МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Исследование возникновения бегущих волн в ансамблях нелокально связанных элементов с удвоениями периода

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 241 группы направления 03.04.03 «Радиофизика» физического факультета Ракова Виктора Олеговича

| Научный руководитель | |
|----------------------|---------------|
| доцент, к.фм.н. | А.В. Слепнев |
| Зав. кафедрой | |
| д.фм.н., профессор | В.С. Анищенко |

Саратов 2019

введение

Существенное влияние на динамику ансамблей автогенераторов оказывает тип связи между ними. В настоящее время особое внимание привлекает случай нелокальной связи, когда элементы системы связаны не только с соседями, но и с соседями соседей и так далее. Такой интерес обусловлен возникновением в ансамблях нелокально связанных элементов так называемых химерных состояний [1–6]. Хотя в некоторых случаях они также могут наблюдаться в системах с глобальным [7–9] и локальным [10–12] взаимодействием. Главной отличительной чертой химерный состояний является наличие в ансамбле из идентичных элементов кластеров осцилляторов с качественно различным поведением. Осцилляторы, состояния которых близки к синфазной синхронизации составляют так называемые когерентные кластеры, в то время как осцилляторы с нерегулярно распределенными состояниями образуют некогерентные кластеры.

В связи с исключительным интересом именно к химерным состояниям несколько «забытыми» оказываются другие пространственно-временные режимы, такие как стоячие и бегущие волны, также возникающие в ансамблях с нелокальной связью. Однако исследование их возникновения и эволюции также является важным, так как именно эти структуры служат основой для «рождения» химерных состояний при уменьшении силы связи между элементами ансамбля [3,13,14]. Поэтому цель данной выпускной квалификационной работы можно сформулировать следующим образом: выявление причин и особенностей формирования режима бегущих волн в ансамблях нелокально связанных элементов с удвоениями периода.

Основное содержание работы

В качестве ансамбля нелокально связанных элементов с удвоениями периода в данной работе будет рассматриваться одномерное кольцо нелокально связанных генераторов Анищенко – Астахова. Уравнения такой системы могут быть записаны в следующем виде:

$$\dot{x}_{i} = mx_{i} + y_{i} - x_{i}z_{i} + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (x_{j} - x_{i}),$$

$$\dot{y}_{i} = -x_{i} + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (y_{j} - y_{i}),$$

$$\dot{z}_{i} = -gz_{i} + \frac{g}{2} x_{i} (x_{i} + |x_{i}|),$$
(1)

где $x_i = x_i(t), y_i = y_i(t), z_i = z_i(t)$ — это безразмерные динамические переменные состояния элементов с номерами i = 1, 2, ..., N; t — безразмерное время; m и g — управляющие параметры отдельных элементов. Граничные условия периодические с периодом $N: x_1 = x_{N+1}, y_1 = y_{N+1}, z_1 = z_{N+1}, \dot{x}_1 = \dot{x}_{N+1}, \dot{y}_1 = \dot{y}_{N+1}, \dot{z}_1 = \dot{z}_{N+1}$. Связь вводится в первое и второе уравнения с силой связи σ и с количеством соседей справа и слева P. Для удобства вместо количества соседей будем использовать радиус связи r = P/N.

Исследования данной системы уже проводились в ряде работ [6,15]. При значениях параметров m = 1.49, g = 0.2, N = 100 для неё были построены карты режимов на плоскости параметров связи σ и r (рисунок 1). На рисунке 1(a) показаны области существования или сосуществования основных динамических режимов в системе (1):

- I. Область существования только режима полной хаотической синхронизации.
- II. Область существования только бегущих волн с различными волновыми числами.
- III. Область сосуществования бегущих и стоячих волн с различными волновыми числами. Более детально карта режимов стоячих волн с различными волновыми числами представлена на рисунке 1(б).
- IV. Область существования только стоячих волн.



V. Область существования химерных состояний.

Рисунок 1 — [Опубликовано в [15]] Карты режимов, существующих в ансамбле хаотических автогенераторов (1), на плоскости параметров r, σ : (а) — полная карта режимов; (б) карта расположения областей стоячих волн. Области существования различных динамических режимов помечены римскими цифрами, описание которых представлено выше.

В работе [15] основное внимание было уделено исследованию возникновения химерных состояний как из режимов стоячих волн, так и на основе бегущих волн. При этом вопросы о причинах формирования бегущих волн, их эволюции при изменении управляющих параметров, а также существования областей на плоскости параметров связи, в которых существуют либо только бегущие волны, либо только стоячие волны, либо наблюдается сосуществование этих режимов остались «за кадром». В рамках данной выпускной квалификационной работы делается попытка дать ответы на перечисленные вопросы.

Как можно видеть из полной карты режимов ансамбля хаотических автогенераторов (1), представленной на рисунке 1(а), для него существует несколько основных вариантов возникновения пространственно-временных режимов при вариации параметров связи σ и r:

- 1. Возникновение бегущих волн при переходе из области полной хаотической синхронизации I в область II.
- 2. Возникновение стоячих волн в дополнение к бегущим волнам при переходе из области II в область III.

3. Возникновение стоячих волн при переходе из области полной хаотической синхронизации I в область IV.

В работе рассматривается каждая из перечисленных ситуаций по отдельности.

При переходе из области I в область II в системе (1) возникают бегущие волны (рисунок 2). Они характеризуются меняющимся во времени (движущимся по кольцу) пространственно-временным профилем (рисунок 2(а)). Из пространственно-временной диаграммы видно, что в ансамбле возникает точка или область фазовой перестройки, которая со временем движется по кольцу (рисунок 2(б)). Пространственное распределение сечений Пуанкаре демонстрирует квазипериодический характер колебаний каждого элемента во времени (рисунок 2(в)). Подобный эффект наблюдался при переходе от колебаний периода-1 к колебаниям удвоенного периода в одномерной автоколебательной среде с локальной связью, элементом которой также выступал генератор Анищенко – Астахова [16]. Между соседними автогенераторами возникает отличная от нуля разность фаз. Это приводит к тому, что разность фаз между «первым» и «последним» элементами становится равной 2π , что характерно именно для режима бегущих волн (рисунок 2(г)).

Таким образом, можно сделать вывод, что причиной рождения режима бегущих волн в данном случае является возникновение бистабильности в парциальном элементе, заключающейся в сосуществовании в нём квазипериодического и хаотического режима колебаний во времени. Квазипериодический режим является основой для бегущих волн, хаотический — для режима полной хаотической синхронизации.

Рассмотрим теперь переход из области II в область III. После пересечения границы, разделяющей эти регионы, режим бегущих волн продолжает существовать. Помимо режима бегущих волн, в рассматриваемом ансамбле автогенераторов при тех же самых значениях параметров связи теперь существует ещё один пространственно-временной режим — стоячие волны (рисунок 3). Хотя данный тип динамики и не вполне соответствует классическому понятию о стоячих волнах, так как значения динамической переменной x_i в его узлах не являются постоянной величиной (рисунок 3(а)), для удобства будем называть их именно так. Возможно, такое поведение в узлах связано



Рисунок 2 — Пространственно-временные характеристики ансамбля (1) в режиме бегущих волн при $\sigma = 0.4$ и r = 0.25: (а) — пространственно-временной профиль; (б) — пространственно-временная диаграмма; (в) — пространственное распределение сечений Пуанкаре фазовых пространств парциальных элементов плоскостями $y_i = 0$; (г) — пространственно-временное распределение фазовых сдвигов.

исключительно с выбором плоскости, на которую будет проецироваться многомерное фазовое пространство исследуемой системы. В данном случае это (x_i, i) .

Пространственно-временная диаграмма демонстрирует наличие в системе двух кластеров синхронного поведения, включающих в себя примерно одинаковое количество элементов (рисунок 3(б)). Динамика во времени данных качественно совпадает, представляя собой колебания периода-2, что наглядно показывает вид пространственного распределения сечений (рисунок 3(в)). А различие между кластерами состоит в том, что колебания во времени автогенераторов, входящих в первый, сдвинуты примерно на половину периода относительно колебаний автогенераторов во втором.

Пространственно-временное распределение фазовых сдвигов (рисунок 3(г)) демонстрирует два важных момента. Во-первых, то, что данный режим действительно является стоячей волной, так как набег фазы за длину системы (разность фаз между «первым» и «последним» элементами) равна 0. Во-вторых, в данном распределении существует ещё одна точка, имеющая нулевой сдвиг фазы относительно «первого» элемента. Она и общий вид распределения фазовых сдвигов говорит о наличии в системе пространственной симметрии.

Таким образом, можно сделать общий вывод о том, что причиной возникновения в области III режима стоячих волн является «расширение» мультистабильности парциального генератора при переходе параметров связи через некоторое пороговое значение. То есть, трём различным пространственновременным режимам (бегущим волнам, стоячим волнам и режиму полной хаотической синхронизации) соответствуют три различных режима временной динамики парциального элемента (квазипериодический, периодический и хаотический соответственно).

Нужно отметить, что переход из области III в область IV ничем принципиально не отличается от случая, рассмотренного в данном разделе. В области IV не наблюдается режим квазипериодической динамики во времени, а следовательно и бегущие волны.

Также был рассмотрен переход ещё через одну границу — между областью полной хаотической синхронизации I и областью IV. Такой переход сопровождается возникновением на границе данных областей множественной кластеризации — наличия большого количества кластеров с синхронной динамикой, отличающихся друг от друга количеством входящих в них элементов. Причём это количество случайно и полностью зависит от начальных условий. Динамика во времени элементов каждого кластера в этом режиме полностью аналогична случаю стоячих волн, описанному выше. То есть в каждом из них наблюдаются колебания периода-2, а сдвиг фазы колебаний между автогенераторами из разных кластеров составляет примерно половину пери-



Рисунок 3 — Пространственно-временные характеристики ансамбля (1) в режиме стоячих волн при $\sigma = 0.4$ и r = 0.18: (a) — пространственно-временной профиль; (б) — пространственно-временная диаграмма; (в) — пространственное распределение сечений Пуанкаре фазовых пространств парциальных элементов плоскостями $y_i = 0$; (г) — пространственно-временное распределение фазовых сдвигов.

ода. В самой же области IV наблюдаются стоячие волны с пространственновременными характеристиками, полностью аналогичными случаю, описанному выше. Также необходимо ещё раз подчеркнуть, что в данной области для парциальных элементов ансамбля возможны только два варианта временной динамики — периодическая и хаотическая, поэтому в ней сосуществуют только режимы стоячих волн и полной хаотической синхронизации соответственно.

Кроме вопроса о возникновении в системе (1) бегущих волн была исследована эволюция пространственно-временных режимов, реализующихся в ансамбле, при вариации параметров связи σ и r внутри области III, так как во всех других областях пространственно-временные режимы не претерпевают никаких качественных изменений. По итогам исследований, проведенных в работе, был сделан общий вывод, что как для бегущих волн, так и для стоячих при фиксированном значении радиуса связи r и уменьшении силы связи σ происходит возникновение дополнительных кластеров синхронизации с резкими границами. Причём переход через эти границы сопровождается скачкообразным изменением фазы колебаний во времени, а в случае бегущих волн возникновение таких резких переходов сопровождается, по-видимому, резонансом на многомерном торе, так как колебания во времени становятся периодическими или близкими к этому. Эволюция пространственно-временных режимов системы (1) в случае фиксированной силы связи σ и уменьшения радиуса связи r оказывается практически полностью аналогичной случаю фиксированного радиуса связи r и уменьшения силы связи σ . Разница состоит только в том, что в первом случае уменьшение одного из параметров связи приводит к искажению кластеров когерентности, а во втором — к возникновению резких переходов между этими кластерами и, затем, к «рождению» химерных состояний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная выпускная квалификационная работа дополняет проведённые ранее исследования одномерных ансамблей и сред, в качестве элементов которых рассматривался хаотический автогенератор Анищенко – Астахова [6, 15–17]. В рамках неё был получен ряд результатов, позволяющих сформулировать закономерности формирования и эволюции пространственновременных структур в этих ансамблях:

- Причиной возникновения режима бегущих и стоячих волн в одномерном ансамбле нелокально связанных автогенераторов с удвоениями периода является возникновение мультистабильности в парциальном элементе — сосуществования периодического, квазипериодического и хаотического аттракторов. Периодический режим является основой для стоячих волн, квазипериодический — для бегущих волн, хаотический для режима полной хаотической синхронизации.
- 2. На границе перехода из области полной хаотической синхронизации в область возникновения стоячих волн возникает явление множественной кластеризации — наличия большого количества кластеров с синхронной динамикой, отличающихся друг от друга количеством входящих в них элементов. Причём это количество случайно и полностью зависит от начальных условий.
- 3. Как для бегущих волн, так и для стоячих при фиксированном значении радиуса связи r и уменьшении силы связи σ , а также при фиксированной силе связи σ и уменьшении радиуса связи r происходит возникновение дополнительных кластеров синхронизации. Причём в случае уменьшения силы связи границы между кластерами становятся резко очерченными, переход через них сопровождается скачкообразным изменением фазы колебаний во времени. А в случае уменьшения радиуса связь становится локальной, наблюдается искажение формы этих кластеров когерентности.

Таким образом, цель выпускной квалификационной работы достигнута, а также выявлен ряд эффектов, выходящих за её рамки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Kuramoto Y., Battogtokh D. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2002. Vol. 5, no. 4. P. 380–385.
- Abrams D. M., Strogatz S. H. Chimera states for coupled oscillators // Physical review letters. 2004. Vol. 93, no. 17. P. 174102.
- Loss of coherence in dynamical networks: spatial chaos and chimera states / I. Omelchenko, Y. Maistrenko, P. Hövel et al. // Physical review letters. 2011. Vol. 106, no. 23. P. 234102.
- Zakharova A., Kapeller M., Schöll E. Chimera death: symmetry breaking in dynamical networks // Physical review letters. 2014. Vol. 112, no. 15. P. 154101.
- Panaggio M. J., Abrams D. M. Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators // Nonlinearity. 2015. Vol. 28, no. 3. P. R67.
- Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems / S. A. Bogomolov, A. V. Slepnev, G. I. Strelkova et al. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2017. Vol. 43. P. 25 – 36. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1007570416302234.
- Yeldesbay A., Pikovsky A., Rosenblum M. Chimeralike states in an ensemble of globally coupled oscillators // Physical review letters. 2014. Vol. 112, no. 14. P. 144103.
- Sethia G. C., Sen A. Chimera states: the existence criteria revisited // Physical review letters. 2014. Vol. 112, no. 14. P. 144101.
- Amplitude-phase coupling drives chimera states in globally coupled laser networks / F. Böhm, A. Zakharova, E. Schöll et al. // Physical Review E. 2015. Vol. 91, no. 4. P. 040901.

- Laing C. R. Chimeras in networks with purely local coupling // Physical Review E. 2015. Vol. 92, no. 5. P. 050904.
- Chimera-type states induced by local coupling / M. G. Clerc, S. Coulibaly, M. A. Ferré et al. // Physical Review E. 2016. Vol. 93, no. 5. P. 052204.
- Shepelev I. A., Zakharova A., Vadivasova T. E. Chimera regimes in a ring of oscillators with local nonlinear interaction // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2017. Vol. 44. P. 277–283.
- Transition from spatial coherence to incoherence in coupled chaotic systems /
 I. Omelchenko, B. Riemenschneider, P. Hövel et al. // Physical Review E. 2012. Vol. 85, no. 2. P. 026212.
- 14. Does hyperbolicity impede emergence of chimera states in networks of nonlocally coupled chaotic oscillators? / N. Semenova, A. Zakharova, E. Schöll et al. // EPL (Europhysics Letters). 2015. Vol. 112, no. 4. P. 40002.
- Slepnev A. V., Bukh A. V., Vadivasova T. E. Stationary and non-stationary chimeras in an ensemble of chaotic self-sustained oscillators with inertial nonlinearity // Nonlinear Dynamics. 2017. Vol. 88, no. 4. P. 2983–2992. URL: http://dx.doi.org/10.1007/s11071-017-3426-0.
- 16. Слепнев А. В., Вадивасова Т. Е. Бифуркации удвоения периода и эффекты шумового воздействия в мультистабильной автоколебательной среде // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19, № 4.
- Slepnev A. V., Vadivasova T. E., Listov A. S. Multistability, period doubling and traveling waves suppression by noise excitation in a nonlinear self-oscillatory medium with periodic boundary conditions // Nelineinaya Dinamika. 2010. C. 755–767. URL: http://dx.doi.org/10.20537/nd1004004.