МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра Математической экономики

# Тригонометрическая интерполяция как инструмент восстановления котировок ценных бумаг

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 441 группы

направление 09.03.03 — Прикладная информатика

механико-математического факультета

Мартьянова Дениса Вадимовича

Научный руководитель
профессор, д.ф.-м.н., доцент ________________ А.Ю.Трынин

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор ________________ С.И.Дудов

Саратов 2019

**Введение.** Вопросы, касающиеся области численных методов восстановления котировок ценных бумаг на данный момент являются одной из актуальных проблем в современном обществе из-за нестабильности фондового рынка.

В работе рассматривается фондовый рынок, а также тригонометрическая интерполяция как инструмент восстановления котировок ценных бумаг. Целью работы является сведение дискретной чебышевской задачи к задаче линейного программирования и проведение бэк-тестирования на примере акций ПАО «Россети».

Работа делится на 5 глав. В первой главе приведены основные понятия фондового рынка. Во второй главе рассматриваются модели тренда. Третья глава описывает основные индикаторы рынка. В четвертой главе рассматриваются вспомогательные задачи по интерполяции и приближения экономических показателей тригонометрическим полиномом. И в заключительной главе проводится бэк-тестирование на примере акций ПАО «Россети».

**Модели тренда.** Одна из самых простых моделей прогнозирования, использующихся на практике — это модель тренда — регрессионная модель, в которой зависимой переменной выступает исследуемый нами показатель, а независимой — время либо номер наблюдения данного показателя. Иначе говоря, тренд — это математическое описание временной тенденции.

Поскольку тенденции изменения временных рядов социально-экономических показателей весьма многообразны, то и тренды могут иметь самые различные формы. Чаще всего в практике социально-экономического прогнозирования в качестве моделей трендов используют несколько элементарных функций, таких как:

– Линейный тренд:

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$$

Линейный тренд, наверное, — самый простой, интуитивно понятный и часто встречающийся из всех трендов. Он описывает равномерное изменение показателя во времени.

Модель линейной функции в прогнозировании используют очень часто. По крайней мере, исходя из общенаучного принципа «от простого — к сложному», изучают свойства этой модели, разрабатывают различные методы оценивания ее коэффициентов, а также их пересчета при появлении новой информации либо адаптации модели; выполняют прогнозы и считают доверительные интервалы, а затем на основе полученных знаний и навыков переходят к изучению более сложных моделей. На практике эту модель также довольно часто предпочитают другим более сложным моделям, поскольку другой общенаучный принцип «простоты» гласит, что если сложная модель незначительно улучшает понимание процесса, то ей надо предпочесть более простую модель — нет смысла усложнять задачу, если она имеет простое решение.

В работе так же представлены и следующие виды тренда:

- Параболический тренд
- Показательный тренд
- Гиперболический и логарифмический тренд
- Степенной тренд

**Основные индикаторы рынка** или компьютерные индикаторы – это инструменты, которые производят определенные расчеты по заданным формулам на основании показателей графика цены, а затем автоматически выдают результат. Чаще всего индикаторы выглядят как графические построения (линии, гистограммы и т. д.), которые наносятся на график в автоматическом режиме.

В основе каждого индикатора лежит формула, переменными в которой выступают значения графика цены. Некоторые параметры пользователь может настроить самостоятельно. После того, как все параметры и значения определены, индикатор накладывается на график, и получается наглядный сигнал на вход в рынок или выход из сделки.

Автоматизм в расчетах – главная особенность индикаторов. Благодаря этому на график в считанные секунды могут быть нанесены сложнейшие построения. Именно благодаря появлению компьютерного анализа появилась возможность создания автоматических торговых систем, различных советников и роботов.

В выпускной квалификационной работе были рассмотрены такие индикаторы как:

– Скользящие средние (Simple Moving Averages(SMA), Exponential Moving Averages(EMA), Smoothed Moving Averages(SMMA))

Наиболее простым инструментом технического анализа являются различные скользящие средние. Скользящие средние, или движущиеся средние (Moving Averages, MA), изначально предназначались для сглаживания случайных колебаний цены и выявления трендов.

Скользящие средние относятся к категории технических инструментов, которые следуют за тенденцией. Цель данных инструментов состоит в том, чтобы определить время начала новой тенденции, а также предупредить о ее завершении или повороте. Скользящие средние предназначены, прежде всего, для отслеживания тенденций в процессе их развития, и их можно рассматривать как искривленные линии тренда. Однако следует понимать, что скользящие средние следуют за динамикой рынка, а не опережают ее. Эти индикаторы не прогнозируют динамику цен, а только реагируют на ее изменение, причем с некоторым запозданием. Они всегда следует за движениями цен на рынке и сигнализирует о начале новой тенденции, только после того, как она появилась.

Существует несколько типов скользящих средних: простое (его также называют арифметическим), экспоненциальное и сглаженное. Moving Average можно рассчитывать для любого последовательного набора данных, включая цены открытия и закрытия, максимальную и минимальную цены, объем торгов или значения других индикаторов.

Единственное, чем Moving Average разных типов существенно отличаются друг от друга, — это разные весовые коэффициенты, которые присваиваются последним данным. В случае Простого Скользящего Среднего (SMA) все цены рассматриваемого периода имеют равный вес. Экспоненциальные скользящие средние (EMA) делают более весомыми последние цены.

Самый распространенный метод интерпретации скользящего среднего цены состоит в сопоставлении его динамики с динамикой самой цены. Когда цена инструмента поднимается выше значения Moving Average, возникает сигнал к покупке, а когда она опускается ниже линии индикатора — сигнал к продаже. Данная система торговли с помощью Moving Average вовсе не предназначена обеспечить вхождение в рынок строго в его низшей точке, а выход — строго на вершине. Она позволяет действовать в соответствии с текущей тенденцией:

покупать вскоре после того, как цены достигли основания, и продавать вскоре после образования вершины.

Скользящие Средние могут применяться также и к индикаторам. При этом интерпретация скользящих средних индикаторов аналогична интерпретации ценовых скользящих средних: если индикатор поднимается выше своего Moving Average — значит восходящее движение индикатора продолжится: если индикатор опускается ниже Moving Average, это означает продолжение его нисходящего движения.

- Индикатор «Аллигатор»

Индикатор Аллигатора, автором которого является известный трейдер Билл Вильямс, стал популярен после выхода двух книг "Торговый Хаос" и "Новые Измерения в Биржевой Торговле.

Общепринято, что подавляющую часть времени (70-80%) рынки находятся в состоянии торгового диапазона или ренджа, цены в это время колеблются в определенных границах, и только в 20-30% времени наблюдаются действительно трендовые движения, которые наиболее благоприятны для извлечения прибыли, поскольку изменение цены в это время носит ярко выраженный направленный характер.

Индикатор Аллигатор — это обычная комбинация трех сглаженных скользящих средних с различными периодами (13, 8 и 5) и различным смещением (8, 5 и 3 соответственно), построенных не по цене закрытия а по медианой цене. Каждая из этих скользящих средних по автору (Билу Вильямсу) имеет свое «крокодиловое» название.

Наиболее длинная скользящая средняя - «Челюсть Аллигатора» (с периодом 13 и смещением 8) показывает уровень цен, который должен установиться на рынке, если на него не будут влиять новые факторы. Это как бы долгосрочный аналог справедливой рыночной цены. Именно поэтому Вильямс и назвал ее «Линией Баланса». Считается, что если цена находится выше «Челюсти Аллигатора» — то рынок позитивно оценивает новые факторы и будет продолжать двигаться вверх. Наоборот, если цена находится ниже «Челюсти Аллигатора», то рынок негативно оценивает новые факторы и будет продолжать двигаться вниз.

Скользящие средние с меньшим периодом оцениваются точно также, но относятся к более краткосрочному периоду.  Скользящие средние называются Линиями Баланса, и если все скользящие средние переплетены,
значит Аллигатор спит, и чем дольше он спит, тем голоднее становится. В этом есть своя логика, и она согласуется с некоторыми концепциями технического анализа.  В данном случае длительное «переплетение» скользящих средних означает не что иное, как длительную консолидацию или узкий торговый диапазон.

Вильямс указывает, что когда Аллигатор просыпается после долгого сна, он очень голоден и начинает охотиться за ценой до тех пор, пока не насытится. Это нечто иное, как прорыв торгового диапазона, который обычно тем сильнее, чем дольше и была предыдущая консолидация ,и чем меньше она была по высоте.

Вильямс указывает, что после того, как Аллигатор основательно наелся, он начинает терять интерес к пище скользящие средние начинают сходиться. Это ни что иное, как новая консолидация после быстрого тренда. В это время и согласно его теории в соответствии в общей концепцией технического анализа  трейдер должен закрывать свои позиции и ждать когда начнется новый тренд.

Так же в работе были рассмотрены такие индикаторы как: MACD и полосы Боллинжера.

**Тригонометрическое интерполирование.** Требуется построить тригонометрический полином вида:

$$T_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx))$$

порядка не выше $n$, который в $2n+1$ заранее данных точках $x_0, x_1, \ldots, x_{2n}$, $x_k \neq x_m + 2p\pi$, при $k \neq m$, $p \epsilon Z$ принимал бы соответсвенно значения $y_0, y_1, y_2, \ldots, y_{2n}$.

Для решения этой задачи нам нужно найти коэффициэнты $a_0, a_1, \ldots, a_n$, $b_1, \ldots, b_n$ полинома $T_n$ из системы $2n+1$ линейного уравнения

$$T_n(x_m) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos(kx_m) + b_k \sin(kx_m)) = y_m, \text{ где } m = \overline{0, 2n}. \qquad (1)$$

Определитель системы есть:

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \cos(x_0) & \cos(x_1) & \dots & \cos(x_{2n}) \\ \sin(x_0) & \sin(x_1) & \dots & \sin(x_{2n}) \\ \cos 2(x_0) & \cos 2(x_1) & \dots & \cos 2(x_{2n}) \\ \sin 2(x_0) & \sin 2(x_1) & \dots & \sin 2(x_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos n(x_0) & \cos n(x_1) & \dots & \cos n(x_{2n}) \\ \sin n(x_0) & \sin n(x_1) & \dots & \sin n(x_{2n}) \end{vmatrix} = 2^{2n^2} \prod_{0 \le p \le q \le 2n} \sin \frac{x_q - x_p}{2}$$

Он отличен от нуля, так как по условию задания точек $x_k$ имеем

$$x_q - x_p \neq 2k\pi, \text{ где } q \neq p.$$

Если бы все точки $x_0, x_1, \dots, x_{2n}$, $x_k \neq x_m + 2p\pi$ принадлежали отрезку длины $2\pi$,то соотношение $w(x_0, x_1, \dots, x_{2n}) \neq 0$ следовалобы из того, что система $\{1, \sin mx, \cos mx\}_{m=1}^{n}$ есть $T$ — система на $[a, 2\pi + a]$.Итак, система (1) имеет одно решение, а искомый полином $T_n$ удовлетворяет уравнению:

$$\begin{vmatrix} T_n(x) & y_0 & y_1 & \dots & y_{2n} \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \cos(x) & \cos(x_0) & \cos(x_1) & \dots & \cos(x_{2n}) \\ \sin(x) & \sin(x_0) & \sin(x_1) & \dots & \sin(x_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos n(x) & \cos n(x_0) & \cos n(x_1) & \dots & \cos n(x_{2n}) \\ \sin n(x) & \sin n(x_0) & \sin n(x_1) & \dots & \sin n(x_{2n}) \end{vmatrix} \neq 0$$

**Погрешность вычислений.** Предположим, что на отрезке интерполирования $[a, b]$ функция $f(x)$ $n$ раз непрерывно дифференцируема. Погрешность интерполяции складывается из погрешности самого метода и ошибок округления.

$$f(x)$$

Ошибка приближения функции тригонометрической интерполяции $T_n(x)$ в точке $x$ определяется следующей разностью: $R_n(x) = f(x) - T_n(x)$.

Погрешность $R_n(x)$ определяется следующим соотношением:

$$R_n(x) = \frac{f^{n+1}(\xi)}{(n+1)!}\omega_n(x)$$

$f^{n+1}(\xi)$ — производная $(n+1)$-го порядка функции $f(x)$ в некоторой точке $\xi \epsilon [a, b]$.

$\omega_n(x)$ — определяется как $\omega_n(x) = (x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_n)$.

**Заключение**. Основной задачей работы было написать программу для восстановления котировок ценных бумаг при помощи тригонометрического интерполирования на примере акций ПАО «Россети». Для этого использовался Visual Studio Express C++. Главный минус метода, рассматриваемого в работе – на класс функций, при которых её удобно использовать накладывается сильное ограничение – они должны быть периодическими. Таким образом тригонометрическая интерполяция удобна в теоретических исследованиях, но с практической стороны не эффективна.