МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
(СГУ)

Кафедра теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии

Графовые методы диагностики дискретных систем

АВТОРЕФЕРАТ

дипломной работы

студентки 6 курса 631 группы
специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Богомоловой Дарьи Викторовны

Научный руководитель
к. ф.-м. н., профессор ___________ В. Н. Салий
18.01.2019 г.

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., доцент ___________ М. Б. Абросимов
18.01.2019 г.

Саратов 2019

ВВЕДЕНИЕ

Применение вычислительной техники для решения диагностических задач предполагает возможность формального математического описания любой сложной технической системы. Идеализированное представление технической системы с помощью математического аппарата называют математической моделью или просто моделью объекта.

Для математических моделей типичным является представление объекта совокупностью элементов и связей между ними. При этом неизбежно приходится считаться с потерей некоторых реальных свойств системы, введением допущений и, как следствие этого, – неточностью модели. Важно, чтобы модель была способна выделить и правильно отразить наиболее существенные свойства объекта. Содержание этих свойств определяется целью моделирования. Для диагностической модели объекта такой целью является оценка технического состояния и отыскание неисправностей [1].

Возрастающая сложность и повышение требований к эффективности действия различного вида систем требуют высокого качества средств контроля работоспособности и поиска неисправностей [2].

Применение методов и средств технической диагностики позволяет решить ряд экономических и социальных задач в производственной деятельности человека, а именно:

– снизить эксплуатационные расходы за счет уменьшения трудоемкости и времени ремонта оборудования;

– предупреждать аварии, благодаря своевременному выявлению дефектов;

– увеличить долговечность оборудования при устранении дефектов на ранних стадиях их появления;

– уменьшить количество обслуживающего персонала;

– повысить производительность;

– оптимизировать количество запасных деталей за счет прогнозирования отказов [3].

К настоящему времени разработан мощный математический аппарат, позволяющий проводить диагностические тесты оптимальным образом [2], [4], [5]. Критерием оптимальности является минимизация числа элементарных проверок.

В разделе 1 дипломной работы приведены основные определения и понятия теории графов, необходимые для дальнейшего описания алгоритмов технической диагностики.

Раздел 2 посвящен диагностическому тестированию, а именно алгоритмам построения минимального проверяющего и минимального локализующего тестов для систем, моделируемых ориентированными графами. На основе этих алгоритмов представлена программа, выполняющая поиск минимального проверяющего, а затем и минимального локализующего теста для системы, заданной ориентированным графом.

Немаловажным является то, что для диагностического тестирования необходимо, чтобы отказы всех элементов системы были различимыми, что является возможным, при условии отсутствия сильносвязных подграфов в ориентированном графе, моделирующем систему. Следовательно, наряду с построением диагностических тестов требуется находить раскontуривание для систем, моделируемых орграфами, содержащими сильносвязные подграфы.

В разделе 3 сформулированы алгоритмы раскontуривания для ориентированных графов и сетей с иллюстрирующими их примерами, а также приведена программа, которая находит оптимальное раскontуривание для заданного ориентированного графа или сети с наглядной визуализацией.

Дипломная работа состоит из введения, 3 разделов, заключения, списка использованных источников и 4 приложений. Общий объем работы – 91 страница, из них 53 страницы – основное содержание, включая 38 рисунков и 12 таблиц, список использованных источников из 21 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Диагностическое тестирование

Объектом исследования технической диагностики, может служить любая техническая система, если она обладает следующими свойствами:

– она может находиться как минимум в двух взаимоисключающих и различимых состояниях (работоспособном и неработоспособном);

– в ней можно выделить элементы, которые также характеризуются различными состояниями.

Условие взаимного исключения состояний объясняется необходимостью однозначного ответа на вопрос о состоянии системы в любой момент времени.

Система называется исправной, если она соответствует всем предъявленным к ней требованиям, т.е. и основные, и второстепенные параметры системы удовлетворяют заданным условиям. Нарушение каких-либо из этих условий означает, что система неисправна. Система является работоспособной, если основные характеризующие ее параметры находятся в пределах принятой нормы, и если она корректно выполняет заданные ей функции. Отказом называется потеря работоспособности как одного элемента, так и всей системы в целом.

Пусть ориентированный граф $\vec{G}(\sum)$ является функциональной моделью некоторой системы $\sum$, допускающей одиночный отказ (т.е. в системе возможен отказ только одного элемента). Элементам системы соответствуют вершины орграфа, а связям между элементами – дуги. Для обнаружения отказа необходимо производить проверки элементов системы. Проверка имеет для каждого элемента два исхода: 0, если реакция элемента допустима, 1 в противном случае. Система $\sum$ такова, что реакция 1, отмеченная у некоторого элемента, наследуется всеми достижимыми из него (в смысле орграфа $\vec{G}(\sum)$) элементами.

Минимальный проверяющий тест

Под проверяющим тестом понимается некоторая совокупность проверок элементов системы, позволяющая выяснить, имеется ли в системе отказ (без его локализации). Проверяющим тестом будет, например, тест, содержащий проверки всех элементов системы. Естественно попытаться найти минимальные по количеству проверок тесты.

Теорема 2.1. Проверяющий тест для системы $\sum$ минимален тогда и только тогда, когда он состоит из проверок элементов, которые соответствуют вершинам орграфа $\vec{G}(\sum)$, взятым по одной из каждого стока факторграфа $\vec{G}(\sum)/\mathcal{E}$.

Исходя из теоремы 2.1, предлагается следующий алгоритм построения минимального проверяющего теста:

1. Для исходного графа $\vec{G}(\sum)$ необходимо построить его конденсацию $\vec{G}(\sum)/\mathcal{E}$.

2. Найти все стоки, построенной конденсации.

3. Все возможные минимальные проверяющие тесты для системы, функциональной моделью которой является $\vec{G}(\sum)$, будут состоять из проверок элементов, взятых по одному из каждого стока конденсации [12].

Локализующие тесты

После проверки системы на работоспособность, при обнаружении наличия неисправности в системе, целесообразно установить, где именно эта неисправность находится. Для этого необходимо построить локализующий тест.

Локализующий тест – это тест, выполняемый для местонахождения неисправности объекта, т.е. такой набор проверок, по результатам которых можно было бы однозначно определить отказавшие элементы. Для оптимизации тестирования, естественно попытаться найти минимальный по числу проверок локализующий тест.

Пусть $G = (V, a)$ – бесконтурный орграф. Для вершины v через $S(v)$ обозначим множество всех стоков, достижимых из v. Рассмотрим отношение σ на множестве вершин орграфа $G: \sigma \subseteq V \times V$: две вершины принадлежат отношению σ тогда и только тогда, когда из них достижимы одни и те же стоки: $(u, v) \epsilon \sigma \leftrightarrow S(u) = S(v)$. Очевидно, что отношение σ является эквивалентностью.

Теорема 2.2. Факторграф по отношению σ является бесконтурным графом.

В бесконтурном графе всякая вершина достижима из некоторого источника и из нее достижим некоторый сток.

Исходя из утверждения выше и теоремы 2.2, сформулирован алгоритм построения минимального локализующего теста:

1. Для орграфа $G = (V, a)$ построить конденсацию (конденсация является бесконтурным графом) и выделить стоки конденсации.

2. Факторизовать полученную конденсацию по отношению σ. После чего для каждой вершины полученного факторграфа G/σ можно однозначно определить достижимые из нее стоки.

3. Осуществить проверку стоков конденсации. При обнаружении неисправности в каких-либо из стоков установить вершину, из которой достижимы именно эти стоки в факторграфе G/σ.

4. В состав минимального локализующего теста входят проверки тех вершин, которые составляют вершину, найденную на шаге 3 [12].

Программная реализация построения тестов

В приложении А представлен листинг программы, которая находит минимальный проверяющий тест и затем минимальный локализующий тест для системы, заданной ориентированным графом по матрице смежности. Данная программа написана на языке JAVA и скомпилирована в среде IntelliJ IDEA 14.1.4. Суммарная вычислительная сложность реализации алгоритма поиска минимального проверяющего теста составляет $O(n(n+m))$, где n – количество вершин в орграфе, а m – количество дуг, локализующего теста – $O(k^3)$, где k – количество вершин в конденсации орграфа. Примеры работы программы представлены в Приложении Б, в Таблице Б.1.

Понятие расконтуривания ориентированного орграфа

В области технической диагностики наибольших успехов удалось достичь при анализе сложных систем, не содержащих сильносвязных подграфов. Если орграф $\vec{G}$ не содержит сильно связных подграфов, то отказы всех элементов системы, моделируемой орграфом $\vec{G}$, различимы. Иначе, необходимо и достаточно разорвать в системе те связи, которым соответствуют дуги, образующие сильно связные подграфы [13].

Расконтуриванием орграфа $\vec{G}$ называется всякая совокупность его дуг, удаление которых превращает $\vec{G}$ в бесконтурный орграф. Расконтуривание, по определению, является минимальным, если никакое его собственное подмножество не является расконтуриванием. Оптимальное расконтуривание содержит наименьшее возможное для расконтуриваний данного орграфа число дуг (в ориентированных сетях под оптимальностью понимают наименьшую возможную сумму весов дуг, удаляемых для устранения нетривиальных контуров) [10], [16].

Изначально предполагалось, что может быть найден простой и эффективный алгоритм расконтуривания, возможно, работающий за линейное время. Однако предложенные алгоритмы по своей вычислительной сложности сильно превышали ожидаемые результаты [14], [15].

Теорема 3.1. Удаление дуг минимального расконтуривания связного орграфа не нарушает связности.

Очевидно, что теорема 3.1 справедлива также и для оптимального расконтуривания связного орграфа или сети.

Алгоритм 1

Пусть задана матрица смежности B орграфа $\vec{G}$ с числом вершин N, и для каждой дуги, идущей от i-й вершины к j-й, известна стоимость $c_{ij} > 0$ разрыва этой дуги (вес дуги). Тогда для орграфа $\vec{G}$ можно построить матрицу стоимостей $C = \|c_{ij}\|, (1 \le i, j \le N)$, в которой $c_{ij} = 0$, если в орграфе $\vec{G}$ нет дуги, идущей от i-й вершины к j-й; и $c_{ii} = 0$, т.к. разрыв петель, приписанных вершинам орграфа, не влияет на различимость отказов вершин.

Рассматривается задача оптимального расконтуривания. Для устранения всех сильно связных подграфов необходимо и достаточно разорвать в орграфе все ориентированные контуры, проходящие не менее чем через две вершины.

Пусть $\vec{G} = (V, a)$ – произвольный орграф. Говорят, что его вершины правильно пронумерованы: $v_1, v_2, \dots, v_n$, если из $(v_i, v_j) \in a$ следует неравенство $i \le j$, т.е. если дуги ведут из вершин с меньшими номерами в вершины с большими номерами [17].

Теорема 3.2. Вершины ориентированного графа $\vec{G}$ могут быть правильно пронумерованы тогда и только тогда, когда $\vec{G}$ – бесконтурный орграф.

Одним из наиболее используемых критериев бесконтурности графа является

Теорема 3.3. Орграф $\vec{G}$ тогда и только тогда является бесконтурным орграфом, когда при некоторой нумерации его вершин матрица смежности M оказывается верхней треугольной матрицей (т.е. все ее элементы, стоящие ниже главной диагонали, равны 0) [10].

Таким образом, в работе [13], основываясь на некоторых результатах, из источников [18], [19], показано, что для устранения всех контуров, проходящих не менее чем через две вершины, достаточно удалить из $\vec{G}$ все дуги, которым соответствуют числа $b_{ij} = 1$, расположенные ниже главной диагонали матрицы B. Стоимость удаления этих дуг равна

$$C(\{1, 2, \dots, N\}) = \sum_{i=2}^{N} \sum_{j=1}^{i-1} c_{ij} \quad (1),$$

где N – число вершин орграфа $\vec{G}$. Очевидно, что $C(\{1, 2, \dots, N\})$ зависит от порядка расположения строк и столбцов в матрицах B и C, и, следовательно, необходимо найти такое упорядочивание строк и столбцов матрицы C, чтобы сумма всех чисел c_{ij}, расположенных ниже главной диагонали матрицы C была минимальной [20]. Алгоритм поиска такого упорядочивания подробно описан в дипломной работе.

Алгоритм 2

Другой метод расконтуривания связан с алгоритмом поиска гамильтоновых путей в орграфе и применим для невзвешенных орграфов [6], [21]. Данный алгоритм подробно описан в тексте дипломной работы.

В ходе работы этого алгоритма можно получить список всех контуров ориентированного орграфа.

Следующим шагом составляется таблица, строки которой помечаются найденными нетривиальными контурами в порядке возрастания их длины, а столбцы – дугами, входящими каждая хотя бы в один контур. В строке, соответствующей данному контуру, ставится 1 в тех столбцах, которые обозначают дуги, образующие этот контур. Анализ полученной таблицы позволяет выделить все возможные расконтуривания для исходного орграфа.

Программная реализация алгоритмов расконтуривания

В приложении В представлен листинг программы, которая находит оптимальное расконтуривание двумя различными алгоритмами. Первый алгоритм применяется для ориентированной сети, заданной матрицей стоимостей, второй – для ориентированного графа, заданного матрицей смежности. Программа написана на языке JAVA и скомпилирована в среде IntelliJ IDEA 14.1.4. Результат работы программы отображается в виде двух окон: диаграммы орграфов и таблицы вычислений. В директорию, из которой был выбран исходный файл, сохраняется новый файл, содержащий матрицу смежности/стоимостей полученного бесконтурного орграфа. Суммарная вычислительная сложность реализации алгоритма 1 составляет $O(2^{2n})$, алгоритма 2 – $O(n^3)$, где n – количество вершин в орграфе. Сравнительные примеры выполнения программы представлены в приложении Г, в таблице Г.1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Высокие требования к эффективности действия различного рода систем приводят к совершенствованию средств их обслуживания. Ключевое значение при этом имеют средства контроля работоспособности и поиска неисправностей. Одними из таких средств являются графовые методы диагностики дискретных систем, поскольку большинство систем могут быть смоделированы именно с помощью ориентированных графов.

В данной работе были изучены алгоритмы построения минимального проверяющего и минимального локализующего тестов, а также разработана программа поиска этих тестов для систем, моделируемых с помощью ориентированных графов.

В области технической диагностики удалось достичь больших успехов при анализе систем, моделируемых бесконтурными орграфами. Таким образом, актуальной задачей являются методы расконтуривания ориентированных графов (сетей).

В связи с этим в работе были сформулированы алгоритмы расконтуривания для ориентированных графов, заданных матрицей смежности, и ориентированных сетей, заданных матрицей стоимостей. Выполнение алгоритмов подробно проиллюстрировано соответствующими примерами. На основании приведенных алгоритмов была также реализована программа для нахождения оптимального расконтуривания системы, функциональной моделью которой является орграф. Исходный орграф и найденное для него оптимальное расконтуривание визуализируются данной программой в виде окна диаграмм графов. Результатом этой программы являются набор дуг, составляющих расконтуривание, и искомый бесконтурный орграф.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Карибский, В.В. Анализ систем для контроля работоспособности и диагностики неисправностей / В.В. Карибский // Автомат. и телемех. 1965. Т. 26, № 2. С. 308-314.

2 Верзаков, Г.Ф. Введение в техническую диагностику / Г.Ф. Верзаков, Н.В. Киншт, В.И. Рабинович, Л.С. Тимонен. М. : Энергия, 1968. 224 с.

3 Основы технической диагностики локомотивов : учеб. пособие / А.Ю. Коньков. Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2007. 98 с.

4 Логвинов, Ю.Н. Формализация задачи диагностирования в теории систем : дис. канд. тех. наук / Ю.Н. Логвинов. Ростов-на-Дону, 1982. 152 с.

5 Богомолов, А.М. Диагностика сложных систем / А.М. Богомолов, В.А. Твердохлебов. Киев : Наукова думка, 1975. 128 с.

6 Пархоменко, П.П. Основы технической диагностики / П.П. Пархоменко, К.С. Согомонян. М. : Энергоиздат, 1981. 464 с.

7 Barsi, F. A theory of diagnosability without repair / F. Barsi, F. Grandoni // IEEE Trans. Comput. 1976. Vol. C-25. pp. 585-593.

8 Kreutzer, S.E. System-level diagnosis: analysis of two new models / S.E. Kreutzer, S.L. Hakimi // The Euromicro Journal. 1987. Vol. 20, № 4. pp. 323-330.

9 Рабинович, В.И. Предмет и задачи технической диагностики / В.И. Рабинович, М.А. Розов, Л.С. Тимонен // Автометрия. 1965. № 1. Новосибирск : Изд-во Отдел СО АН ССР. с. 27-34.

10 Богомолов, А.М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А. М. Богомолов, В.Н. Салий. М. : Изд-во Физматлит, 1997. 368 с.

11 Практические задания по орграфам, 2-е издание / М.Б. Абросимов, А.А. Долгов. Саратов : Изд-во Научная книга, 2009. 76 с.

12 Богомолова, Д.В. Минимальные проверяющие и минимальные локализующие тесты: курсовая работа / Д.В. Богомолова. Саратов, 2017. 29 с.

13 Unger, S.H. A study of Asynchronous Logical Feedback Networks / S.H. Unger // Research Lab. of Electronics, M.I.T., Cambridge, Mass., Tech. Reapt. 1957. 320 p.
14 Younger, D.H. Minimum feedback are sets for a directed graph / D.H. Younger // IEEE Transactions on Circuit Theory. 1963. CT-10. pp. 238-245
15 Hakimi, S.L. On the Degrees of the Vertices of a Directed Graph / S.L. Hakimi // Journal of the Franklin Institute. 1965. Vol. 279, Is. 4 pp. 290-308
16 Gill, A. Periodic decomposition of sequential machines / A. Gill, J.R. Flexer // Journal of the Association for Computing Machinery. 1967. Vol. 14, Is. 4 pp. 666-676
17 Sierpinski, W. Cardinal and Ordinal Numbers / W. Sierpinski. Poland, Warsaw : Panstwowe Wydawn. Naukowe, 1958. 487 p.
18 Seshu, S. Linear Graphs and Electrical Networks / S. Seshu. London : Addison-Wesley Publishing Co. 1961. 329 p.
19 Suppes, P. Axiomatic Set Theory / Suppes P. New York: Dover Publications, 1960. 273 p.
20 Хелд, М. Применение динамического программирования к задачам упорядочивания / М. Хелд, Р.М. Карп // Кибернетический сборник. 1964, Т. 9. С. 202-218
21 Yau, S.S. Generation of all Hamiltonian circuits, paths and center of a graph, and related topics / S.S. Yau // IEEE Trans. Circuit Theory. 1967. Vol. 14, Is. 1. pp. 79-81