#### МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

# «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра дискретной математики и информационных технологий

Разработка программного комплекса для анализа ЭДХ функциональных узлов телекоммуникационных систем методом конечных элементов на основе библиотек свободно распространяемого пакета FreeFem++

#### АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 2 курса 271 группы направления 09.04.01 — Информатика и вычислительная техника факультета компьютерных наук и информационных технологий Серебрякова Андрея Александровича

Научный руководитель доцент кафедры ДМиИТ, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_\_ И.Д.Сагаева Заведующий кафедрой доцент кафедры ДМиИТ, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_\_ Л.Б. Тяпаев

## **ВВЕДЕНИЕ**

моделирование динамических Математическое систем И процессов, протекающих в них, является одним из основных методов исследования в самых разных областях знаний, охватывающих практически все сферы человеческой Одной областей деятельности. ИЗ таких являются процессы передачи электромагнитных волн в СВЧ трактах и образующих их элементах. Электронные приборы СВЧ предназначены для генерирования, усиления и преобразования электромагнитных колебаний в диапазоне частот 108 - 1012 Гц, то есть от диапазона коротких радиоволн до границы с диапазоном инфракрасного излучения. Эти колебания используются в таких важнейших отраслях науки и техники как обработка пищевых продуктов, медицина, радиолокация, космическая связь, телеметрия, современная цифровая телефония, передача телевизионных сигналов и так далее [1].

Первые алгоритмы и программы решения задач электродинамики появились примерно в середине 60х годов 20 века. За следующие 20 лет были созданы эффективные программы для решения двухмерных векторных и скалярных задач. Это позволило создавать математические модели объемных резонаторов, волноводов произвольного поперечного сечения и других электродинамических систем. В середине 80х годов были разработаны программы решения трехмерных задач во временной и частотной областях [2].

Одним из наиболее распространенных методов решения задач математической физики является метод конечных элементов. Это связано с большой универсальностью метода, сочетающего в себе лучшие качества вариационных и разностных методов. К его несомненным достоинствам относятся возможность использования разнообразных сеток, сравнительная простота и единообразие способов построения схем высоких порядков точности в областях сложной формы. Метод естественным образом сохраняет основные свойства операторов исходных задач, такие как симметрия, положительная определенность и т.п. [1].

Причина столь большой популярности метода конечных элементов кроется в его хорошей совместимости с системами автоматического проектирования и их твердотельным моделированием. Это позволяет создавать информационные подсистемы, которые естественно вкладываются в виде составных фрагментов в различные CAD/CAM/CAE системы. В результате получается средство для осуществления полного цикла «проектирование—производство» в электронной форме.

В настоящее время имеется целый ряд коммерческих программных продуктов, позволяющих решать трехмерные краевые и начальнокраевые задачи электродинамики. Данные продукты обладают высокой эффективностью, универсальностью и удобным пользовательским интерфейсом. Главный их недостаток — высокая цена. Продукты с доступными ценами найти сложно, а качественное свободно распространяемое программное обеспечение практически невозможно. Возможное решение проблемы — использование пакета свободно распространяемых библиотек FreeFem++.

FreeFem++ - это интегрированный продукт с собственным языком программирования высокого уровня, ориентированный на решение уравнений с частными производными с использованием метода конечных элементов.

Целью данной работы является разработка программного комплекса для анализа ЭДХ функциональных узлов телекоммуникационных систем методом конечных элементов на основе библиотек свободно распространяемого пакета FreeFem++.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- рассмотреть основные классы задач электродинамики;
- изучить алгоритм векторного метода конечных элементов применительно к задачам электродинамики;
- освоить работу с пакетом FreeFem++;
- изучить возможности пакета FreeFem++ при решении внутренних краевых задач электродинамики и задач на собственные значения;
- освоить работу в среде графического программирования Labview;

- реализовать интерфейс в среде графического программирования LabView для описания графической модели и последующего импорта в программную среду FreeFem++;
- разработать набор скриптов для FreeFem++, для построения и расчета резонаторных отрезков;
- с помощью разработанного интерфейса построить и рассчитать электродинамические характеристики для прямоугольного отрезка волновода.

# Основное содержание работы

## 1 Задачи электродинамики

Начально-краевые задачи электродинамики делятся на ряд классов, но это деление довольно условно. При определении класса задачи обычно учитывают следующие признаки:

- свойства заполняющей расчетную область среды;
- тип уравнений, которые описывают электромагнитное поле в области;
- тип граничных условий;
- форма пространственной области ограничена она или неограниченна,
   можно ли ввести систему координат, в которой граничная поверхность
   совпадает с координатными поверхностями.

В зависимости от свойств среды, заполняющей расчетную область, различают линейные и нелинейные задачи. Среди линейных задач принято различать прямые и обратные задачи электродинамики [3].

Цель прямых задач — определить электромагнитное поле в некоторой замкнутой области V с определенными начальными и граничными условиями на поверхности S, созданное заданными источниками. Задачи такого типа называют задачами анализа. Их математическая формулировка сводится к решению дифференциального уравнения (или системы уравнений) в частных производных, интегрального или интегро-дифференциального уравнения.

Определение электромагнитного поля в замкнутой области сводится к решению уравнений Максвелла с заданными начальными и граничными условиями. Различают ряд классов таких задач. Если для решения используют уравнения Максвелла для мгновенных значений, то говорят о начально-краевой задаче электродинамики, так как для получения решения требуется задать начальные и граничные условия. В данном случае электромагнитный процесс развивается во временной области [4].

Если решаются уравнения для комплексных амплитуд, то задания начальных условий не требуется, потому что время не входит в число переменных задачи. В

этом случае возникает краевая задача электродинамики. Решения таких задач производится в частотной области.

Обычно начально-краевые задачи возникают при моделировании переходных процессов, а краевые – при анализе стационарных процессов.

Задачи о вынужденных колебаниях возникают, когда в расчетной области присутствуют сторонние токи и на границе области заданы неоднородные граничные условия. В задачах о свободных колебаниях источники возбуждения отсутствуют, и целью моделирования является определение различных типов волн и видов колебаний, которые могут существовать в данной области при заданных условиях. Задачи о свободных колебаниях называют задачами на собственные значения [4].

# 2 Возможности FreeFem++

FreeFem++ - это интегрированный продукт с собственным языком программирования высокого уровня, ориентированный на решение уравнений с частными производными с использованием метода конечных элементов. Является свободно распространяемым продуктом [5].

Данная продукт принимает на входе файл с текстом программы, описывающей решение задачи на специальном языке высокого уровня. Входной язык Freefem++ включает в себя следующие основные алгоритмические конструкции: объявление переменных, объявление функций, элементарные типы данных, массивы, файлы, операторы ветвления, операторы цикла, операторы ввода-вывода и т.п. Для решения систем дифференциальных уравнений в языке предусмотрены специальные типы данных и функции. Такими типами являются триангуляционные сетки, пространство конечных элементов на базе этих сеток. Имеются специальные способы записи производных от функций и интегралов. Предусмотрена специальная конструкция solve, с помощью которой записывается вариационная формулировка задачи и решается система уравнений.

Для построения трехмерных объектов в среде разработки Freefem++ существует множество инструментов, которые являются встроенными в среду разработки, либо подключаются дополнительно по желанию разработчика.

Возможность подключать сторонние библиотеки позволяют значительно расширить возможности среды[5].

Среда разработки Freefem++ позволяет строить конечно-элементную сетку с помощью встроенных функций. Как правило построение области сводится к заданию базовой двумерной плоскости, а затем путем ее трансформации (вращение, смещение, растягивание и т.д.) достраивается трехмерная область. Таким образом можно создавать множество трехмерных сеток в одной области и объединять их в единый объект.

## 3 Графическая среда разработки LabView

Компания National Instruments (NI) является лидером в области разработки и производства аппаратно-программных средств автоматизации измерений, диагностики, управления и моделирования в широком спектре приложений. NI является разработчиком технологии виртуальных приборов — революционной концепции, изменившей подходы и методику проведения измерений и разработки систем автоматизации [6].

LabVIEW используют технические специалисты, инженеры, преподаватели и ученые по всему миру для быстрого создания комплексных приложений в задачах измерения, тестирования, управления, автоматизации научного эксперимента и образования. В основе LabVIEW лежит концепция графического программирования — последовательное соединение функциональных блоков на блок-диаграмме [6].

Существует два основных отличия LabVIEW от других языков программирования. Во-первых, LabVIEW реализует концепцию графического программирования G, поэтому исходный код представляет собой блок-диаграмму (соединенные друг с другом пиктограммы элементов языка), которая затем компилируется в машинный код. Несмотря на такой подход в языке G используются те же конструкции и методы программирования, что и в других языках: типы данных, циклы, переменные, рекурсия, обработка событий и объектно-ориентированное программирование [6].

Данная среда может быть использована совместно с тысячами устройств и включает в свой состав тысячи встроенных библиотек, включающих в себя инструменты для анализа данных и их отображения — основных инструментов для создания виртуальных приборов. Платформа LabVIEW может быть использована со многими целевыми устройствами и операционными системами.

## 4 Разработка интерфейса в среде LabView

Отсутствие графического в среде разработки Freefem++ усложняет построение конечно-элементной сетки, так как разработчик не может видеть модель до выполнения скрипта. А если разработчик в ходе описания области допустил ошибку, то модель просто не отобразится. В связи с этим графический интерфейс позволит упростить разработку и уменьшить количество создаваемых ошибок в процессе.

Разработанный интерфейс должен будет сгенерировать скрипт описывающий трехмерную область и описание процедуры решения задачи на собственные значения. При создании объектов таким методом, используется множество вспомогательных переменных, а также сами объекты должны иметь свой уникальный идентификатор. В связи с необходимостью добавления множества объектов в одну рабочую область, возникает проблема именования переменных и самих объектов в теле скрипта FreeFem++. При генерации скрипта для множества объектов необходимо учитывать, что порядок добавления объектов в рабочую область, их количество и их вид могут быть различным, следовательно, алгоритм генерации должен быть универсальным.

Таким образом скрипт должен состоять из нескольких блоков:

- Блок подключения дополнительных библиотек (как правило не будет изменятся и будет добавляться в виде заранее подготовленного блока);
- Блок построения 3D объекта (должен обладать уникальным набором имен переменных, границ, объектов);
- Блок отрисовки 3D объекта (используются утилиты Plot и MEdit);
- Блок объединения объектов;
- Блок решения задачи на собственные значения.

Блоки построения и отрисовки описываются с помощью шаблона скрипта FreeFem++. Каждый тип добавляемого объекта имеет свой шаблон с набором именованных переменных. Имена переменных генерируются в отдельном блоке для каждого объекта. Таким образом, в ходе компиляции итогового скрипта FreeFem++ не будет возникать ошибки.

Блок объединения объектов имеет собственный интерфейс, позволяющий пользователю выбирать какие объекты необходимо объединить в один при построении скрипта. Внешний вид интерфейса пользователя указан на рисунке 1.

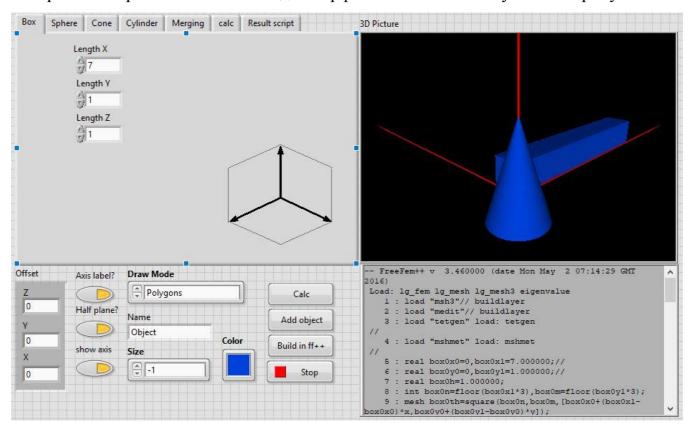


Рисунок 1 - Пользовательский интерфейс

Интерфейс позволяет пользователю создавать следующие графические примитивы: куб, сфера, цилиндр, и конус. Для каждого объекта выделена отдельная вкладка с необходимыми параметрами. Помимо геометрических размеров, пользователь также может задать им имя и цвет. Создаваемые объекты будут отображаться в правом верхнем окне.

Также программа позволяет выбирать какие из созданных объектов необходимо объединить. В списке слева указаны созданные объекты, правый список будет включать в себя фигуры, которые будут образовывать единую конечно-элементную сетку при построении скрипта. На вкладке «Calc»,

пользователь может выбрать объект из списка, для которого необходимо решить задачу на собственные значения. После выполнения этих действий, программа сможет сформировать итоговый скрипт для среды разработки Freefem++, выполняющий построение конечно-элементной сетки и решение задачи на собственные значения. Блок диаграмма интерфейса указана в приложении Е магистерской квалификационной работы.

## **5** Генерация скрипта FreeFem++

В ходе работы были разработаны шаблоны для реализации возможности добавления множества объектов и сформированы списки именованных переменных.

В результате работы программы генерируется скрипт, состоящий из нескольких функциональных блоков.

В итоговом скрипте используется минимальный необходимый набор библиотек и плагинов для построения трехмерных сеток и решения задач на собственные значения.

Блок построения трехмерных областей позволяет строить следующие графические примитивы: прямоугольник, цилиндр, сферу и конус. Имена для каждой переменной и объекта в целом представляют из себя сочетание имени объекта, переменной и порядкового номера. Например, переменная, отвечающая за радиус четвертого конуса, будет иметь следующий вид: «cone0rad». Таким образом, можно легко понять к какому объекту относится переменная.

Шаблоны скриптов, использующиеся для построения трехмерных сеток, указаны в приложениях A, Б, В, Г магистерской квалификационной работы.

## 6 Расчет электродинамических характеристик

Резонатор является колебательной системой, которая способна накапливать энергию электромагнитных колебаний. Эта способность зависит от величины его добротности Q, которая является интегральной характеристикой, определяемой отношением запасенной энергии , к теряемой энергии .

\_\_\_\_

Конфигурация объемного резонатора может быть любой, однако наибольшее применение находят прямоугольный, цилиндрический, коаксиальный и квазистационарный торовидный объемные резонаторы. Почти все из них являются закороченными на концах отрезками волноводов.

Для нахождения собственных частот резонатора необходимо рассчитать моду резонатора, которая представляет собой стационарную конфигурацию магнитного поля, удовлетворяющую уравнениям Максвелла и граничным условиям. Для прямоугольного отрезка волновода со сторонами размером частоты определяются следующим образом [7]:

где, — индексы моды, указывающие число полуволн, которые укладываются вдоль сторон резонатора. Следовательно, собственные частоты пустотелых объемных резонаторов определяются их геометрией.

Для определения магнитного поля резонатора используются уравнения Пуассона, представляющих собой дифференциальное уравнение в частных производных. Уравнение Пуассона описывает электростатическое поле [7,8]:

Левая часть уравнения является уравнением Лапласса, а правая часть комплексную или вещественную функцию. При использовании в трехмерной системе координат уравнение будет иметь следующий вид:

Шаблон скрипта реализующий нахождение решения задачи на собственные значения указан в приложении Д.

#### 7. Поиск собственных значений

В работе была рассмотрена работа программного интерфейса на примере решения задачи поиска собственных значений для прямоугольного отрезка резонатора. Прямоугольный резонатор представляет из себя замкнутую полость, ограниченную металлическими стенками, внутри которой существуют

электромагнитные колебания. С помощью графического интерфейса был построен прямоугольный отрезок волновода заданных размеров и решена задача на собственные значения. При этом программа сгенерировала скрипт для среды FreeFem++:

```
load "msh3"// buildlayer
load "medit"// buildlayer
load "tetgen" //
load "mshmet" //
real box0 x0=0, box0x1=//L;//
real box0 y0=0, box0y1=//W;//
real box0 h=//H;
int box0 n=floor(box0 x1*3),box0m=floor(box0y1*3);
mesh box0th=square(box0n,box0m,[box0x0+(box0x1-
box0x0)*x, box0y0+(box0y1-box0y0)*y]);
mesh3 box0th1=buildlayers(box0th,floor(box0h*2),
  coef=1.,
  zbound = [0, box0h]
  );
plot(box0th1);
medit("box",box0th1);
savemesh("box0.msh");
fespace Vh(box0th1, P1);//th
macro Grad(u) [dx(u), dy(u), dz(u)]//EOM
problem Laplace (u, v, solver=CG) = int3d(box0th1)(Grad(u)'*Grad(v))
+ on (1, u=0);
/////
varf a(u,v) = int3d(box0th1)(Grad(u)'*Grad(v)) + on(1,u=0);
varf b([u], [v]) = int3d(box0th1)(u*v);
for (int ii=0; ii<1; ii++)
Laplace;
cout<<" u min, max = " << u[].min << " " <<u[].max << endl;</pre>
h[] = mshmet(box0th1, u, normalization=1, nbregul=1, hmin=1e-3,
hmax=0.3);//th
cout <<"h min, max = "<<h[].min << " " << h[].max << " " << h[].n <<</pre>
" " <<box0th1.nv <<endl;
cout <<" Th" << " " << box0th1.nv << " " << box0th1.nt << endl;</pre>
box0th1 = tetgreconstruction(box0th1, switch="raAQ",
sizeofvolume=0.1);
medit("U-adap-iso-"+ii, box0th1, u, wait=1);
matrix A=a(Vh, Vh, solver=UMFPACK);
matrix B=b(Vh, Vh, solver=CG, eps=1e-20);
int nev=3;
real[int] ev(nev);
Vh[int] eV(nev);
int k=EigenValue(A, B, sym=true, value=ev, vector=eV);
k=min(k, nev);
for (int i=0; i < k; i++)
{
```

```
u=eV[i];
cout << " --- " << i+1 << " " << ev[i] << " --- " <<endl;
}
medit("U-adap-iso-", box0th1, u, wait=1);</pre>
```

После исполнения скрипта Freefem++, с помощью встроенных средств, отобразит конечно-элементную сетку и выведет искомые значения. Результат выполнения программы изображен на рисунке 8.

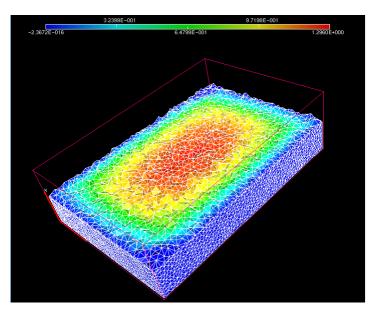


Рисунок 8 – Результат выполнения программы

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

электродинамики аналитически Решать задачи трудно, зачастую практически невозможно. Именно поэтому для данной цели используют различные программные продукты, которые обычно являются дорогостоящими. В свободно данной работе показано, что распространяемое программное обеспечение FreeFem++ справляется с решением краевых задач ничуть не хуже, чем коммерческое ПО данного сегмента. Однако решение подобных задач в Freefem++ требует специальных знаний в области программирования для решения поставленных задач. В FreeFem++ нет пользовательского интерфейса, потому требуются специальные знания для написания программного кода, то есть привлечение соответствующих специалистов, a не только экспертов электродинамике.

В ходе выполнения данной работы рассмотрены основные классы задач электродинамики, изучен алгоритм векторного метода конечных элементов применительно к задачам электродинамики, освоена работа с пакетом FreeFem++, изучены возможности пакета FreeFem++ при решении внутренних краевых задач электродинамики и задач на собственные значения, реализован интерфейс в среде графического программирования LabView для описания графической модели и последующего импорта в программную среду FreeFem++, разработан набор скриптов для FreeFem++, с помощью которых можно осуществлять построение и расчет резонаторных отрезков, рассчитаны электродинамические характеристики для прямоугольного отрезка волновода.

Таким образом, все поставленные в выпускной квалификационной работе задачи выполнены.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Григорьев А.Д. Методы вычислительной электродинамики. М.: ФИЗМАЛИТ, 2012. 432 с.
- 2 Баландин М. Ю., Шурина Э. П. Векторный метод конечных элементов. Учеб. Пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001. 69 с.
- 3 Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987. – 524 с.
- 4 Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984. 428 с.
- 5 FreeFem++ URL: http://www.freefem.org/ff++/ftp/freefem++doc.pdf (дата обращения: 18.05.2019)
- 6 National Instrumestns http://ni.com (дата обращения: 18.05.2019)
- 7 Метод конечных элементов URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод\_конечных\_элементов (дата обращения: 10.05.2019)
- 8 Григорьев А. Д., Янкевич В. Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. Численные методы расчета и проектирования М Радио и связь, 1984 248 с.