

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Внешняя и взаимная синхронизация двух ансамблей
нелокально связанных логистических отображений**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 422 группы

направления 11.03.02 Инфокоммуникационные

технологии и системы связи

физического факультета

Богатенко Татьяны Романовны

Научный руководитель

доцент, кандидат ф.-м.н.

_____ Г. И. Стрелкова

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор

_____ В.С. Анищенко

Саратов

2019

Введение

Синхронизация – одно из фундаментальных свойств нелинейных систем, которое заключается в установлении определенных соотношений между характерными временами, частотами или фазами колебаний парциальных систем в результате их взаимодействия. Эффект синхронизации, открытый Гюйгенсом в XVII веке, играет огромную роль в природе и технике.

Явления синхронизации в связанных нелинейных динамических системах играют важную роль во многих областях науки, таких как физика, химия, биология, медицина, нейродинамика, социальные и экономические науки. Синхронизация различных компонент, составляющих сложные системы и сети, определяет их оптимальную организацию и стабильное функционирование, что обеспечивает нормальные и необходимые условия жизни. В живой природе синхронизация нейронов играет ключевую и определяющую роль в функционировании мозга человека и животных в обычных условиях, например, в процессах обучения и запоминания, и при патологии, в случаях болезни Паркинсона или эпилептических припадков. В последнем примере синхронизация является нежелательным эффектом и его разрушение восстанавливает нормальные нейронные связи.

С открытием особых пространственно-временных структур, названных впоследствии химерными, в ансамблях нелокально связанных идентичных осцилляторов, интерес к изучению эффектов синхронизации поднялся на более высокий уровень. В данном контексте важным и перспективным представляется исследование эффектов внешней и взаимной синхронизации таких особых структур при взаимодействии двух и более ансамблей связанных нелинейных осцилляторов. Впервые были установлены и описаны эффекты обобщенной синхронизации химер в ансамблях фазовых осцилляторов и внешней и взаимной синхронизации амплитудных и фазовых

В силу того, что эффекты внешней и взаимной синхронизации являются классическими, представляется целесообразным более подробно и детально исследовать их для случая двух взаимодействующих ансамблей нелокально

связанных логистических отображений при различных типах связи между ними, а именно, для диссипативной и инерционной. В работе [6] данная система была рассмотрена в случае диссипативно связанных колец логистических отображений. В этом исследовании показана возможность синхронизации химерных структур и проведена оценка синхронизации при помощи коэффициента взаимной корреляции. Такой способ позволяет достаточно точно оценить степень синхронизации, однако с его помощью невозможно узнать отклик различных структур на воздействие. Кроме того, не полностью были проведены исследования зависимости степени синхронизации химерных структур от изменения различных параметров взаимодействующих ансамблей. Не были также проанализированы эффекты синхронизации в данной системе в случае инерционной связи между кольцами.

Отметим, что в качестве индивидуальных элементов взаимодействующих ансамблей были выбраны логистические отображения, которые являются простейшими, самыми известными и широко используемыми моделями динамических систем с дискретным временем. Логистическое отображение является одним из важнейших предметов изучения теории хаоса с момента их описания М. Фейгенбаумом в 1978 году. С их помощью была показана универсальность хаоса и механизм перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода; эти факторы позволили применять теорию хаоса ко множеству различных явлений, как в живой природе, так и в обществе. Таким образом, по настоящее время логистические отображения служат для описания колоссального множества явлений природы.

Целями выпускной квалификационной работы являются численное исследование эффектов вынужденной и взаимной синхронизации пространственно-временных структур, включая химерные, в двух ансамблях нелокально связанных логистических отображений при диссипативной и инерционной связи между ними и анализ степени синхронизации химерных структур при изменении управляющих параметров индивидуальных элементов и параметров нелокальной связи в каждом ансамбле.

Для достижения целей были поставлены следующие **задачи**:

1. Пронаблюдать различные структуры во взаимодействующих ансамблях на пространственно-временных профилях.
2. Оценить степень синхронизации химерных структур в двух ансамблях с помощью статистических характеристик: среднего значения отклонения (девиации) по времени и среднего значение девиации по ансамблю.
3. Построить области синхронизации системы на плоскостях различных управляющих параметров.

Поставленные задачи выполнялись численно при помощи комплекса программ на языке C++ и программы Gnuplot для визуализации данных.

Раздел 1 «Динамика и структуры в ансамблях нелокально связанных хаотических отображений» содержит обобщённые сведения о химерных состояниях в ансамблях логистических отображений, закономерностях их возникновения. Приводятся известные сведения о механизмах синхронизации двух ансамблей нелокально связанных логистических отображений в случае диффузионной связи.

В разделе 2 «Модель и оценка степени синхронизации» подробным образом описывается исследуемая система взаимодействующих ансамблей, объясняется назначение параметров системы, а также описывается метод оценки степени синхронизации пространственно-временных структур в двух исследуемых ансамблях.

Раздел 3 «Анализ синхронизации двух ансамблей» содержит описание исследовательской части. В подразделе 3.1 «Синхронизация взаимодействующих идентичных ансамблей» описывается поведение двух идентичных ансамблей при задании одинаковых параметров отображений, но различных начальных условий. Подраздел 3.2 «Внешняя и взаимная синхронизация двух неидентичных ансамблей» посвящен результатам

исследований явлений внешней и взаимной синхронизации двух ансамблей при различных видах связи: инерционной и диссипативной. В каждом подразделе приведены зависимости статистических показателей от параметров системы и соответствующие пространственно-временные профили. В подразделе 3.3 «Области внешней синхронизации» приведены двухпараметрические диаграммы, показывающие области синхронизации ансамблей на плоскости различных параметров.

Основное содержание работы

Предметом изучения данной работы является модель двух ансамблей нелокально связанных осцилляторов, которая задается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} x_i^{t+1} &= f_i^t + \frac{\sigma_1}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_j^t - f_i^t] + \gamma_{21} F_i^t, \\ y_i^{t+1} &= g_i^t + \frac{\sigma_2}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [g_j^t - g_i^t] + \gamma_{12} G_i^t, \end{aligned} \quad (1)$$

где x, y – динамические переменные взаимодействующих ансамблей, i – номер элемента, $i = 1, \dots, N = 1000$ – общее число элементов в каждом ансамбле, t – дискретное время. Параметры P и R определяют количество частиц, соседних с i -той справа и слева, а σ_1 и σ_2 – коэффициент связи между элементами в каждом ансамбле. Поведение отдельных частиц определяется логистическими отображениями $f_i^t = \alpha_1 x_i^t (1 - x_i^t)$, $g_i^t = \alpha_2 y_i^t (1 - y_i^t)$ с управляющими параметрами α_1 и α_2 ; F_i^t, G_i^t – функции связи между кольцами, которые могут задавать инерционную связь при записи через координаты: $F_i^t = (y_i^t - x_i^t)$, $G_i^t = (x_i^t - y_i^t)$ и диссипативную связь при записи через функции: $F_i^t = (g_i^t - f_i^t)$, $G_i^t = (f_i^t - g_i^t)$. γ_{21} и γ_{12} – коэффициенты связи между взаимодействующими кольцами. Для анализа внешней синхронизации рассматривается случай однонаправленной связи: $\gamma_{21} = 0$, а $\gamma_{12} > 0$, а для случая взаимной синхронизации – $\gamma_{21} = \gamma_{12} = \gamma > 0$.

Оценка степени синхронизации структур проводится при помощи двух статистических показателей: среднего значения девиации по времени (2) и среднего значения девиации ансамблю (3).

$$\delta_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_i(k) - x_i(k))^2}, \quad (2)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_i(k) - x_i(k))^2}, \quad (3)$$

Сначала исследуются два идентичных ансамбля в случаях диссипативной и инерционной связи при следующих значениях параметров: $P = R = 320$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 3.8$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.32$. Данные параметры соответствуют наличию химерных структур в ансамблях в отсутствие межслойной связи. В таком случае на графиках зависимости среднего значения девиации по ансамблю от коэффициента связи в случае внешней и взаимной синхронизации (рисунок 1) при диффузионной связи можно отчётливо видеть области, при которых значение девиации обращаются в ноль и наблюдается полная синхронизация структур в двух ансамблях.

В случае инерционной связи (рисунок 2) синхронизации достичь не удаётся, несмотря на наличие минимумов на графиках девиации.

Далее рассматривается случай неидентичных ансамблей при следующих значениях параметров: $\alpha_1 = 3.7$, $\alpha_2 = 3.85$; $\sigma_1 = 0.23$, $\sigma_2 = 0.15$, $P = R = 320$. Исследуются внешняя и взаимная синхронизация ансамблей при инерционной и диффузионной связи.

Случай диссипативной связи наглядно показывает явление синхронизации: на графиках девиации имеются минимумы, соответствующие состоянию синхронизации ансамблей с точностью 0.0098 и 0.0016 соответственно (рисунок 3).

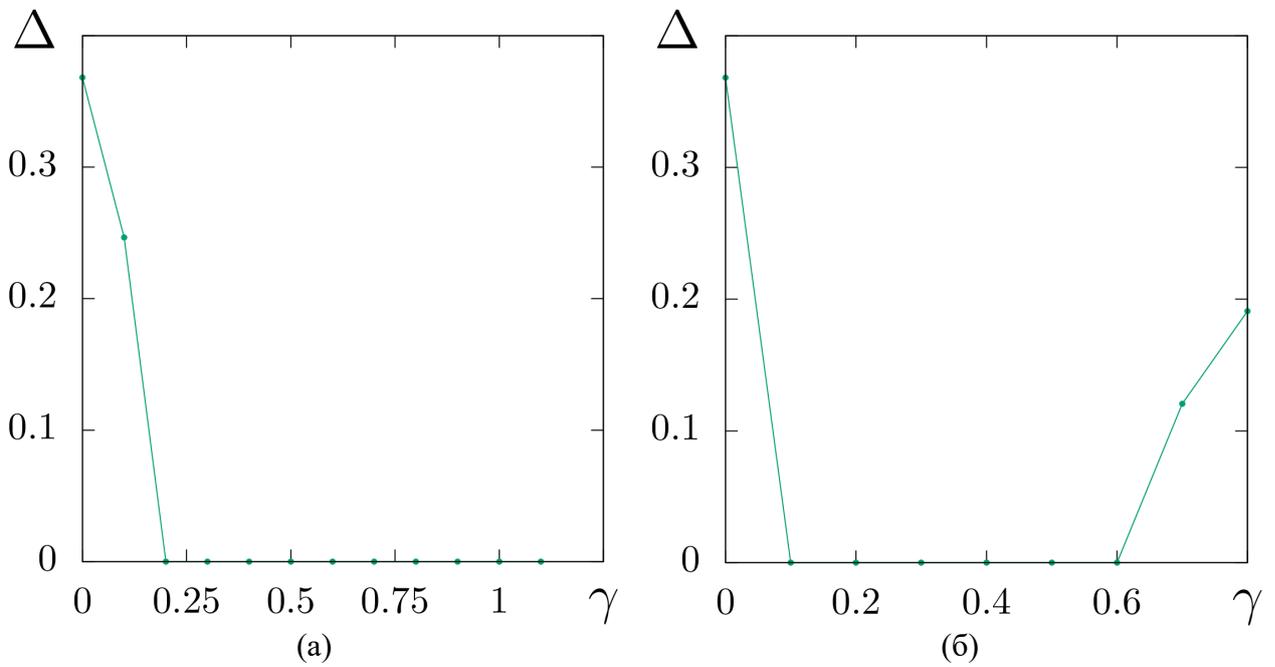


Рисунок 1 - Зависимости среднего значения девиации по ансамблю от коэффициента связи в случае внешней (а) и взаимной (б) синхронизации при диффузионной связи.

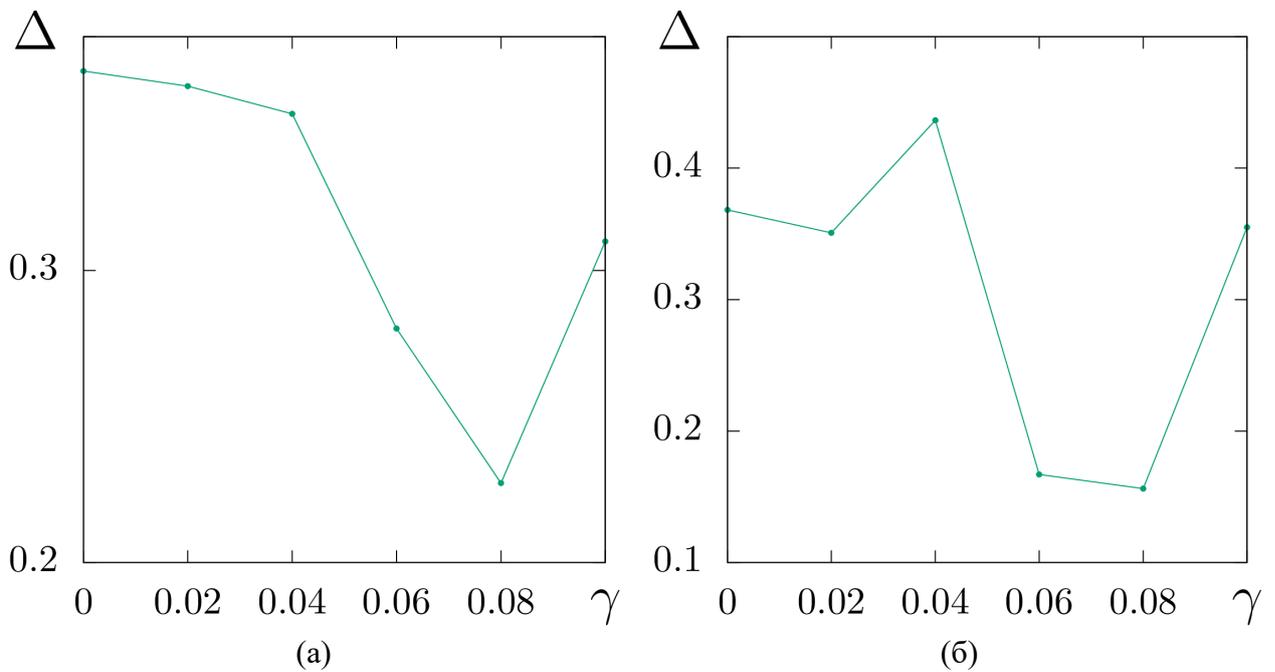


Рисунок 2 - Зависимости среднего значения девиации по ансамблю от коэффициента связи в случае внешней (а) и взаимной (б) синхронизации при инерционной связи.

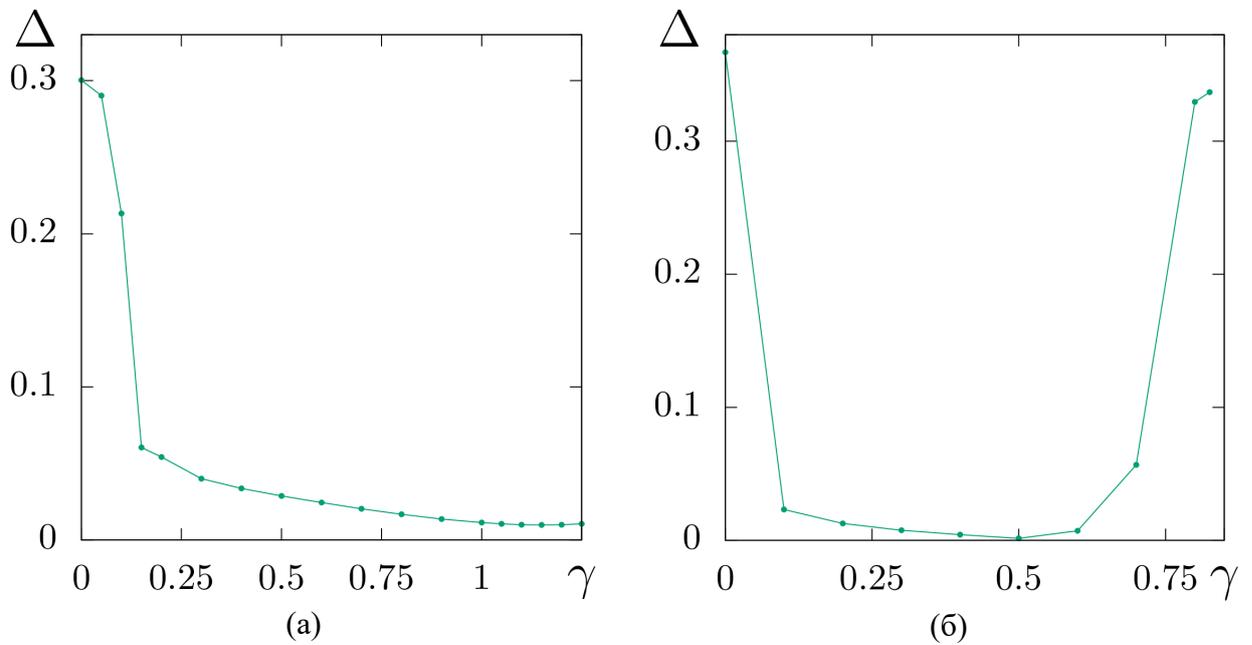


Рисунок 3 - Зависимости среднего значения девиации по ансамблю от номера осциллятора в случае внешней (а) и взаимной (б) синхронизации при диффузионной связи.

В случае инерционной связи внешней синхронизации ансамблей достичь по-прежнему не удаётся (рисунок 4).

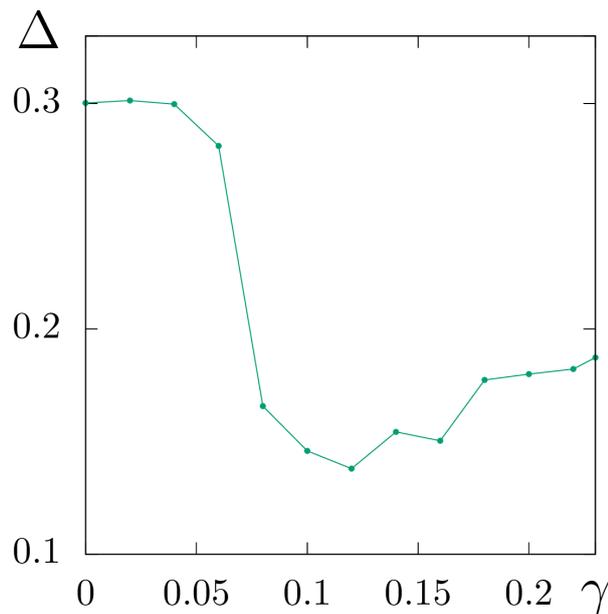


Рисунок 4 - Зависимость среднего значения девиации по ансамблю от номера осциллятора в случае внешней синхронизации при инерционной связи.

Для более наглядного представления и иллюстрации эффекта внешней синхронизации в исследуемой системе построены области синхронизации на плоскостях различных параметров системы для случая диффузионной связи (рисунок 5), а также в качестве примера построены две диаграммы для случая инерционной связи (рисунок 6).

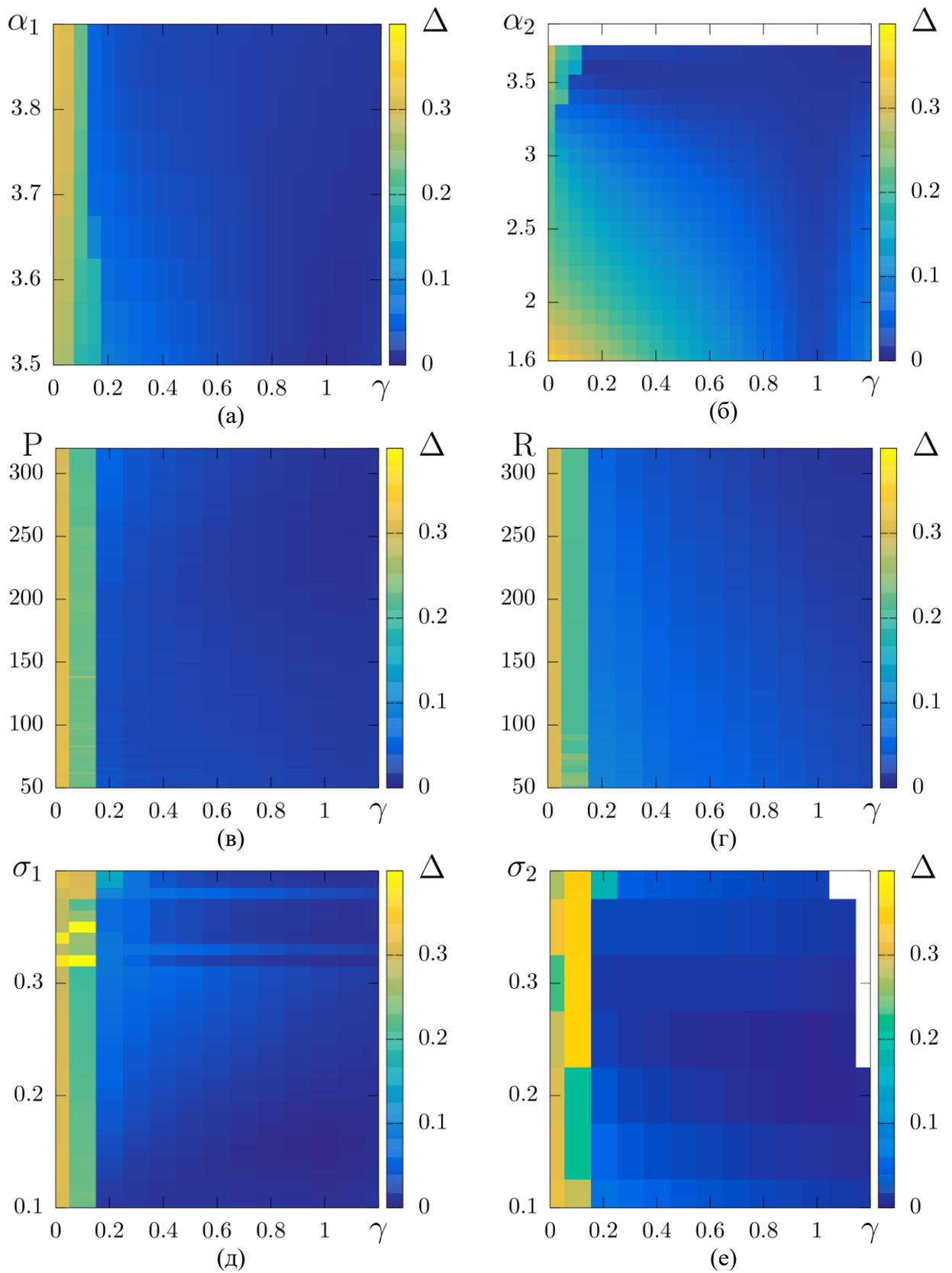


Рисунок 5 - Области внешней синхронизации на плоскостях параметров (γ_{12}, α_1) (а), (γ_{12}, α_2) (б), (γ_{12}, P) (в), (γ_{12}, R) (г), (γ_{12}, σ_1) (д), (γ_{12}, σ_2) (е).

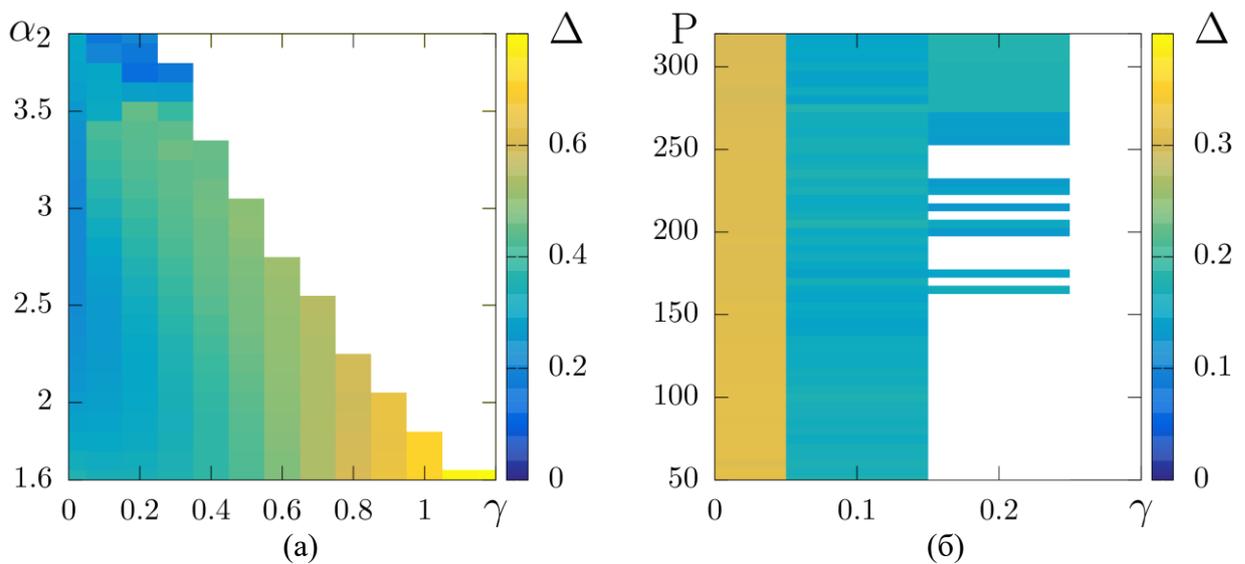


Рисунок 6 - Область внешней синхронизации на плоскости параметров (γ_{12}, α_2) (а), (γ_{12}, P) (б).

Как видно из диаграмм, вынужденная синхронизация структур в значительной степени зависит от управляющих параметров системы. В случае диффузионной связи синхронизации легче достичь при бóльших значениях управляющих параметров и коэффициента связи между кольцами, чего нельзя сказать о случае инерционной связи.

Заключение

В ходе данной работы методами численного моделирования было проведено исследование явлений внешней и взаимной синхронизации двух ансамблей нелокально связанных логистических отображений.

Была рассмотрена динамика ансамблей в случаях диссипативной и инерционной связей между элементами ансамблей, построены пространственно-временные профили, демонстрирующие различные структуры. Было показано, что при различных значениях управляющих параметров системы в ней можно наблюдать такие структуры, как пространственно-временной хаос, пространственно-однородный режим, а также амплитудные и фазовые химерные состояния.

Для оценки степени синхронизации наблюдаемых структур были рассчитаны такие статистические показатели, как среднее значение девиации по времени и среднее значение девиации по ансамблю. Были построены

зависимости данных величин от номера осциллятора в ансамбле и коэффициента связи между кольцами. Степень синхронизации пространственно-временных структур в случаях внешней и взаимной синхронизации двух ансамблей логистических отображений была оценена путем расчета среднего значения девиации по ансамблю в зависимости от изменения значений управляющих параметров индивидуальных элементов, параметров нелокальной связи каждого из ансамблей при вариации силы межслойной связи. Полученные результаты представлены в виде диаграмм на плоскости выбранных параметров, демонстрирующих области синхронизации рассматриваемых ансамблей.

В результате проведенных численных исследований взаимодействующих колец нелокально связанных логистических отображений было установлено, что эффекты синхронизации (как вынужденной, так и взаимной) наиболее четко проявляются и достигаются в случае диссипативной межслойной связи (связь через функции отображений). Инерционный же тип связи (связи через координаты соответствующих элементов ансамблей) не приводит к полной или даже частичной синхронизации структур.