

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Переход к хаосу в ансамбле осцилляторов с удвоениями периода при
различном характере связи между ними**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 422 группы

направления 11.03.02 Инфокоммуникационные

технологии и системы связи

физического факультета

Сафронова Максима Вячеславовича

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н.

А.В. Слепнев

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Введение

В данной работе предлагается исследование перехода к хаосу в ансамбле осцилляторов с удвоениями периода при различном характере связи между ними.

Сценарий перехода к хаосу через каскад удвоений периода рассматривался в работах Шабунина А.В. [1]. Им были проанализированы закономерности развития мультистабильности в больших ансамблях идентичных генераторов, демонстрирующих усложнение колебаний через каскад бифуркаций удвоения периода, и показано, что наличие фазовых дефектов резко увеличивает число колебательных режимов, которое растет в зависимости от числа осцилляторов в ансамбле. Астахов С.В. в своей работе [2] предложил новую математическую модель в виде системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных непрерывной по пространству и времени системы, демонстрирующей переход к хаосу через последовательность пространственных бифуркаций удвоения периода. В среде реализуются как регулярные, так и хаотические во времени режимы. Предложенная им модель позволяет локализовать в пространстве точки бифуркаций.

Более подробно переход к хаосу был исследован в работе Слепнева А.В. [3], где было проведено исследование поведения среды, смоделированной на основе автоколебательных ячеек, демонстрирующих бифуркации удвоения. Полученные результаты подтвердили ряд эффектов, полученных ранее для пространственно-дискретных моделей. К таким эффектам относятся сложный сценарий удвоения периода колебаний во времени, связанный с появлением квазипериодических режимов, конечное число удвоений и переход к хаосу через разрушение квазипериодических колебаний, а также вызванные шумом переключения между волновыми модами, приводящие к уменьшению волнового числа. Более подробно шумовое воздействие было исследовано в работе [4], где были рассмотрены индуцированные шумом бифуркации связанности. Также модель Анищенко-Астахова использовалась как элементарная ячейка среды в

работе [5], был подробно исследован механизм перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода для различных мод. В сложных не квазигармонических режимах наблюдалось усложнение профиля бегущих волн и возникновение турбулентности в условиях слабой связи между генераторами.

Несмотря на то, что формирование и эволюция пространственных структур в ансамблях хаотических автогенераторов при вариации управляющих параметров, отвечающих за каскад бифуркаций удвоения периода в отдельно взятом генераторе, уже были изучены в ряде работы, вопрос о влиянии типа связи на них практически не рассматривался. Хотя даже поверхностный анализ известных результатов показывает, что это влияние существенно. Поэтому цель данной работы можно сформулировать следующим образом: выявление влияния типа связи (локальной, нелокальной или глобальной) на особенности формирования пространственных структур при переходе к хаосу в одномерном ансамбле осцилляторов с удвоениями периода и периодическими граничными условиями.

Выпускная квалификационная работа состоит из двух глав, которые включают в себя:

- 1. Модель и методы исследования*
- 2. Эволюция пространственно-временных режимов в ансамбле генераторов Анищенко – Астахова при различных типах связи между ними*

Основное содержание работы

В данной работе исследовался пространственно-дискретный ансамбль генераторов Анищенко-Астахова.

Основное отличие исследуемого ансамбля в слагаемом связи используемых уравнений. В указанных выше работах [3-5] связь представляет из себя вторую частную производную по пространственной координате s от разности переменных x и y :

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial t} &= mx + y - xz + \gamma \frac{\partial^2(x - y)}{\partial s^2}, \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= -x, \\ \frac{\partial z}{\partial t} &= g(\Phi(x) - z),\end{aligned}$$

В данной работе связь для x и y также присутствует, но находится отдельно в первом и втором уравнении соответственно. Исследуемая система уравнений при этом принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx_i}{dt} &= mx_i + y_i - x_i z_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (x_j - x_i), \\ \frac{dy_i}{dt} &= -x_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} (y_j - y_i), \\ \frac{dz_i}{dt} &= g[\Phi(x_i) - z_i], \quad \Phi(x_i) = \frac{x_i}{2} (x_i + |x_i|).\end{aligned}$$

Где m, g – управляющие параметры системы, i, j – номер осциллятора, σ – сила связи, P – число соседей.

Как было сказано ранее для исследования системы было использовано три различных типа связи, локальная, нелокальная и глобальная, для которых $P=1, 25$ и 50 соответственно.

В случае с локальной связью было рассмотрено три наиболее интересных случая поведения системы для различных значений силы связи $\sigma=0.04, 0.1$ и 0.5 . Во всех этих случаях в начале работы системы образуются стоячие волны, которые затем, с увеличением управляющего параметра, начинают искажаться,

что видно по эволюции волнового фронта (рис. 1, а). При дальнейшем увеличении управляющего параметра наблюдается «дробление» волнового фронта (рис. 1, б). По мгновенным пространственным профилям (рис.2) на малых m мы можем наблюдать незначительные осцилляции, но дальнейшее увеличение этого параметра приводит к радикальному усложнению мгновенного пространственного профиля. При $\sigma=0.5$ усложнение профиля проходит немного по другому сценарию (рис. 3). С увеличением управляющего параметра также сначала появляются незначительные осцилляции, а затем возникают квазигармонические структуры, повторяющиеся с определенным периодом.

Данные усложнения не связаны с бифуркациями удвоения периода. Это видно по пространственному распределению сечений Пуанкаре, которые демонстрируют, что в каждом элементе ансамбля наблюдаются колебания периода-2, отличающиеся друг от друга только по амплитуде. При дальнейшем увеличении управляющего параметра возникает множество мелких кластеров, отличающихся друг от друга по динамике входящих в них элементов.

Система находится в режиме полной синхронизации только в самом начале всего диапазона значений управляющего параметра, но с каждым увеличением силы связи ширина этого диапазона также увеличивается, так при $\sigma=0.04, 0.1$ и 0.5 пороговым значением управляющего параметра для режима полной синхронизации было соответственно $m=0.72, 1.04$ и 1.37 .

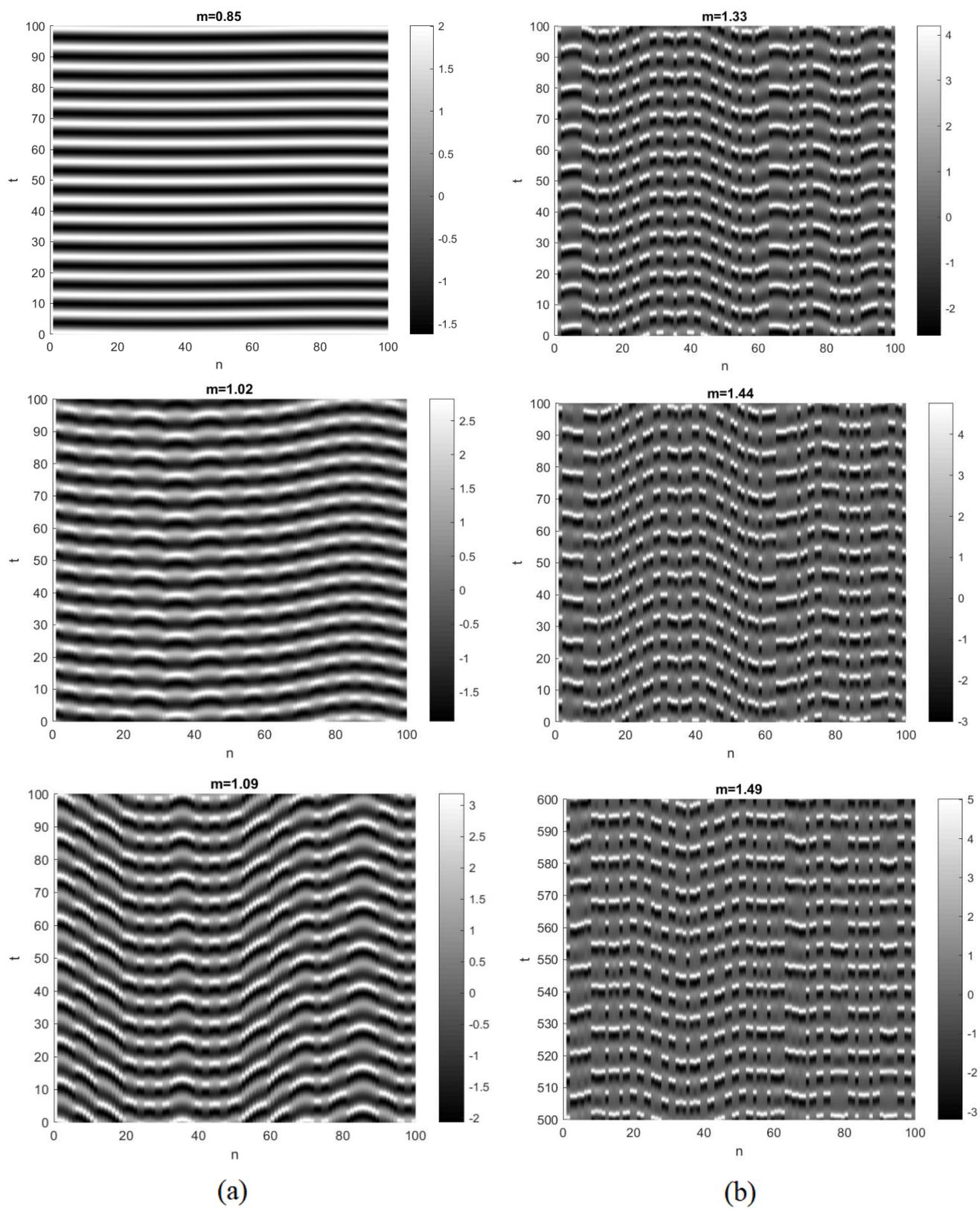


Рисунок 1. Эволюция волнового фронта при локальной связи.

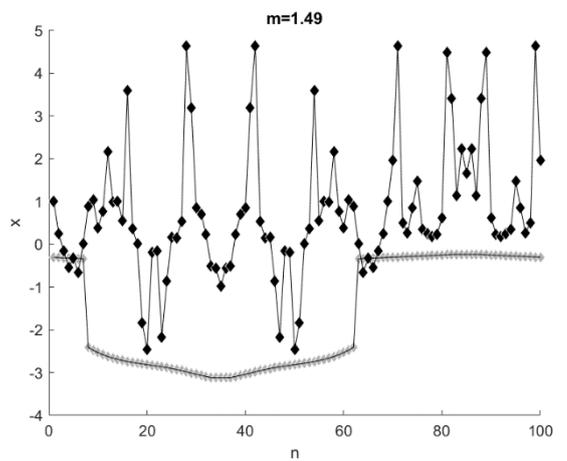
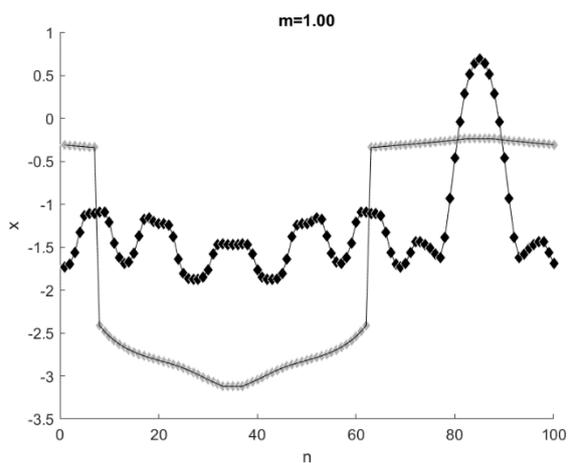
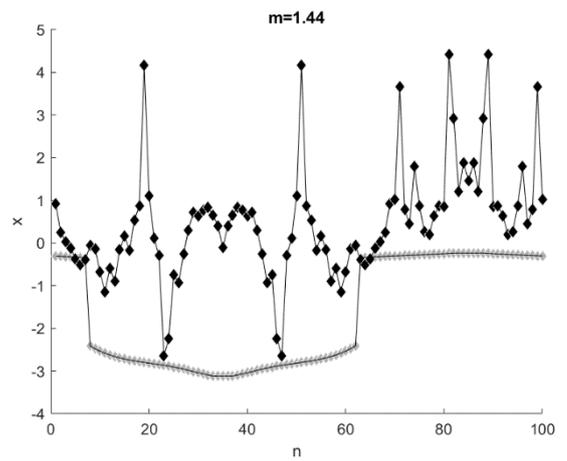
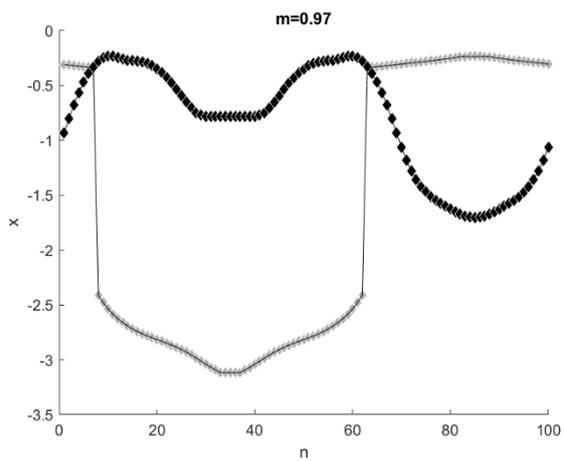
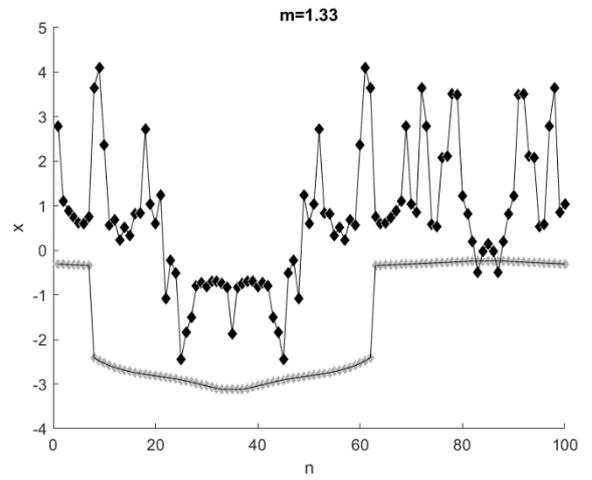
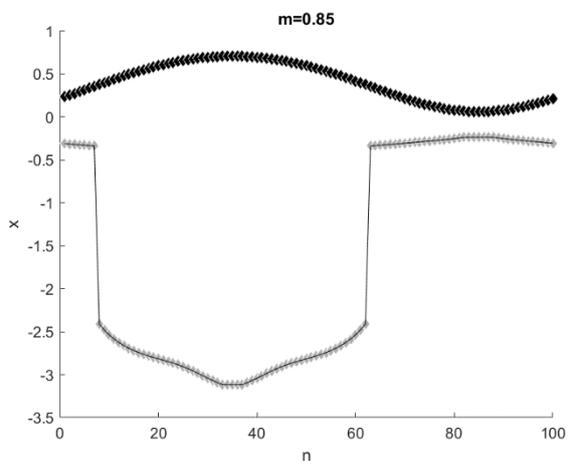


Рисунок 2. Мгновенные пространственные профили при малых значениях силы связи.

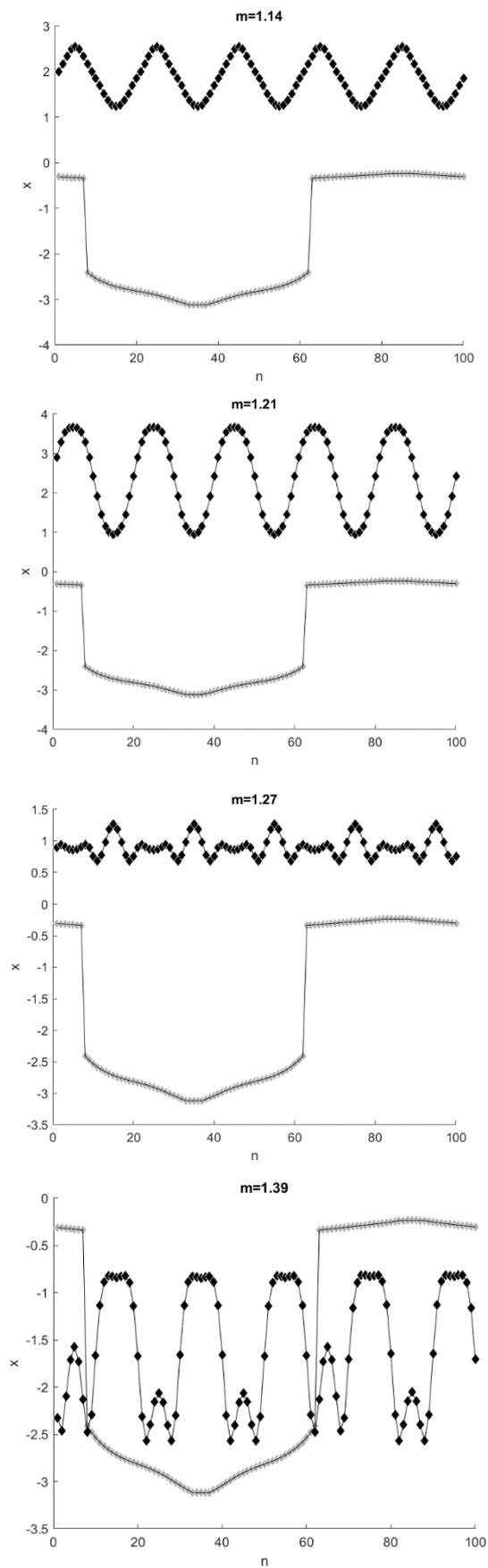


Рисунок 3. Мгновенные пространственные профили при больших значениях СИЛЫ СВЯЗИ.

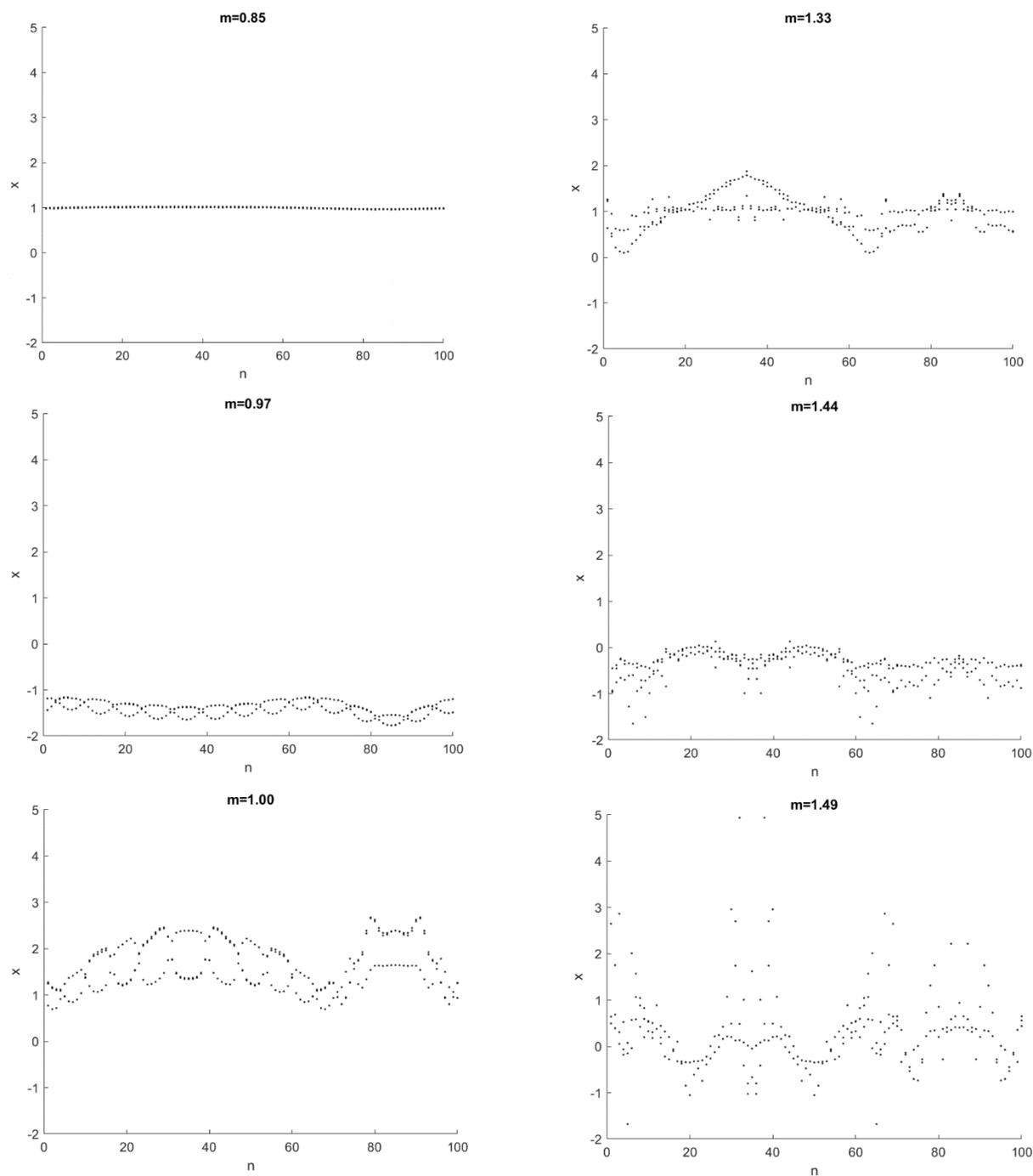


Рисунок 4. Сечения Пуанкаре при увеличении управляющего параметра.

Динамика системы при нелокальной и глобальной связи не столь интересна. Стоячая волна присутствует в системе во всем диапазоне значений управляющего параметра (рис. 5), а эволюция мгновенного пространственного профиля для нелокальной связи представляет из себя различные искаженные варианты начальных значений (рис. 6). При глобальной связи система находится в режиме полной синхронизации даже при закритических значениях

управляющего параметра, таких как $m=1.49$, что соответствует режиму развитого хаоса.

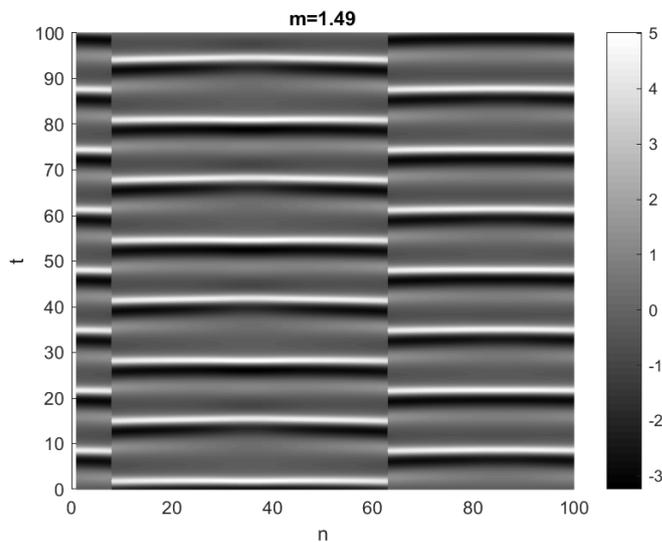


Рисунок 5. Пространственно-временная диаграмма при нелокальной связи.

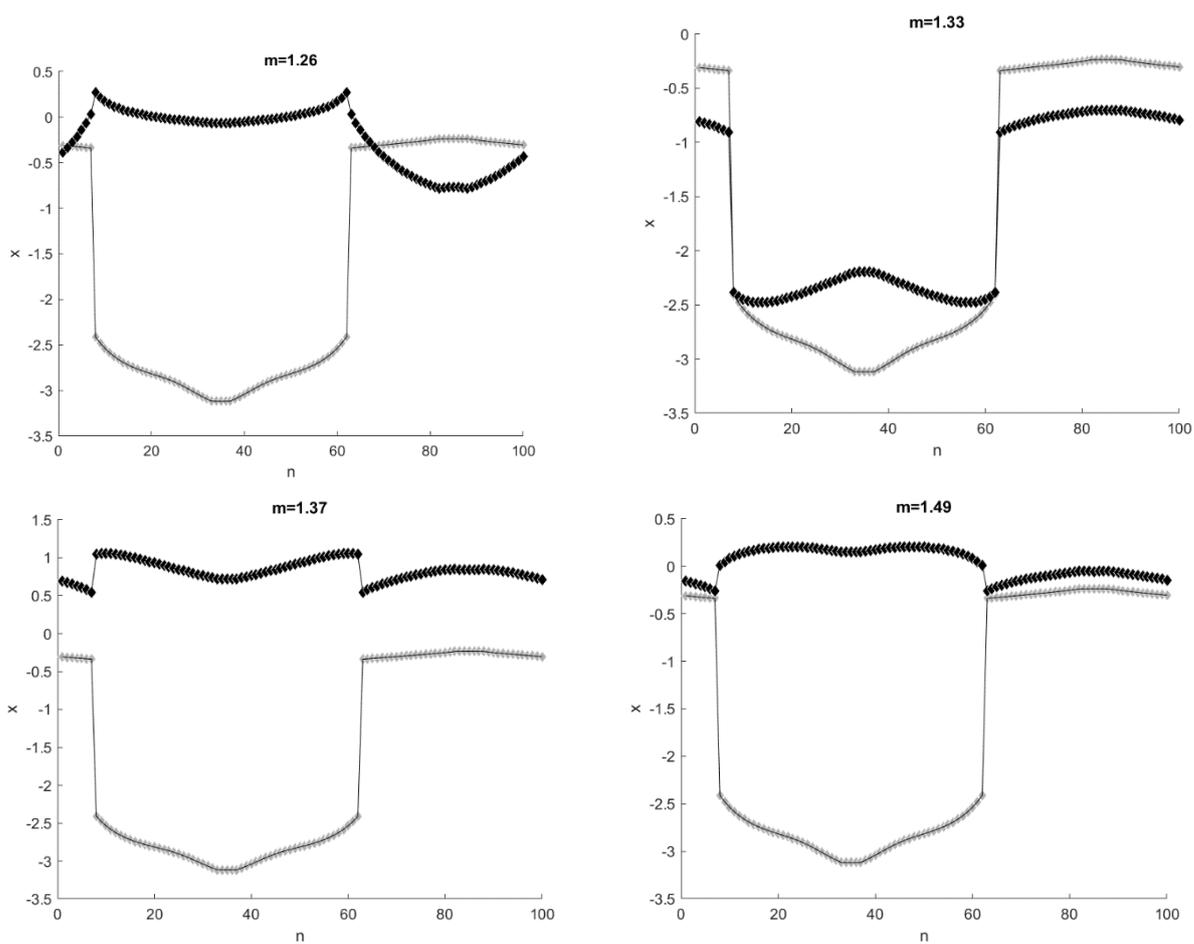


Рисунок 6. Мгновенные пространственные профили при нелокальной связи.

Заключение

В данной работе было рассмотрено три вида связи в пространственно-дискретном одномерном ансамбле генераторов Анищенко – Астахова с периодическими граничными условиями: локальная, нелокальная и глобальная. Было показано, что ширина области значений управляющего параметра, при которых существует только режим полной хаотической синхронизации, в первую очередь зависит от типа связи.

При нелокальной связи усложнение пространственно-временных структур зависит от силы связи незначительно, система находится в режиме полной синхронизации в широком диапазоне значений параметра m при небольших значениях σ . При глобальной связи система находится в режиме полной синхронизации при всех выбранных значениях параметра m .

В случае локальной связи, когда на рассматриваемый генератор воздействует только по одному генератору слева и справа, очень многое также зависит от силы связи, при слабой связи режим полной синхронизации перестает быть единственным в системе при малых значениях параметра m . При увеличении силы связи до $\sigma=0.5$ мгновенные пространственные профили становятся более регулярными и гладкими и начинают повторять друг друга с некоторой периодичностью. При этом период повторения увеличивается с уменьшением значения управляющего параметра.

Во всех обозначенных случаях при локальной связи наблюдается усложнение профиля, не связанное напрямую с удвоениями периода, что уже демонстрировалось ранее в работах [3–5]. Однако, в них это усложнение происходило с бегущими волнами, в то время как в данной работе подобная эволюция наблюдается для стоячих волн. При этом в модели из [3–5] стоячие волны не наблюдаются вообще. Поэтому можно сделать предположение, что причиной усложнения пространственного профиля волнового режима при изменении управляющего параметра, отвечающего за бифуркации удвоения периода в парциальном элементе, являются особенности динамики самого элемента. А наличие или отсутствие различных типов волновых режимов

(стоячих или бегущих волн) в системе определяется видом связи между элементами.

Список использованной литературы

1. Шабунин А. В., Астахов В. В. Фазовая мультистабильность в ансамбле генераторов с удвоениями периода // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2009 Т. 17, вып. 6. С. 99-118.
2. Астахов С. В., Вадивасова Т. Е., Анищенко В. С. Исследование пространственного перехода к временному хаосу в активной среде с однонаправленной связью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008 Т. 16, вып. 2. С. 122-1.
3. Слепнев А.В., Вадивасова Т.Е., Листов А.С. Мультистабильность, удвоения периода и подавление бегущих волн шумовым воздействием в нелинейной автоколебательной среде с периодическими граничными условиями // Нелинейная динамика, 2010, т.6, №4, с.755–767.
4. Слепнев А.В., Вадивасова Т.Е. Бифуркации удвоения периода и эффекты шумового воздействия в мультистабильной автоколебательной среде // Изв. вузов “ПНД”, т.19, №4, 2011.
5. Слепнев А.В., Вадивасова Т.Е. Автоколебательная среда со сложной динамикой элементарной ячейки. Мультистабильность и сценарии перехода к хаосу // LAP LAMBERT Academic Publishing.