

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математической экономики

**Разработка индикатора товарного рынка сахара на основе чебышевской
интерполяции тренда цен**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента (ки) 5 курса 561 группы

направления 09.03.03 Прикладная информатика

механико-математического факультета

Камышова Дениса Вячеславовича

Научный руководитель

зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

подпись, дата

С.И.Дудов

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

подпись, дата

С.И.Дудов

Саратов 2019

ВВЕДЕНИЕ

Рынок зерна, занимая одно из первых мест по объемам товарооборота и денежных средств среди продуктовых рынков, во многом определяет решение целого спектра вопросов развития национального хозяйства. Поэтому резкие изменения цен на зерновом рынке влекут за собой негативные последствия для многих отраслей экономики любой страны, в частности и для агропромышленного комплекса. В связи с этим, прогнозирование ценовой ситуации на зерновом рынке играет важную роль в стабилизации экономики.

Специфика агропродовольственного рынка влечет за собой специфические инструменты анализа. Формально инструменты анализа можно подразделить на три категории: специфические инструменты анализа и классические фундаментальные и технические инструменты.

Специфические инструменты анализа представляют собой предсказание ценовых тенденций мирового аграрного рынка и отражения реальной стоимости зерновых и масличных, шротов и масел. Индексы учитывают всё: и влияние фундаментальных параметров, и стоимость денег.

Фундаментальный анализ представляет собой предсказание количественных показателей развития и рассмотрение всех значимых фундаментальных факторов экономики, которые могут повлиять на цену финансового инструмента.

Технический анализ представляет собой предсказание поведения ценных бумаг на рынке с помощью математических методов. При этом практически все методы являются графическими. Вспомогательные аналитические графики, которые строятся в дополнение к графикам цены, называются индикаторами.

Целью настоящей работы является построение индикатора зернового рынка на основе чебышевской интерполяции тренда цен тригонометрическими полиномами, построение индикатора на основе внешней оценки сегментной функции тригонометрической полиномиальной полосой, а также сравнение

эффективности построенных индикаторов с популярным на финансовом рынке индикатором технического анализа – скользящей средней.

В первом разделе описываются некоторые аспекты анализа зернового рынка. В частности, подробно рассматриваются различные прогнозные индикаторы зернового рынка как специфические, так и технические.

Во втором разделе ставится чебышевская задача о приближении дискретно заданной функции тригонометрическим полиномом, описывается процесс сведения задачи к задаче линейного программирования.

В третьем разделе ставится задача построения индикатора на основе внешней оценки сегментной функции тригонометрической полиномиальной полосой и описывается процесс сведения этой задачи к задаче линейного программирования

В четвертом разделе описывается схема построения индикаторов, план проведения вычислительных экспериментов с целью тестирования индикаторов, приводятся результаты исследования и делаются выводы на основе этих результатов. Тестирование индикаторов проводилось на примере фьючерсов на зерно.

Введение. Актуальность темы.

Сахар – уникальный продукт: его производство не связано с какой-то монокультурой. Получают сахар из теплолюбивого сахарного тростника и морозостойкой сахарной свеклы, поэтому сладкую продукцию производят чуть ли не во всех странах мира. Сахарная промышленность является одной из наиболее динамичных в структуре пищевой промышленности и играет значительную роль в экономиках ряда стран.

Пшеница, соя и сахар входят в тройку стратегически важных сельскохозяйственных ресурсов в любом государстве. Рынок сахара, занимая одно из ведущих мест по объемам товарооборота и денежных средств среди продуктовых рынков, во многом определяет решение целого спектра вопросов развития пищевой промышленности. Поэтому резкие изменения цен на рынке сахара влекут за собой негативные последствия для многих отраслей экономики страны, и, в частности для агропромышленного комплекса. В связи с этим, прогнозирование ценовой ситуации на рынке сахара играет важную роль в стабилизации экономики. Формально при биржевой торговле сахаром используются классические фундаментальные и технические инструменты.

Фундаментальный анализ представляет собой предсказание количественных показателей развития и рассмотрение всех значимых фундаментальных факторов экономики, которые могут повлиять на цену финансового инструмента. Технический анализ представляет собой предсказание поведения ценных бумаг на рынке с помощью математических методов. При этом практически все методы являются графическими. Вспомогательные аналитические графики, которые строятся в дополнение к графикам цены, называются индикаторами.

Цель исследования заключается в построении индикаторов рынка сахара на основе чебышевской интерполяции тренда цен тригонометрическими полиномами и на основе внешней оценки сегментной функции тригонометрической полиномиальной полосой, а также сравнение

эффективности построенных индикаторов с популярным на финансовом рынке индикатором технического анализа – скользящей средней.

Для достижения поставленной цели в рамках исследования **решаются следующие задачи:**

- Обзор рынков сельскохозяйственных товаров;
- Анализ технических индикаторов рынка;
- Построение индикаторов на основе задач чебышевского приближения функции полиномом и внешней оценки сегментной функции полиномиальной полосой;
- Создание программного продукта;
- Тестирование индикатора на примере фьючерсов на сахар и анализ полученных результатов.

Основное содержание работы. В первом разделе рассматривается обзор рынков сельскохозяйственных товаров.

Россия в последнее время стала крупнейшим в мире производителем свекловичного сахара, опередив Францию, США и Германию. Это стало возможно благодаря рекордному урожаю сахарной свеклы в 2016 году - более 48 млн тонн. По оценке Минсельхоза, производство сахара в России достигло 6 млн тонн. При этом Франция производит 5 млн тонн, США - 4,8 млн тонн, Германия - 4,5 млн тонн. С августа 2017 г. на экспорт вывезено почти 100 тыс. тонн сахара, что в 10 раз больше, чем за весь предыдущий сезон 2015-2016 годов. Министерство сельского хозяйства РФ оценивает экспортный потенциал в размере более 200 тыс. тонн сахара.

Российская Федерация из крупнейшего в прошлом импортера стала одним из ведущих экспортеров сахара, и во многом благодаря российским поставкам в ряде стран была обеспечена продовольственная стабильность, и снята острота продовольственного кризиса.

Подробно рассматриваются различные технические прогнозные индикаторы рынка. Технический индикатор - любой класс показателей,

которые рассчитываются на основании исторических данных динамики цен на акции или другие активы. Технические индикаторы рассчитываются с целью прогнозирования будущих уровней цен, или просто для определения направления движения цен (трендов) ценной бумаги, исходя из их поведения в прошлом. На основе анализа технических индикаторов, трейдеры, сторонники технического анализа, принимают решение об открытии (расширении) или закрытии (сокращении) позиций. В этом случае технические индикаторы обычно применяются в виде графиков, наложенных или совмещённых с графиками цен/объёмов торгуемых инструментов. Кроме того, технические индикаторы в той или иной мере используются механическими торговыми системами при алгоритмической торговле.

Во втором разделе ставится чебышевская задача о приближении дискретно заданной функции тригонометрическим полиномом, описывается процесс сведения задачи к задаче линейного программирования.

Пусть функция $f(t)$ задана таблицей своих значений $y_k = f(t_k)$, $k = 0, 1, \dots, N$.

t	t_0	t_1	t_2	t_N
y	y_0	y_1	y_2	y_N

Без ограничения общности можно считать, что $t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_N$. Всякий тригонометрический полином $P_n(\vec{a}, t) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \sin i * t$, порядок которого $n \leq N$, по отношению к заданной таблице $\{t_k, y_k\}$ имеет естественную характеристику близости – максимальное уклонение

$$\varphi(\vec{a}) = \max_{0 \leq k \leq N} |y_k - P_n(\vec{a}, t_k)|.$$

Пусть при фиксированном значении порядка полинома (n)

$$\min_{\vec{a}} \varphi(\vec{a}) = \rho$$

Тогда полином $P_n(\vec{a}^*, t)$, для которого выполняется условие

$$\varphi(\vec{a}^*) = \rho,$$

называется **полиномом наилучшего приближения таблицы** $\{t_k, y_k\}$.

Теорема: Дискретная чебышевская задача эквивалентна задаче линейного программирования следующего вида:

$$\begin{cases} a_{n+1} \rightarrow \min \\ a_{n+1} - \langle B_i, \vec{a} \rangle - b_i \geq 0, i \in [1: N] \end{cases}$$

Схема построения индикатора на основе задачи чебышевского приближения имеет вид :

Считаем, что нам таблично заданы значения котировок цен. y_i - значение цены за i -й период. Предполагаем, что $t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_N$.

Этапы построения индикатора:

- 1) Выбираем степень тригонометрического полинома n .
- 2) Выбираем количество используемых узлов $m \geq n + 2$ для решения вспомогательной задачи.
- 3) Полагаем $i = 0$.
- 4) Решаем задачу

$$\max_{i+1 \leq k \leq i+m} |y_k - P_n(\vec{a}, t_k)| \rightarrow \min_{\vec{a} \in R^{n+1}}$$

- 5) Пусть вектор коэффициентов \vec{a}_i^* является решением задачи п.4. В качестве значения индикатора $I_{m,n}(t)$ в точке t_{i+m+1} берем

$$I_{m,n}(t_{i+m+1}) = P_n(\vec{a}_i^*, t_{i+m+1})$$

- 6) Если $i + m + 1 < N$, то полагаем $i := i + 1$ и переходим к выполнению п.4. В противном случае. То есть, если $i + m + 1 = N$, расчет закончен.

В итоге, мы получаем значения индикатора $I_{m,n}(t)$ для значений

$$t = t_{m+1}, t_{m+2}, \dots < t_N.$$

Эти данные подлежат дальнейшему анализу для получения выводов об эффективности данного индикатора на фоне сравнения его значений с историческими значениями $y_{i+m+1}, i \in [0: N-m-1]$ соответственно, а так же с эффективностью прогноза других индикаторов.

В третьем разделе ставится задача построения индикатора на основе внешней оценки сегментной функции тригонометрической полиномиальной полосой и описывается процесс сведения этой задачи к задаче линейного программирования.

Предположим, что нам известны исторические данные о минимальных и максимальных ценах на зерно в моменты времени $t_1 < t_2 \dots < t_N$ в виде $z_i = z(t_i) \leq y_i = y(t_i), i = \overline{1, N}$. Т.е. заданы таблицы значений некоторых функций:

t	t_0	t_1	t_2	t_N
y	y_0	y_1	y_2	y_N

t	t_0	t_1	t_2	t_N
z	z_0	z_1	z_2	z_N

Таким образом, этими таблицами задается сегментная функция $F(t)$ для $t \in \{t_i : i = \overline{1, N}\}$: $F(t_i) = [z_i, y_i]$.

Обозначим через $P_n(a, t)$ полином n -ой степени (в качестве такого полинома можно использовать тригонометрический полином

$$P_n(a, t) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \sin k * t).$$

Будем называть задачу

$$\rho(a) \equiv \max_{i=1, \dots, N} \{P_n(a, t_i) - z_i, \quad y_i - P_n(\bar{a}, t_i)\} \rightarrow \min_{a \in R^{n+1}}$$

задачей о внешней оценке сегментной функции $F(t)$ полиномиальной полосой. Здесь $a = (a_0, a_1, \dots, a_n)$ - вектор коэффициентов.

Очевидно, сегмент $[P_n(a, t_i) - \rho(a), \quad P_n(a, t_i) + \rho(a)]$ накрывает сегмент $F(t_i)$. Поэтому, если ввести обозначения

$$\rho^* = \min_{a \in R^{n+1}} \rho(a), \quad \Omega_\rho = \{\hat{a} \in R^{n+1} : \rho(\hat{a}) = \min_{a \in R^{n+1}} \rho(a)\}$$

то графиком сегментной функции

$$P_n(a^*, t) = [P_n(a^*, t) - \rho(a^*), \quad P_n(a^*, t) + \rho(a^*)] \quad \text{для} \quad a^* \in \Omega_\rho$$

является полоса наименьшей (по ординате) ширины, равной $2\rho^*$, которая содержит график сегментной функции $F(t)$. Эта полоса интерпретируется в качестве ценового коридора.

Если $a^* \in \Omega_\rho$ то $P_n(a^*, t_{N+1})$ предлагается взять в качестве прогнозного значения цены в момент времени t_{N+1} .

Очевидно, что при $z_i \equiv y_i$ эта задача вырождается в задачу Чебышева о равномерном приближении дискретной функции полиномом заданной степени.

Исходная задача о внешней оценке сегментной функции полиномиальной полосой

$$\rho(a) \equiv \max_{i=1, \dots, N} \{P_n(a, t_i) - z_i, \quad y_i - P_n(\bar{a}, t_i)\} \rightarrow \min_{a \in R^{n+1}}$$

$$a = (a_0, a_1, \dots, a_n), \quad P_n(a, t) = \langle a, (1, \sin t, \sin 2t, \dots, \sin nt) \rangle$$

$$z(t_i) \leq y(t_i), \quad i = \overline{1, N}$$

Введем обозначения:

$$x_i = a_{i-1}, x = (x_1, x_2, \dots, x_{n+1}) \approx a,$$

$$B_i = (1, \sin t_i, \sin 2t_i, \dots, \sin nt_i) \in R^{n+1}, b_i = -z(t_i), i \in [1: N],$$

$$B_{i+N} = -(1, \sin t_i, \sin 2t_i, \dots, \sin nt_i) \in R^{n+1}, b_{i+N} = y(t_i), i \in [1: N].$$

Тогда задача основная задача принимает вид:

$$\max_{i=1, \dots, 2N} \{ \langle B_i, x \rangle + b_i \} \rightarrow \min_{x \in R^{n+1}}$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема: Задача о внешней оценке сегментной функции полиномиальной полосой эквивалентна задаче линейного программирования следующего вида:

$$\begin{cases} x_{n+2} \rightarrow \min \\ x_{n+2} - \langle B_i, x \rangle - b_i \geq 0, i \in [1: 2N] \end{cases}$$

Схема построения индикатора на основе задачи о внешней оценке сегментной функции тригонометрической полиномиальной полосой аналогична схеме, представленной во втором разделе.

Полученные значения индикатора используются для тестирования на предмет его эффективности при прогнозировании. В качестве критериев результативности использования индикатора можно взять подсчет попадания значений индикатора в коридор максимальных и минимальных значений цен, анализ полученных значений индикатора по суммарным отклонениям от средних значений, анализ максимального отклонения от среднего значения.

В четвертом разделе описывается схема построения индикаторов, план проведения вычислительных экспериментов с целью тестирования индикаторов, приводятся результаты исследования и делаются выводы на основе этих результатов. Тестирование индикаторов проводилось на примере фьючерсов на сахар.

Считаем, что данные о котировках фьючерсов на сахар заданы в виде

$$y_k = y(t_k), z_k = z(t_k), \quad k \in [1: N]$$

где $y(t_k)$ - максимальные, а $z(t_k)$ - минимальные значения фьючерсов на сахар.

1. Задаем степень полинома $n < N, m \geq n + 2$.
2. Подсчитываем значение индикатора на основе решения задачи чебышевского приближения:

$$I_{m,n}(t_{i+m}) = P_n(\vec{a}_{m+i-1}^*, t_{i+m}), i \in [1: N - m],$$

где $P_n(\vec{a}, t) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \sin i * t$.

3. Подсчитываем значение индикатора на основе внешней оценки сегментной функции полиномиальной полосой

$$J_{m,n}(t_{i+m}) = P_n(\vec{a}_{m+i-1}^*, t_{i+m}), i \in [1: N - m],$$

где \vec{a}_{m+i-1}^* - вектор коэффициентов оптимального полинома на системе узлов $[t_i, \dots, t_{m+i-1}]$.

4. Строим индикатор простой скользящей средней

$$S(t_{i+m}) = \frac{1}{n+2} \sum_{j=m}^{i+m} x_j, \text{ где } x_j = \frac{1}{2}(y_j + z_j).$$

5. Строим графики $y(t)$, $z(t)$, $I_{m,n}$, $J_{m,n}$, S .

6. Проводим серию экспериментов для $n = 1, 2, 3$ и $m = n + 2, n + 3, n + 4$.

7. Анализируем полученные результаты.

Заключение.

Таким образом, в работе была реализована идея создания индикатора на основе внешней оценки сегментной функции тригонометрической полиномиальной полосой. Даны сравнения полученных значений индикатора с показаниями индикатора на основе чебышевского приближения и скользящей средней относительно котировок фьючерсов на сахар. Были проведены вычислительные эксперименты с помощью написанной на языке MATLAB программы и используя данные ежедневных котировок фьючерсов на сахар. Проведено сравнение эффективности построенных индикаторов с популярным на финансовом рынке индикатором технического анализа – скользящей средней.

В первом разделе рассматривается обзор рынков сельскохозяйственных товаров. В частности, подробно рассматривается рынок сахара и различные технические прогнозные индикаторы рынка.

Во втором разделе ставится чебышевская задача о приближении дискретно заданной функции тригонометрическим полиномом, описывается процесс сведения задачи к задаче линейного программирования.

В третьем разделе ставится задача построения индикатора на основе внешней оценки сегментной функции тригонометрической полиномиальной полосой и описывается процесс сведения этой задачи к задаче линейного программирования

В четвертом разделе описывается схема построения индикаторов, план проведения вычислительных экспериментов с целью тестирования индикаторов, приводятся результаты исследования и делаются выводы на основе этих результатов. Тестирование индикаторов проводилось на примере фьючерсов на сахар.