

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
(СГУ)

Кафедра теоретических основ
компьютерной безопасности и
криптографии

Автоматы над бесконтурными графами

АВТОРЕФЕРАТ

дипломной работы

студента 6 курса 631 группы
специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность
факультета компьютерных наук и информационных технологий

Фарахутдинова Рената Абухановича

Научный руководитель

д. ф.-м. н., профессор

В. А. Молчанов

18.01.2019 г.

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

М. Б. Абросимов

18.01.2019 г.

Саратов 2019

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена алгебраической теории автоматов над бесконтурными графами. Теория автоматов как научная дисциплина возникла в середине XX века в процессе развития средств электронной вычислительной техники и соответствующих областей математики и является разделом теории управляющих систем, который изучает математические модели преобразователей информации.

Теория автоматов находит широкое применение в различных областях математики (алгебра, математическая логика и др.), при решении задач проектирования реальных цифровых ЭВМ, распознавания образов и при обработке больших данных.

Развитие информационных технологий вывело теорию автоматов за рамки моделирования аппаратных средств, расширив её до основ современной теоретической информатики. Разработанные в теории автоматов модели широко востребованы в теории формальных грамматик, математической лингвистике, теории кодирования информации, теории сложности вычислений. Теория автоматов тесно связана с теорией алгоритмов, особенно это становится важно в связи с развитием технологии Big Data [7].

Теория автоматов является одним из разделов математической кибернетики, которая изучает устройства преобразования информации, которые возникают во многих прикладных задачах. Устройство преобразования информации в общем случае находится в различных состояниях, эти состояния меняются под воздействием внешней среды (входных сигналов) и само устройство, в свою очередь, формирует реакцию на воздействия внешней среды (посредством выходных сигналов). Математической моделью таких устройств является многоосновная алгебраическая система, которая называется автоматом. С алгебраической точки зрения автомат является системой $\mathcal{A} = (X, S, Y, \delta, \lambda)$, где X, S, Y – три базисных множества: множество состояний автомата, множество входных сигналов и множество выходных сигналов, δ, λ –

две бинарные операции: $\delta: X \times S \rightarrow X$ – функция переходов автомата, $\lambda: X \times S \rightarrow Y$ – функция выходов автомата [13].

В зависимости от исследуемых задач рассматриваются автоматы, у которых множества состояний и выходных сигналов наделены дополнительными математическими структурами, согласованными с операциями автомата. Важными примерами таких структур являются структуры упорядоченного множества, линейного пространства, топологического пространства, графа и другие [6].

В данной работе исследуются автоматы над графами (так называемые графические автоматы), т.е. такие автоматы, множества состояний и выходных сигналов которых наделены математической структурой графов. В частности, в работе рассматриваются вопросы конкретной характеристики универсальных графических полуавтоматов и абстрактной определяемости универсальных графических автоматов своими полугруппами входных сигналов. Эти вопросы имеют непосредственное отношение как к известной проблеме С. Улама об определении математической структуры по данному множеству эндоморфизмов [16], так и к обобщенной теории Галуа, целью которой является изучение математических объектов путём исследования производных алгебр отображений, связанных с этими объектами.

Таким образом, целью работы является решение вопросов конкретной характеристики универсальных графических полуавтоматов и абстрактной определяемости универсальных графических автоматов своими полугруппами входных сигналов. В практической части целью является разработка и программная реализация алгоритмов решения для графических автоматов следующих прикладных задач:

- задача проверка графа на бесконтурность и квазibesконтурность;
- задача проверки графа на наличие дуги, не принадлежащей ни одному орциклу;
- задача линейного упорядочивания конечного автомата.

Для достижения поставленных целей требуется провести следующие исследования:

1) решить задачу конкретной характеристики универсальных графических полуавтоматов;

2) решить задачу абстрактной определяемости универсальных графических автоматов своими полугруппами входных сигналов;

3) разработать и программно реализовать важные алгоритмы сервисных программ для графических автоматов.

Дипломная работа состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка использованных источников и 1 приложения. Общий объем работы – 141 страница, из них 76 страниц – основное содержание, включая 27 рисунков и 1 таблицу, список использованных источников из 21 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В первом разделе излагаются основные понятия, которые потребуются для последовательного рассмотрения графических автоматов. Здесь приводятся необходимые определения и обозначения из алгебры отношений, теории графов и теории автоматов. В данном разделе используются источники [1-3, 13, 15, 18, 20].

Второй раздел посвящен вопросу конкретной характеристики универсальных полуавтоматов (т.е. автоматов без выходных сигналов) над квазибесконтурными графами. Здесь найдены условия, при которых на множестве состояний X полуавтомата \mathcal{A} можно так задать бинарное отношение ρ , полугруппа входных сигналов полуавтомата \mathcal{A} совпадёт с полугруппой всех эндоморфизмов графа $G = (X, \rho)$. Основным результатом этого раздела – теорема о конкретной характеристике универсальных графических полуавтоматов. Во втором разделе используются источники [5, 8, 11, 14, 16, 19].

В третьем разделе рассматриваются универсальные графические автоматы. Основным результатом этого раздела – теорема об определяемости универсальных графических автоматов полугруппами их входных сигналов. Данный результат даёт возможность изучать универсальные графические автоматы путём исследования свойств их полугрупп входных сигналов. В этом разделе используются источники [2, 4-5, 10, 12].

Четвёртый раздел посвящён разработке алгоритмов решения следующих прикладных задач: задача проверки графа на бесконтурность и квазибесконтурность, задача проверки графа на наличие дуги, не принадлежащей ни одному орциклу, задача линейной упорядочиваемости конечных автоматов, которая заключается в построении линейных порядков на множестве состояний и множестве выходных сигналов автомата, согласованных с действием всех входных и выходных сигналов автомата. Для решения последней задачи разработан эффективный алгоритм поиска с

возвратами и отсечениями. Для всех вышеперечисленных алгоритмов разработаны их программные реализации в виде интерактивного приложения на языке программирования C#. Программа линейного упорядочивания конечных автоматов протестирована на автоматах с функциями переходов и выходов, которые порождают полугруппу всех эндоморфизмов графа состояний. В данном разделе используются источники [1- 3, 5, 9, 13, 21].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрены графические автоматы, т.е. такие автоматы, множества состояний и выходных сигналов у которых наделены структурами графов, сохраняющимися функциями переходов и выходными функциями.

В ходе выполнения работы изучена и решена проблема конкретной характеристики универсальных графических полуавтоматов над квазибесконтурными графами. Данный вопрос имеет прямое отношение к проблеме Улама об определении математической структуры по данному множеству эндоморфизмов. Кроме того, рассмотрена и решена проблема определяемости универсальных графических автоматов своими полугруппами входных сигналов для рефлексивных графов с дугой, не принадлежащей ни одному орциклу.

Полученные результаты позволяют исследовать логико-алгебраические свойства универсальных графических автоматов, а также изучать универсальные графические автоматы с помощью исследования их полугрупп входных сигналов.

В практической части работы реализованы важные сервисные программы для графических автоматов: программы проверки графов на бесконтурность и квазибесконтурность, а также программа поиска в графах дуг, не лежащих в орциклах. Для линейного упорядочивания конечных автоматов разработан эффективный алгоритм перебора с возвратами и отсечениями, позволяющий найти линейный порядок для произвольного конечного автомата, т.е. такой линейный порядок, который стабилен относительно действия входных и выходных сигналов автомата.

Все полученные в работе результаты являются новыми. Основные теоретические результаты докладывались на научной конференции «Актуальные проблемы математики и механики» на базе механико-математического факультета Саратовского государственного университета (секция «Алгебраические аспекты теории управляющих систем», 2018), на VIII

Международной научной конференции памяти А. М. Богомолова «Компьютерные науки и информационные технологии» на базе факультета компьютерных наук и информационных технологий Саратовского государственного университета (секция «Прикладная алгебра и графы», 2018) и опубликованы в работах [10-12, 17].

Программа линейного упорядочивания множества состояний конечного автомата зарегистрирована в Реестре программ для ЭВМ 9 января 2019 года (Свидетельство о государственной регистрации № 2019610057).

Таким образом, все поставленные задачи решены полностью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1) Абросимов, М. Б. Практические задания по графам [Электронный ресурс] : 2-е издание, учеб. пособие / М. Б. Абросимов, А. А. Долгов. – Саратов : Науч. кн., 2009. – 76 с. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 2) Акимова, С. А. Об определяемости универсальных упорядоченных автоматов полугруппами их входных сигналов [Электронный ресурс] / С. А. Акимова // Изв. Волгоградского гос. пед. ун-та. Сер. естественных и физико-математических наук. – 2005. – №4 (13). – С. 24-27. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 3) Богомолов, А. М. Алгебраические основы теории дискретных систем [Электронный ресурс] / А. М. Богомолов, В. Н. Салий. – М. : Наука. Физматлит, 1997. – 368 с. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 4) Важенин, Ю. М. Об элементарной определяемости и элементарной характеризуемости классов рефлексивных графов систем [Электронный ресурс] / Ю. М. Важенин // Изв. высших учеб. завед., Матем. – 1972. – №7. – С. 3-11. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 5) Глушкин, Л. М. Полугруппы и кольца эндоморфизмов линейных пространств систем [Электронный ресурс] / Л. М. Глушкин // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1959. – Т.23. – С. 841-870. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 6) Глушков, В. М. Абстрактная теория автоматов [Электронный ресурс] / В. М. Глушков // УМН, 1961. – Вып. 5 (101). – С. 3-62. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 7) Гуренко, В. В. Введение в теорию автоматов [Электронный ресурс] / В. В. Гуренко. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. – 62 с. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 8) Элементарные теории [Электронный ресурс] / Ю. Л. Ершов, И. А. Лавров, А. Д. Тайманов, М. А. Тайцлин // УМН, 1965. – Т.20. – №4. – С. 37-108. Загл. с экрана. Яз. рус.
- 9) Кац, М. М. Критерий линейной упорядочиваемости частичного автомата [Электронный ресурс] / М. М. Кац // Изв. высших учеб. завед., Матем. – 1997. – №10. – С. 37-43. Загл. с экрана. Яз. рус.

10) Молчанов, В. А. Об универсальных графических автоматах / В. А. Молчанов, Р. А. Фарахутдинов // Компьютерные науки и информационные технологии: Материалы Междунар. науч. конф. – Саратов : Издат. центр «Наука», 2018. – 464 с.

11) Молчанов, В. А. О конкретной характеристике полугрупп эндоморфизмов бесконечных графов / В. А. Молчанов, Р. А. Фарахутдинов // Математика. Механика: сб. науч. тр. – Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2018. – Вып. 20. – 130 с.

12) Молчанов, В. А. Распознавание регулярных выражений с помощью конечных автоматов / В. А. Молчанов, Р. А. Фарахутдинов // Математика. Механика : сб. науч. тр. – Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2017. – Вып. 19. – 140 с.

13) Плоткин, Б. И. Элементы алгебраической теории автоматов : учеб. пособие для вузов / Б. И. Плоткин, Л. Я. Гринглаз, А. А. Гварамия. – М. : Высш. шк., 1994. – 191 с.

14) Робинсон, А. Введение в теорию моделей и математику алгебры [Электронный ресурс] / А. Робинсон. – М. : Наука, 1967. – 376 с. Загл. с экрана. Яз. рус.

15) Уилсон, Р. Введение в теорию графов [Электронный ресурс] / Р. Уилсон. – М. : Мир, 1977. – 208 с. Загл. с экрана. Яз. рус.

16) Улам, С. Нерешенные математические задачи [Электронный ресурс] / С. Улам. – М. : Наука, 1964. – 168 с. Загл. с экрана. Яз. рус.

17) Фарахутдинов, Р. А. Распознавание регулярных выражений с помощью конечных автоматов / Р. А. Фарахутдинов // Научные исследования студентов Саратовского государственного университета : материалы итоговой студенческой научной конференции. – Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2017. – 108 с.

18) Харари, Ф. Теория графов [Электронный ресурс] / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973. – 300 с. Загл. с экрана. Яз. рус.

19) Jonson, B. Topics in universal algebras [Электронный ресурс] / B. Jonson // Lecture Notes: Nashville Vanderbilt University, 1969-1970. – 397 p. Загл. с экрана. Яз. англ.

20) Molchanov, V. A. A universal planar automaton is determined by its semigroup of input symbols / V. A. Molchanov // Semigroup Forum 82. – 2011. P. 1-9.

21) Molchanov, V. A. Semigroups of mappings on graphs [Электронный ресурс] / V. A. Molchanov // Semigroup Forum 27. – 1983. – P. 155-200. Загл. с экрана. Яз. англ.