

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра Геофизики

**« Применение пленок Прайса-Шейнманна
в задачах метода становления электромагнитного поля»**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 5 курса 521 группы
направления (специальности) 05.03.01 Геология
(специальности)

геологического факультета Саратовского
национального исследовательского государственного университета имени
Н.Г. Чернышевского

наименование факультета, института, колледжа

Краснощековой Анны Андреевны

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

доктор физ.-мат. наук, профессор
должность, уч. степень, уч. Звание

дата, подпись

В. П. Губатенко
инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой

кандидат геол.-мин. наук, доцент
должность, уч. степень, уч. звание

дата, подпись

Е.Н. Волкова
инициалы, фамилия

Саратов 2019 год

Введение. Качественная и количественная интерпретации в электроразведке методом зондирования становления поля базируются на аналитических и численных решениях электродинамических задач для одномерных, двумерных и трехмерных моделей геологических сред. Среди этих задач важную роль играют проводящие пленки Прайса-Шейнманна. Например, электромагнитное поле, возбуждаемое магнитным диполем в однородной проводящей плоскости, является основой для интерпретации данных метода становления поля в присутствии горизонтально-слоистой модели геологической среды.

Целью настоящей бакалаврской работы является рассмотрение неустановившегося электромагнитного поля в присутствии различных двумерных пленок Прайса-Шейнманна, а также их применение для интерпретации полевых данных в методе становления поля.

В связи с этим поставлены следующие задачи:

1. Сформулировать математическую постановку задачи о становлении электромагнитного поля в присутствии проводящей пленки Прайса-Шейнманна.
2. Рассмотреть становление плоского E - поля бесконечно длинного электрического кабеля, расположенного над неоднородной проводящей эллиптической цилиндрической пленкой.
3. Исследовать решение двумерных осесимметричных задач о становлении поля круговой петли в присутствии неоднородной проводящей параболоидальной пленки, неоднородной проводящей сплюсненной сфероидальной пленки и неоднородного проводящего диска.
4. Рассмотреть применение проводящих пленок Прайса-Шейнманна для интерпретации данных становления поля.

Основное содержание работы. Бакалаврская работа посвящена рассмотрению неустановившегося электромагнитного поля в присутствии

различных двумерных пленок Прайса-Шейнманна, а также их применению для интерпретации полевых данных в методе становления поля.

В разделе 1 «Модель проводящей пленки Прайса-Шейнманна» в криволинейной ортогональной системе координат введено понятие пленки Прайса-Шейнманна и сформулирована постановка задачи о нахождении Е- поля специального вида в присутствии этой пленки.

Проводящая пленка Прайса-Шейнманна может быть получена в результате предельного перехода

$$S = \lim_{\substack{\sigma \rightarrow \infty \\ \Delta h \rightarrow 0}} \sigma \Delta h,$$

где σ и Δh – проводимость и мощность проводящего и возможно изогнутого слоя; S – удельная поверхностная проводимость пленки.

Таким образом, проводящая пленка Прайса-Шейнманна представляет собой поверхность, на которой задано распределение удельной поверхностной проводимости S . Применение в геоэлектрике проводящих пленок основано на физических закономерностях растекания токов в среде с объемным распределением проводимости. Кроме того, замена исходной среды проводящими пленками упрощает решение обратной задачи. На такой замене, например, основана интерпретация полевых материалов в методе ЗСБ через кажущуюся продольную проводимость разреза.

Пусть в криволинейной ортогональной системе координат q_1, q_2, q_3 коэффициенты Ламе h_1, h_2, h_3 и параметры немагнитной среды ($\mu = \mu_0$) не зависят от координаты q_1 . Рассмотрим в этой системе координат проводящий слой с проводимостью $\sigma = \sigma(q_2, q_3)$, ограниченный двумя координатными поверхностями $q_2 = q_2^0$ и $q_2 = q_2^1$. Уменьшая расстояние $h_2 \Delta q_2 = h_2 (q_2^1 - q_2^0)$ между поверхностями и, вместе с этим, увеличивая значения проводимости σ слоя, в

пределе получим проводящую пленку Прайса-Шейнманна с удельной поверхностной проводимостью

$$S = \lim_{\substack{\sigma \rightarrow \infty \\ \Delta h \rightarrow 0}} \sigma \Delta h = \lim_{\substack{\sigma \rightarrow \infty \\ \Delta q_2 \rightarrow 0}} \sigma h_2 \Delta q_2 = S(q_3).$$

Конфигурация этой пленки, в случае когда $q_2^1 \rightarrow q_2^0$, совпадает с координатной поверхностью $q_2 \rightarrow q_2^0$.

При изучении становления Е- поля специального вида, независящего от координаты q_1 , представляется более удобным перейти к представлению электромагнитного поля через векторный потенциал $\mathbf{A} = (A_1, 0, 0)$. В этом случае компоненты напряженности $\mathbf{E} = (E_1, 0, 0)$ электрического поля и напряженности $\mathbf{H} = (0, H_2, H_3)$ магнитного поля имеют вид

$$E_1 = -\frac{\partial A_1}{\partial t}, \quad H_2 = \frac{1}{\mu_0 h_1 h_3} \frac{\partial(h_1 A_1)}{\partial q_3}, \quad H_3 = -\frac{1}{\mu_0 h_1 h_2} \frac{\partial(h_1 A_1)}{\partial q_2}, \quad (1)$$

Компонента A_1 в случае мгновенного отключения постоянных сторонних токов в момент времени $t = 0$ удовлетворяет при $t > 0$ уравнению

$$\frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{h_3}{h_1 h_2} \frac{\partial(h_1 A_1)}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial}{\partial q_3} \left(\frac{h_2}{h_1 h_3} \frac{\partial(h_1 A_1)}{\partial q_3} \right) = 0, \quad (2)$$

граничным условиям на поверхности $q_2 = q_2^0$

$$A_1^i = A_1^e, \quad (3)$$

$$\frac{1}{h_1 h_2} \left(\frac{\partial(h_1 A_1^i)}{\partial q_2} - \frac{\partial(h_1 A_1^e)}{\partial q_2} \right) = -\mu_0 S \frac{\partial A_1^i}{\partial t} \quad (4)$$

и начальному условию

$$A_1(t=0) = A_1^H(q_2, q_3), \quad (5)$$

где A_1^e и A_1^i – значения компоненты A_1 векторного потенциала на стороне поверхности $q_2 = q_2^0$, обращенной в сторону возрастания и убывания координаты q_2 , соответственно; $A_1^H(q_2, q_3)$ – компонента векторного потенциала до момента отключения электрического тока.

В разделе 2 «Становление поля бесконечно длинного электрического кабеля, расположенного над неоднородной проводящей эллиптической цилиндрической пленкой» в эллиптической цилиндрической системе координат

u, v, z рассмотрен пример, нахождения аналитического решения электродинамической задачи о становлении плоского E - поля специального вида, возбуждаемого бесконечно длинным электрическим кабелем в присутствии проводящей эллиптической цилиндрической пленки, конфигурация которой совпадает с координатной поверхностью $u = u_0$, а ее удельная поверхностная проводимость изменяется по закону

$$S = S_0 / \sqrt{\text{sh}^2 u_0 + \sin^2 v}. \quad (6)$$

Аналитическое решение этой задачи имеет довольно простой вид, вполне доступно для инженерных расчетов и может оказаться полезными при решении обратной задачи метода становления поля.

В разделе 3 «Становление поля круговой петли, расположенной соосно с неоднородной проводящей параболоидальной пленкой» в системе параболических координат вращения η, ξ, φ рассмотрено аналитическое решение осесимметричной задачи о становлении поля круговой петли с координатами η_1, ξ_1 , где $\eta_1 > \xi_1$, расположенной на оси OZ (оси вращения параболоида) соосно с проводящей пленкой, совпадающей с координатной поверхностью $\eta = \eta_0$, описывающей параболоид вращения. Удельная поверхностная проводимость S параболоидальной пленки изменяется по закону

$$S = S_0 \eta_0 / \sqrt{\xi^2 + \eta_0^2}. \quad (7)$$

Если проводить измерения электродвижущей силы индукции совмещенной установкой (круговая петля до времени $t = 0$ является генераторной, а при $t > 0$ - измерительной), то для ЭДС определяется выражение

$$\varepsilon = \frac{2\pi R^2 I_0^e \eta_1^2}{S_0 \eta_0^2} \int_0^\infty [J_1(\lambda R)]^2 \left[\frac{K_1(\lambda \eta_1^2)}{K_1((\lambda \eta_1 \eta_0))} \right]^2 \lambda \exp \left[-\frac{t}{\mu_0 S_0 \eta_0^2 I_1(\lambda \eta_1 \eta_0) K_1(\lambda \eta_1 \eta_0)} \right] d\lambda, \quad (8)$$

где $I_1(x)$, $K_1(x)$ - модифицированные функции Бесселя первого и третьего рода соответственно; $J_1(x)$ - функция Бесселя первого рода.

Представлены результаты численных расчетов ЭДС по формуле (8) для трех

различных параметров η_0^2 : 1, 4, 32. Построена зависимость кажущейся продольной проводимости S_k от глубины исследования $\bar{H}$, рассчитанной по методике В.А. Сидорова, В.В. Тикшаева. Кривые кажущейся продольной проводимости построены для трех различных удалений ($h = 0.5, h = 2, h = 4$) круговой петли радиуса $R = 0.5$ от вершины пленок. Как следует из этих рисунков, с уменьшением h и увеличением η_0^2 становления поля для данной модели среды все меньше отличается от становления поля круговой петли, расположенной над однородной плоскостью. С увеличением глубины исследования $\bar{H}$ (увеличением времени) кривые становления характеризуются быстрым убыванием кажущейся продольной проводимости, так как на поздних временах ЭДС для данной модели убывает гораздо быстрее, чем в случае эквивалентной плоскости. Экспоненциальное убывание ЭДС на поздних временах легко объяснить с физической точки зрения, поскольку при $\eta < \infty$ удельная поверхностная проводимость убывает при удалении от вершины пленки и рассматриваемую модель можно считать локальным проводником. Действительно, уже на глубине $\bar{Z} = 8$, как следует из оцифровки на рисунке 1, отношение S/S_0 для $\eta_0^2 = 1$ равно 0.24, а для $\eta_0^2 = 4$ - 0.45. С увеличением высоты поднятия приемно-генераторной установки над вершиной параболоидальной пленки локальность модели среды по проводимости начинает проявляться, начиная с самых ранних времен, что приводит к занижению значений S_k/S . При этом, однако, расстояние до вершины параболоидов находится достаточно точно, кроме случаев, когда $|h| > 2$, $\eta_0^2 < 1$.

Таким образом, интерпретация кривых становления поля с помощью кажущейся продольной проводимости и глубины исследования позволяет достаточно уверенно выделить вершину неоднородной параболоидальной пленки

для широкого изменения h и η_0 , но дает заниженные значения суммарной продольной проводимости разреза для $\eta_0^2 < 32$.

В разделе 4 «Становление поля круговой петли, расположенной соосно с неоднородной проводящей сплюсненной сфероидальной пленкой» в системе координат сплюсненного сфероида v, u, φ рассмотрена неоднородная сплюсненная сфероидальная проводящая пленка $u = u_0$ с удельной поверхностной проводимостью S , изменяющейся по закону

$$S = \frac{S_0 \operatorname{ch} u_0}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 u_0 + \sin^2 v}}, \quad (9)$$

Для этой пленки рассмотрено становление осесимметричного Е- поля специального вида, создаваемого круговой петлей, расположенной на оси вращения сплюсненной сфероидальной пленки, с магнитным моментом, направленным вдоль той же оси.

Эта модель среды может аппроксимировать соляной купол с прилегающим к нему надсолевыми и достаточно развитыми подсолевыми проводящими отложениями. Выделение проводящих подсолевых отложений на фоне искажений, вызванных горизонтальными неоднородностями разреза, представляет важную для структурной электроразведки задачу. Для решения этой задачи можно использовать характерные особенности кривых кажущейся продольной проводимости S_k построенных для неоднородной сплюсненной сфероидальной пленки, удельная поверхностная проводимость которой монотонно возрастает от вершин к экваториальной плоскости по закону (9). Такая замена геоэлектрического разреза тем более важна, что интерпретация данных становления поля, основанная на закономерностях поведения вихревого поля в горизонтально-слоистой среде, не дает правильного представления о строении разреза, осложненного горизонтальными неоднородностями.

Разумеется, данная модель геоэлектрического разреза имеет смысл в случае не самых поздних стадий становления, когда еще не сказывается локальность проводника. Сделанная оговорка ясна не только из общих соображений о неустановившемся поле в присутствии локальных проводников, погруженных в изолятор, но и из известных асимптотик для слоя и из рассмотренных асимптотик для сплюсненной сфероидальной пленки.

Решение задачи о становлении поля круговой петли в присутствии сплюсненной сфероидальной пленки рассмотрено в новых η, ξ, ϕ переменных, которые связаны с переменными v, u, ϕ соотношениями $\eta = \operatorname{sh} u, (0 \leq \eta < \infty)$, $\xi = \sin v, (-1 \leq \xi \leq 1)$. В новой системе координат уравнение $\eta = \eta_0 > 0$ определяет положение сплюсненной сфероидальной пленки, уравнение $\eta = 0$ определяет диск, радиус a которого равен линейному эксцентриситету эллипсов, образованных сечением сплюсненных сфероидов $\eta \leq \operatorname{const}$ плоскостью ZOX .

Допустим, что генераторная петля имеет координаты η_1, ξ_1 , причем $\eta_1 > \eta_0$ (радиус петли $R\sqrt{a(1+\eta_1^2)(1-\xi_1^2)}$). Удельная проводимость, согласно (9), изменяются по закону

$$S = S_0 \sqrt{(1+\eta_0^2)/(\xi^2 + \eta_0^2)}. \quad (10)$$

Отсюда следует, что на вершинах (точки B и $-B$) удельная поверхностная минимальна и равна S_0 . При приближении к экватору удельная поверхностная проводимость монотонно возрастает до максимального значения $S = S_0 \sqrt{1+1/\eta_0^2}$. Таким образом, $S_0 \leq S(\xi) \leq S_0 \sqrt{1+1/\eta_0^2}$.

Скачкообразное выключение тока силы I_0^e в генераторной петле в момент времени $t=0$ наводит в измерительной петле с координатами η, ξ , где $\eta > \eta_0$ (здесь радиус измерительной петли $r = a\sqrt{(1+\eta^2)(1-\xi^2)}$), электродвижущую силу

индукции. Показано, что ЭДС индукции равна

$$\varepsilon(\xi, \eta, t) = \frac{I_0^e}{S_0} K(\xi, \eta, \xi_1, \eta_1, \eta_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \frac{Q_n^1(i\eta_1)Q_n^1(i\eta)P_n^1(\xi_1)P_n^1(\xi)}{[Q_n^1(i\eta_0)]^2} \exp(-N_n T), \quad (11)$$

$$K(\xi, \eta, \xi_1, \eta_1, \eta_0) = \frac{\pi \sqrt{(1+\eta^2)(1-\xi^2)(1+\eta_1^2)(1-\xi_1^2)}}{1+\eta_0^2}, \quad T = t/\mu_0 S_0 a, \quad N_n = \frac{n(n+1)i}{(1+\eta_0)^2 P_n^1(i\eta_0) Q_n^1(i\eta_0)},$$

где $P_n^1(\xi), P_n^1(i\eta)$ - присоединенные функции Лежандра первого рода действительного и мнимого аргумента, соответственно; $Q_n^1(i\eta)$ - присоединенная функция Лежандра второго рода мнимого аргумента.

По формуле (11) были проведены численные расчеты для безразмерных величин $E_1 = \varepsilon S_0 / I_0^e$, $E_{11} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \mu_0 S_0^2 a I_0^e$. Выполнена трансформация кривых ЭДС в кривых $S_k(H_k)$, где H_k - глубина исследования изучаемого разреза. Приведены кривые $S_k(\overline{H} - \mathbf{v}) / S_0$, где $\mathbf{v} = h/a$ - шифр кривых для различных «коэффициентов сжатия»; $\overline{H} = H_k / a$ - приведенная глубина исследования.

Анализ кривых становления поля позволяет сделать следующие выводы:

1. Левые ветви кривых $S_k(\overline{H})$ в меньшей степени подвержены искажающему влиянию горизонтальных неоднородностей, чем правые.
2. При зондированиях становлением поля над соляным куполом с достаточно развитыми проводящими подсолевыми отложениями возможен случай выявления ложных внутрисолевых отложений с одновременным увеличением глубины залегания подсолевых. Этот эффект вызван искажающим влиянием горизонтальных неоднородностей на кривые $S_k(\overline{H})$.
3. С увеличением размеров соляного купола (с его выполаживанием) искажающее влияние горизонтальных неоднородностей не существенно при интерпретации с помощью $S_k(\overline{H})$.

Полученные результаты могут быть использованы для количественной оценки влияния горизонтальных неоднородностей, существенно искажающих величину суммарной продольной проводимости разреза и мощности подсолевых проводящих отложений при проведении работ методом ЗСБ в районах с соляно-купольной тектоникой.

В разделе 5 «Становление поля круговой петли, расположенной соосно с неоднородным проводящим диском» проводя замену $S_0 \rightarrow S_0/2$ и выполняя предельный переход $\eta_0 \rightarrow 0$ в задаче о становления поля круговой петли в присутствии проводящей сплюсненной сфероидальной оболочки, получено решение задачи о становлении поля круговой петли в случае неоднородного проводящего диска, удельная поверхностная проводимость которого изменяется по закону

$$S = S_0 / 2\xi = S_0 / \left(1 - \frac{\rho^2}{a^2}\right)^{1/2}, \quad 0 \leq \rho \leq a, \quad (12)$$

где ρ - радиальное удаление от центра диска.

В геофизике такой неоднородный диск может рассматриваться как модель неоднородного тонкого слоя при изучении не очень поздних стадий становления поля, когда края диска еще существенно не влияют на характер становления. В разведочной геофизике таким образом аппроксимируется высокоомное включение в проводящем слое (например, газовая залежь в терригенном коллекторе), уменьшение мощности проводящих отложений в своде древних поднятий и т. п. В большой геофизике неоднородный диск может рассматриваться как типичная модель щита, минимальная мощность осадков над которым сменяется все большими мощностями к его краям. Здесь имеется опасность при глубинных зондированиях принять увеличение продольной проводимости сбоку от установки за влияние проводящего слоя в мантии.

При малых радиусах генераторного контура φ и приемной рамки R

получено значение ЭДС на приемной рамке

$$\varepsilon = \frac{2Mq}{\pi^3 S_0 a(a^2 + h^2)} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{n(n+1)(2n+1)[(n-1)!!]^2}{(n!!)^2} \left[Q_n^1 \left(i \frac{h}{a} \right) \right]^2 e^{-hW_n T/a}, \quad (13)$$

где M - момент генераторного контура; $M = I_0^e \pi \varpi^2$; q - площадь приемной рамки, $q = \pi R^2$; $T = \frac{t}{\mu_0 S_0 h}$.

Показано применение модели неоднородного проводящего диска для интерпретации данных становления поля в районах с соляно-купольной тектоникой.

Закключение. В настоящей бакалаврской работе получены следующие результаты:

1. В ортогональных криволинейных координатах поставлена двумерная задача о становлении электромагнитного поля в присутствии пленок Прайса-Шейнманна.
2. Изложено решение задачи о становлении электромагнитного поля бесконечно длинного электрического кабеля, расположенного над неоднородной проводящей эллиптической цилиндрической пленкой. Это решение записано в форме, доступной для инженерных расчетов.
3. Рассмотрено решение осесимметричной задачи о становлении поля круговой петли в присутствии неоднородной проводящей параболоидальной пленки. Изображены кривые кажущейся продольной проводимости от глубины исследования и показано, что интерпретация кривых становления поля с помощью кажущейся продольной проводимости и глубины исследования позволяет достаточно уверенно выделить вершину неоднородной параболоидальной пленки.
4. На основе аналитического решения осесимметрической задачи о становлении поля круговой петли, расположенной над неоднородной проводящей сплюсненной сфероидальной пленкой, проведены численные расчеты кривых становления поля и построены кривые зависимости кажущейся продольной проводимости от глубины исследования. Показано, что левые ветви этих кривых в меньшей степени

подвержены искажающему влиянию горизонтальных неоднородностей, чем правые. При зондированиях становлением поля над соляным куполом с достаточно развитыми проводящими подсолевыми отложениями возможен случай выявления ложных внутрисолевых отложений с одновременным увеличением глубины залегания подсолевых.

5. Предельным переходом от сплюснутой сфероидальной пленки к тонкому диску можно записать аналитическое решение осесимметрической задачи о становлении электромагнитного поля в присутствии неоднородного проводящего диска. По результатам численных расчетов зависимости кажущейся продольной проводимости от глубины исследования можно показать, что при интерпретации зондирований становлением поля, выполненных над сводом купола, окруженного низкоомными породами, увеличение кажущейся продольной проводимости можно принять за появление глубинного хорошо проводящего горизонта, либо получить заниженное значение глубины залегания подошвы соленосной толщи. Рассмотрено применение модели неоднородного проводящего диска для интерпретации данных становления поля полученных в районе развития соляной гряды.

Таким образом, выполнены цель работы и все поставленные задачи. Показана эффективность применения пленок Прайса-Шейнманна для приближенного решения двумерной обратной задачи.