

Введение

Актуальность темы: В исследовании сетей появились новые темы и, в связи с этим, новые проблемы в их структуре. Примером может служить исследование, посвящённое взвешенным сетям, т.е. таким сетям, в которых каждому звену сопоставлено вещественное число. В большинстве случаев запутанная топология часто означает значительную неоднородность и интенсивность связей. Типичным являются следующие примеры: сосуществование сильных и слабых связей между отдельными индивидами в социальных системах; различные пропускные способности электрических сигналов в нейронных сетях, неоднородный трафик в сети «Интернет».

Во-вторых, в последнее время внимание к данной теме в основном переключилось на исследование динамического поведения сетей, особенно на зависимости свойств динамической сетевой системы от структуры сети. Примером может служить повышенное внимание к исследованию коллективно синхронизированной динамики в сложных сетях со следующей точки зрения: зависимость между склонностью сети к синхронизации и взаимным влиянием топологии и локальных свойств взаимосвязанных динамических систем. Это явление очень важно; например, установлено, что некоторые заболевания человеческого мозга являются следствием ненормальных и, иногда, разорванных связей между нейронами.

Цель магистерской работы: Целью работы является исследование топологий различных сетей на основе теории графов.

Задачи:

1. Изучить литературу, посвящённую теории сетей и теории графов, и выполнить её обзор.
2. Выделить как простые, так и сложные характеристики, и меры для классификации сетей при наличии ограниченной информации о них.
3. Реализовать выбранные методы в виде прикладного программного обеспечения для ЭВМ.

4. Провести численные эксперименты с десятью различными сетями с характерной топологией: малый мир; случайная сеть; сеть, в которой есть один или несколько хабов или центров.

5. Выявить зависимость изменения выбранных характеристик и меры от топологии сетей.

Структура и объем работы. Магистерская работа состоит из введения, двух разделов, заключения и списка использованных источников. Общий объем работы – 51 страница, из них 20 страниц – основное содержание, включая 13 рисунков и 2 таблицы, список использованных источников информации – 32 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Теоретические сведения» посвящен обзору теории графов и ее применению в сложных сетях.

Исследовать сложные сети очень удобно, основываясь на теории графов. Можно выделить несколько типичных топологий сложных сетей и исследовать их свойства на основе некоторых характеристик и мер, чтобы, зная ограниченную информацию о сетях, можно было различать какой тип сети представлен перед нами. Рассмотрим некоторые типичные топологии и характеристики сетей.

1. Характеристики сетей

Распределение степеней узлов – одна из основных характеристик сети. С помощью нее можно оценить какое количество узлов в сети имеет определенную степень (количество связей с другими узлами).

Среднее кратчайшее расстояние – характеристика сети, показывающая сколько в среднем необходимо преодолеть узлов, чтобы попасть в целевой узел.

Диаметр сети – это максимальное кратчайшее расстояние между узлами сети. Помогает оценить насколько сеть велика.

Коэффициент кластеризации сети – позволяет оценить насколько у узлов сети есть вероятность того, что два ближайших соседа этого узла сами есть ближайшие соседи. Когда коэффициент кластеризации высокий – это означает, что граф чрезвычайно плотно сгруппирован вокруг нескольких узлов; когда он низкий – это значит, что связи в графе относительно равномерно распространены среди всех узлов. Сеть с высокой кластеризацией имеет большую гибкость (например, устойчивы к атакам, когда удаляется случайный узел сети).

2. Типы рассматриваемых сетей

Случайная сеть Эрёша-Реньи – это тип случайной сети, которая генерируется при жестко заданном количестве узлов сети и, в первом случае, по заданному количеству связей в сети, в другом – по параметру, который задает шанс наличия связи между двумя узлами. В данной работе рассматривался только второй случай.

Сеть типа «малый мир» – это сеть с достаточно равномерным распределением связей, в которой если взять два случайных узла, то вероятнее всего они не будут связаны, однако один узел достижима из другого посредством небольшого количества переходов через другие узлы.

Сеть с одним или несколькими центрами (хабами) – это сеть в которой узлы связаны только с одним узлом-центром и никак не связаны между собой, в то время как в сетях с несколькими центрами, сами центры между собой могут быть связаны.

Второй раздел «Практическая часть» состоит из трех подразделов и посвящен описанию реализованной программы и библиотек, полученным результатам с помощью этой программы и выводам, сделанным на основе полученных результатов.

1. Описание программы

Программа для численного эксперимента написана на языке Python 3.7 с использованием дополнительных библиотек для упрощения расчетов, генерации и визуализации исследуемых графов:

Math – стандартная библиотека, поставляющаяся вместе с Python.

Numpy – мощная библиотека с открытым исходным кодом для работы с массивами и имеющая множество математических функций для упрощения расчетов.

Matplotlib – библиотека для визуализации данных.

NetworkX – библиотека для создания, управления и изучения структуры, динамики и функций сложных сетей. В данной работе используется только для визуализации графов через Matplotlib.

В начале программы задается общее количество узлов сети N , затем объявляется пустой двумерный массив, в который будет записана матрица смежности случайно созданной сети. Далее объявляется несколько одномерных массивов, используемых для записи в них теоретического распределения степеней P_{kt} , степени узлов P и количества узлов со степенями, равным индексу переменной в массиве P_k . После этого начинается алгоритм создания случайного графа Эрдёша-

Ренди с заданным шансом соединения узлов m . Данный алгоритм в случайном порядке задает случайное значение 0 или 1 каждому элементу под главной диагональю матрицы смежности. Далее программа подсчитывает степени каждого узла сети, складывая единицы в матрице смежности каждого узла, и количество узлов P_k с одинаковыми степенями. Затем P_k пересчитывается в экспериментальное распределение степеней узлов, после чего рассчитывается теоретическое распределение с заданным шансом наличия связи m . Далее рисуется график сравнения теоретического и экспериментального распределения степеней, и визуализируется сгенерированный граф. После этого начинается алгоритм вычисления коэффициента кластеризации узлов сети и самой сети. В данном алгоритме через матрицу смежности вычисляется количество треугольников и вилок с помощью суммирования перемноженных значений наличия или отсутствия связи 3 различных точек сети. Соответственно, если треугольника не между тремя узлами нет, перемножение даст в результате 0. Далее программа вычисляет степень кластеризации всей сети, суммируя все значения кластеризации каждого узла отдельно и деля на общее количество узлов. После этого программа переходит к расчету кратчайших расстояний между узлами с помощью алгоритма поиска в ширину. Данный алгоритм работает путём последовательного просмотра отдельных уровней графа, начиная с узла-источника. Затем программа рассчитывает среднее минимальное расстояние между узлами l . Далее по вычисленным параметрам можно оценить сеть и найти взаимосвязь между типом сети и ее характеристиками.

2. Полученные результаты

В данном подразделе привозятся изображения с сгенерированными сетями и их характеристиками в различных вариантах генерации. В случае со случайной сетью рассматривалось изменение характеристик в зависимости от количества узлов, заданных при генерации. В сетях с хабами рассматривалось изменение характеристик в зависимости от строения сети и количества узлов: случай с одним и больше центрами, случай, когда все узлы связаны только с одним своим центром, случай, когда все узлы связаны со всеми центрами. В сетях малого мира собиралась информация о зависимости параметров от количества ближайших соседей при

генерации сети и от количества добавленных связей.

3. Выводы

В это подразделе подведены итоги исследования, где рассказывается о найденных взаимосвязях между типом сети и ее параметрах. Например, сеть малого мира можно определить, взглянув на график распределения степеней узлов, на нем будет видно превосходящее количество узлов со степенями 2, 4, 6 в зависимости от того, сколько ближайших соседей есть у узлов или если сравнить ее диаметр со средним минимальным расстоянием - он всегда примерно в 2 раза больше.

Заключение

Основные пункты работы выполнены:

1. Проведён обзор литературы, посвященной теории сетей и теории графов.
2. Выделены характеристики и меры для классификации сетей при наличии ограниченной информации о них.
3. Реализованы методы в виде прикладного программного обеспечения для ЭВМ.
4. Проведены численные эксперименты с различными сетями с характерной топологией: малый мир, случайная сеть, сеть в которой есть один или несколько хабов или центров.
5. Выявлена зависимость изменения выбранных характеристик и мер от топологии сетей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, D.-U. Hwang – Complex networks: Structure and dynamics 2006 г., Physics Reports 424 (2006) 175–308 стр.
2. Снарский А.А., Ландэ Д.В. Моделирование сложных сетей: учебное пособие. — К.: Инжиниринг, 2015. — 212 с. ISBN 978-966-2344-44-8
3. S.H. Strogatz, Nature 410 (2001) 268
4. P.L. Krapivsky, S. Redner, F. Leyvraz, Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 4629
5. S.N. Dorogovtsev, J.F.F. Mendes, Adv. Phys. 51 (2002) 1079
6. D.J. Watts, S.H. Strogatz, Nature 393 (1998) 440
7. M.E.J. Newman, Phys. Rev. E 64 (2001) 016132
8. R. Pastor-Satorras, A. Vespignani, Evolution and Structure of the Internet: A Statistical Physics Approach, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
9. <https://networkx.github.io/documentation/stable/index.html>
10. <https://docs.python.org/3/>
11. <https://docs.scipy.org/doc/>
12. <https://matplotlib.org/3.1.0/contents.html>
13. Bender, Edward A.; Williamson, S. Gill (2010). Lists, Decisions and Graphs. With an Introduction to Probability.
14. Claude, Claude (1958). Théorie des graphes et ses applications. Paris: Dunod. English edition, Wiley 1961; Methuen & Co, New York 1962; Russian, Moscow 1961; Spanish, Mexico 1962; Roumanian, Bucharest 1969; Chinese, Shanghai 1963; Second printing of the 1962 first English edition, Dover, New York 2001.
15. Biggs, N.; Lloyd, E.; Wilson, R. (1986). Graph Theory, 1736–1936. Oxford University Press.
16. Bondy, J. A.; Murty, U. S. R. (2008). Graph Theory. Springer. ISBN 978-1-84628-969-9.
17. Bollobás, Béla; Riordan, O. M. (2003). Mathematical results on scale-free random graphs in "Handbook of Graphs and Networks" (S. Bornholdt and H.G. Schuster (eds)) (1st ed.). Weinheim: Wiley VCH.

19. Chartrand, Gary (1985). *Introductory Graph Theory*. Dover. ISBN 0-486-24775-9.
20. Gibbons, Alan (1985). *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press.
21. Reuven Cohen, Shlomo Havlin (2010). *Complex Networks: Structure, Robustness and Function*. Cambridge University Press.
22. Golumbic, Martin (1980). *Algorithmic Graph Theory and Perfect Graphs*. Academic Press.
23. Harary, Frank (1969). *Graph Theory*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.
24. Harary, Frank; Palmer, Edgar M. (1973). *Graphical Enumeration*. New York, New York: Academic Press.
25. Mahadev, N. V. R.; Peled, Uri N. (1995). *Threshold Graphs and Related Topics*. North-Holland.
26. Newman, Mark (2010). *Networks: An Introduction*. Oxford University Press.
27. Norman L. Biggs (2002-12-19). *Discrete Mathematics*. Oxford University Press. ISBN 978-0-19-850717-8.
28. John Dwyer (2010). *An Introduction to Discrete Mathematics for Business & Computing*. ISBN 978-1-907934-00-1.
29. Susanna S. Epp (2010-08-04). *Discrete Mathematics With Applications*. Thomson Brooks/Cole. ISBN 978-0-495-39132-6.
30. Ronald Graham, Donald E. Knuth, Oren Patashnik, *Concrete Mathematics*.
31. Ralph P. Grimaldi (2004). *Discrete and Combinatorial Mathematics: An Applied Introduction*. Addison Wesley. ISBN 978-0-201-72634-3.
32. Jiří Matoušek; Jaroslav Nešetřil (1998). *Discrete Mathematics*. Oxford University Press. ISBN 978-0-19-850208-1.