

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

**Исследование многочастотных квазипериодических
колебаний в связанных динамических системах с
двухчастотной квазипериодической и хаотической
динамикой**

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД ОБ ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ ПОДГОТОВЛЕННОЙ
НАУЧНО-КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ (ДИССЕРТАЦИИ)

аспирантки 4 курса

направление 03.06.01 «Физика и астрономия»

факультета нелинейных процессов

Щеголевой Натальи Александровны

Научный руководитель

к.ф.-м.н.

Л.В.Тюрюкина

Саратов 2019

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Задача о взаимодействии осцилляторов различной природы остается в центре внимания исследователей в различных областях науки: физики, химии, биологии и т.д. Это такие примеры, как оптомеханические, микромеханические системы, контакты Джозефсона, ионные ловушки, радиоэлектронные осцилляторы и др. Индивидуальные осцилляторы могут быть периодическими, квазипериодическими или хаотическими. В первом случае их слабое взаимодействие приводит или к синхронизации, или к квазипериодическим колебаниям. Два других случая являются более сложными и привлекают большое внимание исследователей уже достаточно длительное время.

Квазипериодические колебания являются одним из хорошо известных классов колебаний. Они занимают своего рода промежуточное положение между периодическими и хаотическими колебаниями. Квазипериодические колебания могут характеризоваться различным числом несоизмеримых частот, так что возникают представления о двух-, трех-, четырех- и т.д. частотной квазипериодичности, чему в фазовом пространстве отвечают инвариантные торы разной размерности. В последнее время квазипериодические колебания привлекают к себе внимание исследователей, поскольку существенно обогащают фундаментальные представления о динамике автоколебательных систем.

Также существуют прикладные области науки, где наблюдаются как автономные, так и неавтономные квазипериодические колебания. Необходимо отметить распространенность данного динамического поведения в технике, например, в оптоэлектронике и лазерах, магнитных

пленках, клистронных генераторах. Также данный тип колебаний наблюдается в моделях нейронов.

Фундаментальные вопросы, связанные с особенностями синхронизации квазипериодических колебаний, важны не только для теории колебаний, но также будут полезны при анализе взаимодействия оптоэлектронных систем, лазерных систем, нейронов и т. д. В литературе рассматривалась синхронизация полупроводниковых лазеров и термоакустических систем, где также наблюдались квазипериодические колебания и их синхронизация. Однако авторы получили только малую часть картины синхронизации квазипериодических колебаний, такую как фазовая синхронизация. В контексте моделей нейронов также важно учитывать квазипериодическую динамику и различные эффекты связанные с ней.

Базовыми объектами при исследовании квазипериодических колебаний являются как неавтономные системы в виде различных связанных осцилляторов с предельными циклами, так и новые примеры автономных моделей с квазипериодическим поведением. Существует ряд явлений, характерных именно для этого класса динамических систем. Можно выделить такие феномены, как квазипериодические бифуркации (бифуркации инвариантных торов), резонансная паутина Арнольда, самоорганизующаяся квазипериодичность, возможность сценария Ландау-Хопфа, эффект «широкополосной синхронизации» и др. Интересно, что квазипериодичность с разным числом несоизмеримых частот и квазипериодические бифуркации возможны не только для связанных осцилляторов с предельными циклами, но и для подсистем с хаотической динамикой. Квазипериодические колебания широко распространены в малоразмерных ансамблях отображениях.

Взаимодействие хаотических систем в значительной мере усложняют динамику, и сохранить квазипериодические колебания в таких системах удастся довольно редко. Возможность квазипериодических колебаний обнаружена в связанных системах с хаосом: двух связанных хаотических

осцилляторов Ресслера. Однако подробно этот феномен не обсуждался. Также исследовалось кольцо из трех односторонне связанных идентичных систем Лоренца. Были обнаружены режимы не только двух-, но и трехчастотной квазипериодичности. Однако, авторами был выполнен только однопараметрический анализ. При этом трехчастотные торы зафиксированы в очень узкой области изменения параметра (одна тысячная). Появление новой частоты объяснялось возможностью вращательного движения в системе и высокой степенью ее симметрии, обусловленной идентичностью взаимодействующих подсистем.

Целью данной работы является выявление специфики возбуждения многочастотных квазипериодических колебаний и их трансформаций при вариации параметров на примере простейших взаимодействующих систем для различных случаев динамики автономных подсистем.

Основными задачами данной работы являются:

1. Исследование связанных генераторов квазипериодических колебаний для различных значений управляющих параметров.
2. Исследование связанных систем Ресслера в режиме хаотических автоколебаний.
3. Разработка программных пакетов для исследования динамического поведения систем.

Объектами исследования являются автономные модели генераторов квазипериодических колебаний, два диссипативно связанных генератора квазипериодических колебаний, два связанных хаотических осциллятора Ресслера, три связанных хаотических осциллятора Ресслера.

Предмет исследования:

Различные динамические режимы, реализующиеся в исследуемых системах, такие как: затухающие колебания, периодические колебания, квазипериодические колебания с различным числом частотных компонент, различные типы хаотической динамики с различным спектром показателей

Ляпунова, включая гиперхаос с несколькими положительными ляпуновскими экспонентами, а также с дополнительными нулевыми показателями Ляпунова.

Методология и методы исследования.

Для решения указанных задач научного исследования использовался ряд аналитических и численных методов, принятых в теории динамических систем. Использовались методы компьютерного анализа сложной динамики, в том числе построение временных реализаций, фазовых портретов, сечений Пуанкаре, вычисление полного спектра показателей. Также анализировались спектры Фурье, проводился бифуркационный анализ периодических и квазипериодических орбит. Были привлечены методы наглядного графического представления сложной динамики при вариации параметров такие как: карты динамических режимов и карты показателей Ляпунова.

Достоверность полученных результатов обеспечивается точностью используемых методов для описания рассматриваемых систем, согласованностью характеристик рассматриваемых объектов с имеющимися теоретическими результатами, опубликованными в ведущих отечественных и зарубежных изданиях, апробацией результатов работы, обсуждением результатов работы на конференциях.

Научная новизна работы:

1. Впервые был проведен подробный детальный анализ картины синхронизации модели двух связанных генераторов квазипериодических колебаний для различных значений параметров подсистем. Проведен сравнительный анализ динамики систем для различных значений параметров. Показано, что при взаимодействии систем с квазипериодической динамикой возможны различные типы синхронизации: фазовая, полная и широкополосная. Впервые показана возможность возникновения двухчастотная широкополосная квазипериодичности для идентичных подсистем, ассоциирующаяся с широкополосной синхронизацией.
2. Для модели связанных генераторов квазипериодических колебаний показано наличие точки коразмерности-2, возникающей при переходе от четырехчастотных к трехчастотным колебаниям, возникающей в результате пересечений линий квазипериодических седло-узловых бифуркаций.

3. Для системы диссипативно связанных осцилляторов впервые описан сценарий возникновения хаотической динамики с одним дополнительным показателем Ляпунова в результате последовательности бифуркаций удвоения двухчастотного тора.
4. Впервые изучено устройство плоскости параметров частотная расстройка - сила связи для двух и трех связанных систем Ресслера в режиме хаоса. Обнаружена возможность двух и трехчастотной квазипериодичности, возникающей в результате взаимодействия осцилляторов.
5. На примере связанных систем Ресслера впервые показано, что при переходе от многочастотных торов к хаосу и гиперхаосу в спектре Фурье сохраняются пики, соответствующие частотам торов, на базе которых они возникли.

Теоретическая и практическая значимость исследования:

Обнаруженные в работе явления, проявляющиеся в многомерных взаимодействующих системах, дополняют раздел теории синхронизации и могут быть включены в соответствующие образовательные программы. Полученные результаты дополняют области теории колебаний и волн, а так же теории динамических систем. Результаты, полученные в первой главе используются в учебном процессе на факультет нелинейных процессов СГУ в рамках курса «Современные проблемы теории нелинейных систем». Также результаты работы использованы при выполнении научно-исследовательских работ по грантам РФФИ в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники им В.А. Котельникова РАН, и по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых в Саратовском государственном техническом университете.

Практическая значимость заключается в том, что подобные системы, такие как генераторы квазипериодических колебаний, могут использоваться в системах скрытой коммуникации на базе синхронизации динамического хаоса.

На защиту выносятся следующие положения:

1. При взаимодействии двух связанных генераторов квазипериодических колебаний при малой силе связи возможно сохранение многочастотной квазипериодической динамики, разрушение которой ассоциируется с возникновением хаотических колебаний с дополнительным нулевым

показателем Ляпунова. Переход от четырехчастотной к трехчастотной динамики в системе идентичных связанных осцилляторов квазипериодики ассоциируется с возникновением особой точки коразмерности 2.

2. В цепочке связанных хаотических осцилляторов возможно возникновением многочастотной квазипериодической динамики. Возникновение многочастотного квазипериодического поведения имеет пороговый характер относительно силы связи. С уменьшением силы связи происходит разрушение квазипериодической динамики с формированием хаоса и гиперхаоса с двумя и более положительными показателями Ляпунова.

Научно-квалификационная работа состоит из введения, двух глав, и заключения.

Первая глава посвящена исследованию динамики связанных генераторов квазипериодических колебаний. Рассматривается три типа поведения автономных подсистем в зависимости от управляющего параметра: 1) двухчастотные квазипериодические колебания, внутри которых языки синхронизации очень узкие и не заметны; 2) двухчастотные квазипериодические колебания с выраженной системой языков синхронизации на высших гармониках; 3) двухчастотные квазипериодические колебания с выраженной системой языков синхронизации на высших гармониках, чередующихся с хаотическими колебаниями.

Для всех трех случаев выбора параметра в модели связанных генераторов проиллюстрированы следующие режимы: полная синхронизация, отвечающая периодическому режиму; фазовая синхронизация, соответствующая режиму синхронной квазипериодичности, когда колебания являются квазипериодическими, а фазы генераторов точно захвачены; режим гибели колебаний; режим широкополосной квазипериодичности.

В данной главе показано, что режимы двухчастотной квазипериодичности имеют вид языков, встроенных в область трехчастотных колебаний, и образующих резонансную паутину Арнольда. Был проведен бифуркационный анализ торов, в результате которого в системе обнаружены бифуркации удвоения двумерного тора, квазипериодическая бифуркация Андронова-Хопфа, седло-узловые бифуркации. При исследовании перехода от фазовой к полной синхронизации и к режиму широкополосной квазипериодичности, обнаружены бифуркации Андронова-Хопфа и Неймарка-Сакера. Изучен переход от четырехчастотной к трехчастотной квазипериодичности при малой связи. Данный переход ассоциируется с точками квазипериодических бифуркаций коразмерности два QSNF (quasiperiodic saddle-node fan). В системе обнаружен хаотический режим с дополнительным нулевым показателем в спектре, а так же классический хаос с одним положительными показателем Ляпунова и гиперхаос.

Во второй главе исследуется динамика связанных хаотических осцилляторов Ресслера (два и три связанных генератора). Было показано формирование многочастотной квазипериодической динамики в хаотических осцилляторах. Также выявлены общие черты картины, такие как фазовая синхронизация хаотических колебаний, возникновение области гибели колебаний, полная синхронизация.

Особое внимание во второй главе уделяется возникновению квазипериодических колебаний. Обнаружена возможность реализации двухчастотных и трехчастотных квазипериодических режимов. Также были проанализированы спектры Фурье, и выявлено, что при возникновении гиперхаоса, в спектре Фурье сохраняются пики, соответствующие частотам торов, на базе которых они возникли.

Полный объём работы составляет 119 страниц, включая 68 рисунков и 2 таблицы. Список литературы содержит 72 наименований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе исследовались низкоразмерные цепочки (два и три элемента) диссипативно связанных осцилляторов. Рассматривались два случая: взаимодействие осцилляторов с квазипериодической динамикой и хаотической динамикой.

Проведено исследование особенностей взаимной синхронизации квазипериодических колебаний на примере модели двух связанных генераторов квазипериодических колебаний с состоянием равновесия. Подробно описана картина синхронизации генераторов на плоскости (частотная расстройка - сила связи). Показано, что в такого рода системе возможны как полная синхронизация, отвечающая периодическому режиму, так и режим синхронной квазипериодичности, когда колебания являются квазипериодическими, а фазы генераторов точно захвачены. Наблюдался также режим гибели колебаний. Особенность данной системы состоит также в возможности режима широкополосной квазипериодичности, которая заключается в том, что возникают двухчастотные колебания в определенном диапазоне изменения параметра связи и широком диапазоне частотной расстройки. Эта область наблюдается при уменьшении величины связи ниже области гибели колебаний. Другие режимы двухчастотной квазипериодичности имеют вид языков, встроенных в область трехчастотных колебаний, и образующих резонансную паутину Арнольда.

Подробно исследован переход от фазовой к полной синхронизации и к режиму широкополосной квазипериодичности. При таком переходе обнаружены бифуркации удвоения двумерного тора. Изучен переход от четырехчастотной к трехчастотной квазипериодичности при малой связи. Данный переход ассоциируется с точками квазипериодических бифуркаций коразмерности два QSNF (quasiperiodic saddle-node fan). Эти точки являются остриями языков двухчастотных режимов, имеющие порог по величине коэффициента связи. В их окрестности наблюдаются также трех- и четырехчастотные квазипериодические режимы. В модели обнаружена

возможность реализации хаотической динамики как с одним, так и с двумя положительными показателями Ляпунова, а также с дополнительным нулевым показателем в спектре.

В случае двух диссипативно связанных осцилляторов Ресслера на картах ляпуновских показателей наблюдаются области полной синхронизации, двухчастотной квазипериодичности, хаоса и гиперхаоса. Причем последние два типа режимов наблюдаются только, если несвязанные индивидуальные осцилляторы также демонстрируют хаос, а параметр связи невелик.

В случае трех диссипативно связанных осцилляторов Ресслера, помимо перечисленных выше режимов, также наблюдаются режимы трехчастотной квазипериодичности и гиперхаоса с тремя положительными показателями Ляпунова. При этом картина режимов качественно не зависит от того, какой из двух параметров частотной расстройки фиксировать.

В динамике хаотических осцилляторов Ресслера присутствует некоторая «автоколебательная компонента», которая проявляется при введении диссипативной связи и инициирует квазипериодические режимы. Фурье-спектры этих режимов имеют классический для квазипериодичности вид с соответствующим количеством независимых частотных компонент. А возникновение трехчастотных квазипериодических режимов при уменьшении параметра связи происходит за счет квазипериодической бифуркации Хопфа. При этом внутри трехчастотной квазипериодичности наблюдается множество резонансных двухчастотных торов, которые возникают за счет седло-узловой бифуркации.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на следующих **конференциях**:

- VIII Всероссийской конференции молодых ученых. 3-5 сентября 2013 г. Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика.

- IX Всероссийской конференции молодых ученых. 2-4 сентября 2014 г. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика.
- X Всероссийской конференции молодых ученых. Саратов, 8-10 сентября 2015 г. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика.
- XII Всероссийской конференции молодых ученых. Саратов, 5-7 сентября 2017 г. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика.
- XIII Всероссийской конференции молодых ученых. Саратов, 4-6 сентября 2018 г. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика.

Публикации автора по теме диссертации в журналах, включенных в перечень ВАК:

1. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Shchegoleva N.A., Stankevich N.V. Dynamics of coupled generators of quasiperiodic oscillations: different types of synchronization and other phenomena. *Physica D*. 2019. Vol. 389. pp.1-12.
2. A.P. Kuznetsov, N.A. Shchegoleva (Migunova), I.R. Sataev, Y.V. Sedova, L.V. Turukina. From Chaos to Quasi-Periodicity. *Regular and Chaotic Dynamics*, 20, 2015, № 2, 189-204.
3. А.П. Кузнецов, Н.А. Щеголева (Мигунова), Ю.В.Седова, Л.В. Тюрюкина. О квазипериодических колебаниях в связанных хаотических осцилляторах. *Вестник СГТУ*, 2013, № 4 (73), 38-42.
4. А.П. Кузнецов, Н.А. Щеголева (Мигунова), И.Р. Сатаев, Ю.В. Седова, Л.В. Тюрюкина. Динамика связанных хаотических осцилляторов: от хаоса к квазипериодичности. *Нелинейная динамика*, 10, 2014, №4, 387-405.