических колебаний (QA) к хаотическому режиму (CA_i) также характеризуется аналогичными вариациями величина α (рисунок 5б).

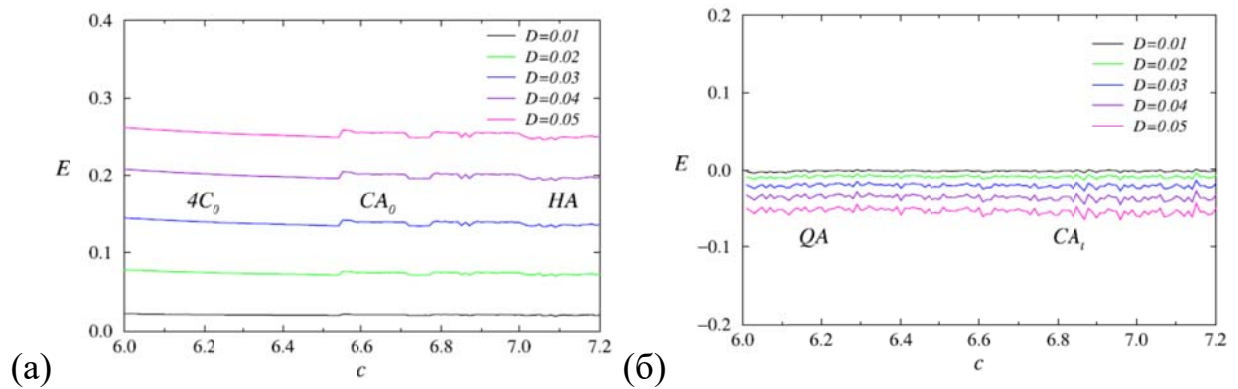


Рисунок 5 – Ошибки оценки значения α в зависимости от параметра c при $\Delta = 0.009$ (а) и $\Delta = 0.010$ (б)

Асинхронная динамика в основном связана с положительными корреляциями последовательностей времени возврата ($\alpha > 0.5$), тогда как синхронные режимы обычно связаны с анти-коррелированной структурой времен возврата ($\alpha < 0.5$). Недавние исследования [2, 3] обсуждали влияние потери части экспериментальных данных на характеристики скейлинга на основе нескольких примеров шума и показали, что отсутствие некоторых сегментов данных из-за артефактов приводит к более сильным изменениям характеристик масштабирования для анти-коррелированной динамики. Хотя здесь мы не исключаем некоторые фрагменты данных, которые обеспечивают изменение корреляционных свойств оставшихся данных, учет

измерительного шума можно интерпретировать как частичную потерю информации о детерминированной динамике взаимодействующих автоколебательных систем. Поэтому выводы работ о различной чувствительности антикоррелированных и положительно коррелированных данных к отсутствию информации могут быть расширены для случая синхронной и асинхронной зашумленной динамики.

Связанные системы Лоренца. Динамика связанных систем Лоренца с выбранным набором параметров демонстрирует меньшие различия значений α при изменении масштаба времени (рисунок 6а). Таким образом, скейлинговые свойства корреляций малой и средней длительности почти одинаковы. Увеличение α для длительных корреляций также гораздо менее выражено по сравнению с предыдущей моделью (рисунок 3а). На рисунке 6б показана типичная зависимость α от силы связи γ . Начальная десинхронизация колебаний с максимумом разницы частот около $\gamma=1.5$ сопровождается коррелированной структурой времен возврата с $\alpha \approx 0.6$. С увеличением γ в диапазоне $[1.5; 5.0]$, скейлинговый показатель уменьшается до значения $\alpha = 0.5$.

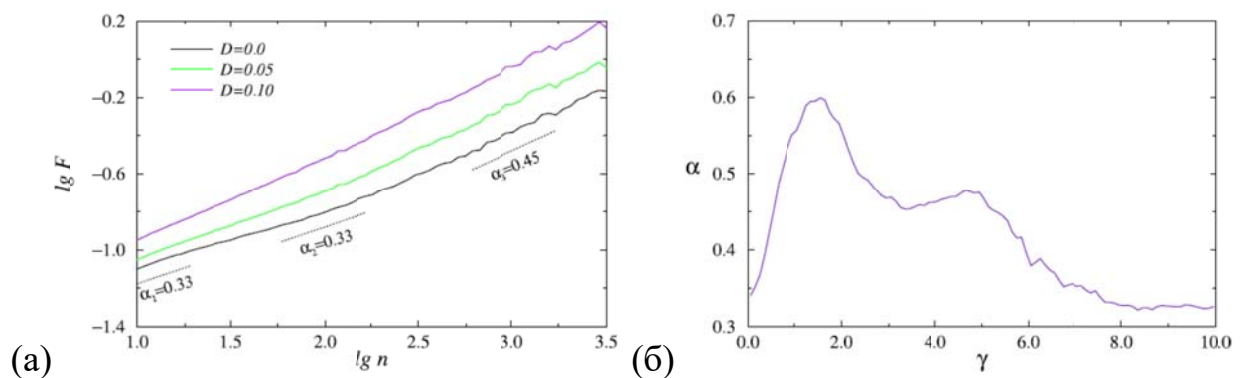


Рисунок 6 – Зависимости $F(n)$ в двойном логарифмическом масштабе для разной интенсивности шума (а) и вычисленный для $D=0$ скейлинговый показатель α (б)

В этом интервале γ подстраиваются стохастические временные масштабы, а именно частоты переключений. Далее, при $\gamma > 5$ происходит

синхронизация колебаний, и α уменьшается до 0.35 ($\gamma=10$), что указывает на переход к анти-коррелированной статистике времен возврата.

Чтобы проиллюстрировать различную чувствительность последовательностей времен возврата, связанных с синхронной и асинхронной динамикой связанных систем к измерительному шуму, мы оценили абсолютную ошибку вычисления значений α при наличии аддитивных флуктуаций (6) - рисунок 7. Согласно этому рисунку, асинхронная динамика ($\gamma \in [1.5; 5]$) характеризуется незначительными изменениями значений α по сравнению со случаем синхронизации ($\gamma > 5$).

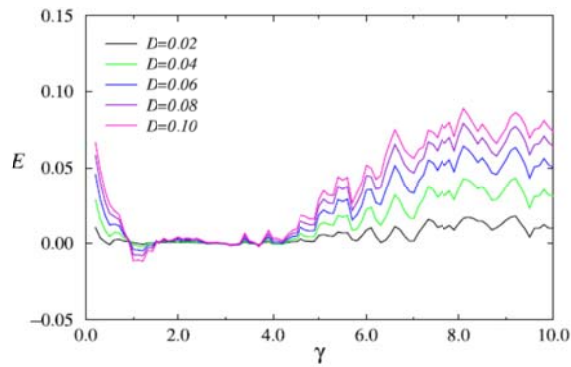


Рисунок 7 – Ошибка расчета значения α в зависимости от параметра γ для разных значения интенсивности белого шума

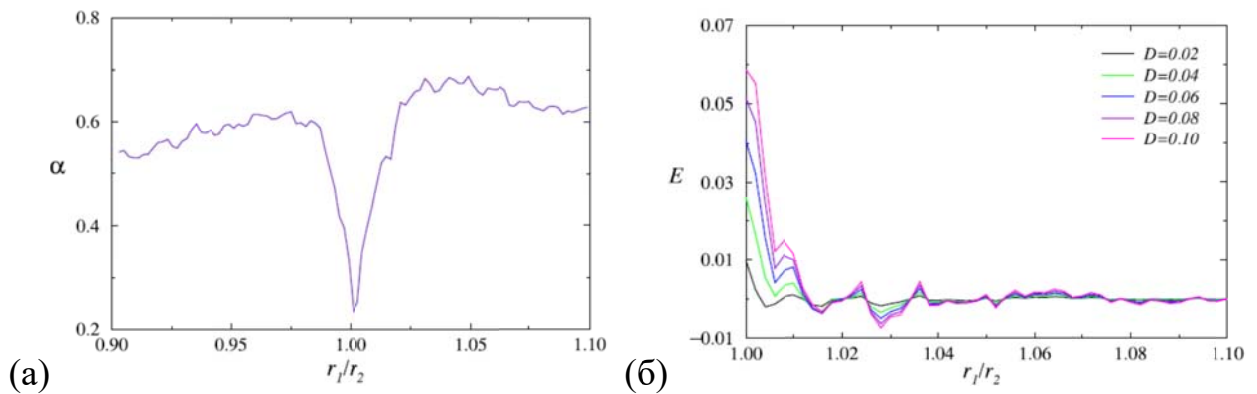


Рисунок 8 – Зависимость α от соотношения r_1 / r_2 (а) и приближенные значения ошибки вычислений для разных значений интенсивности шума (б).

Этот эффект можно проиллюстрировать, изменив отношение параметров r взаимодействующих систем при фиксированной силе связи. На рисунке 8а показан типичный пример того, как показатель скейлинга меняется с изменением отношения r_1/r_2 . Этот рисунок четко иллюстрирует переход от коррелированной статистики времен возврата асинхронных режимов ($\alpha > 0.5$) к анти-коррелированной статистике ($\alpha < 0.5$) внутри области синхронизации. На основании предыдущих оценок мы ожидаем, что последовательности времен возврата внутри области синхронизации более чувствительны к измерительному шуму. Рисунок 8б подтверждает это предположение, показывая, что самые сильные изменения в значениях α появляются для идентичных систем ($r_1 = r_2$), и добавленные флуктуации незначительно влияют на оценки скейлинговых показателей вне области синхронизации (например, ошибка E близка к нулю для $r_1/r_2 = 1.1$). Таким образом, результаты для взаимодействующих систем Лоренца подтверждают выводы для двух связанных систем Рёсслера, демонстрирующие различную чувствительность синхронных колебаний (с анти-коррелированной статистикой последовательностей времен возврата) и асинхронных колебаний (характеризующихся положительными корреляциями времен возврата) к измерительному шуму, присутствующему в точечных процессах. Аналогичные выводы были сделаны при рассмотрении модели парных нефронов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматривая три модели автоколебательных систем со сложной динамикой, а именно систему Рёсслера, систему Лоренца и модель нефрона, а также различные типы регулярных и хаотических аттракторов, было показано существенно различное влияние измерительного шума на оценку скейлинговых характеристик синхронных и асинхронных динамических режимов. Эти режимы часто количественно характеризуются различными

типами корреляций в последовательных временах возврата: переход к состоянию синхронных колебаний сопровождается уменьшением показателя скейлинга метода DFA и переходом от положительных корреляций к антикорреляциям в последовательностях времен возврата. Соответствующие различия могут быть причиной различного влияния аддитивного шума на оценку показателей скейлинга.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что синхронные колебания в динамике связанных хаотических систем демонстрируют намного более сильные различия между показателями скейлинга детерминированных и зашумленных последовательностей времен возврата, чем асинхронные колебания. Поэтому выборки данных синхронных колебательных режимов приводят к значительно более высоким ошибкам корреляционного анализа. Этот вывод подтверждается как для белого, так и для цветного шума, присутствующего в экспериментально регистрируемых последовательностях времен возврата.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Peng C.–K. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series / C.–K. Peng, S. Havlin, H. Stanley, A. Goldberger // *Chaos*. – 1995. – Vol. 5. – P. 82–87.
- [2] Ma Q.D.. Effect of extreme data loss on long-range correlated and anticorrelated signals quantified by detrended fluctuation analysis // *Phys. Rev. E*. – 2010. – V. 81. – P. 031101.
- [3] Pavlov, A.N., Pavlova, O.N., Abdurashitov, A.S., Sindeeva, O.A., Semyachkina-Glushkovskaya, O.V., Kurths, J. Characterizing scaling properties of complex signals with missed data segments using the multifractal analysis // *CHAOS*. – 2018. – V. 28. – P. 013124.