

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра динамического моделирования и биомедицинской инженерии
**Выявление прямых и опосредованных связей методом частной
направленной когерентности**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2-го курса 206-ой группы
направления 12.04.04 «Биотехнические системы и технологии»
факультета нано- и биомедицинских технологий

Костюка Александра Витальевича

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.н.

Сысоев И. В.

Заведующий кафедрой

д.ф.-м.н., доцент

Селезнёв Е. П.

Саратов, 2019

В последние десятилетия в связи с бурным развитием вычислительной техники исследование хаотических систем получило большое распространение [1], все более актуальным становится вопрос об определении наличия или отсутствия взаимодействия между системами, а также его направления по их экспериментальным сигналам [2].

В случае, если исследуемых подсистем больше двух, дополнительно к задаче детектирования наличия и направления связей добавляется задача определения того, прямое или опосредованное это взаимодействие. В частности, задача представляет большой практический интерес для таких сфер как, экономика, радиотехника, нейрофизиология и климатология. Общая идея решения обеих задач лежит в использовании прогностических моделей [3, 4], при построении которых учитывается информация не только от ведомой и ведущей систем, но и ещё нескольких. К примеру, такой подход применяется в методе условной причинности по Грейнджеру [5]. Однако, на практике реализация, особенно для нелинейных систем, оказывается затруднительной по многим причинам, основной из которых выступает недостаток объема полученных экспериментальных данных. Также значительное влияние, как правило, оказывает проблема недоступности для измерения части подсистем для надежной оценки всех коэффициентов [6], которая в свою очередь, не дает возможности решить задачу в общем случае, однако остается возможным получить частные решения.

На сегодняшний день большое распространение получили подходы, определяющие связность между системами с помощью выявления причинно-следственных связей между состоянием одного объекта в настоящий момент времени и состояниями другого или нескольких других объектов в прошлых моментах времени. К таким подходам можно отнести причинность по Грейнджеру [2], энтропию переноса [7], когерентность и частную направленную когерентность [8].

Интерес к таким подходам обусловлен тем, что такие подходы, в частности метод причинности по Грейнджеру, способны выявить направленную произвольную функциональную связанность между объектами исследования, в то время как традиционные меры, такие как коэффициент фазовой синхронизации, взаимная корре-

ляционная функция, функция когерентности, функция взаимной информации выявляют только линейную связь и не могут определить её направление.

В текущей работе рассматривается задача о реконструкции архитектуры связей в связанных подсистемах. Для решения был выбран метод частной направленной когерентности, так как он является более универсальным и способен определять связь и направленность для двух и более сигналов одновременно. Метод представляется в виде частотно разрешенного подхода к описанию взаимосвязей между многомерными временными рядами, основанного на декомпозиции многомерных частных когерентностей, вычисленных по многомерным авторегрессионным моделям [9].

Цель работы: Реализовать метод частной направленной когерентности в программной среде IDLE на языке Python3, протестировать реализацию метода на моделях, приведённых в статье авторов метода [14] определить, насколько метод способен верно распознать архитектуру связей и, что наиболее существенно, различить прямое и опосредованное взаимодействие при разных уровнях связи (от очень слабых и не приводящих к существенным изменениям в динамике ведомых систем до достаточно сильных, ведущих к синхронизации) [10]. Для достижения данной цели были выбраны эталонные модели широко известных радиотехнических и оптических систем: генератора с 1.5 степенями свободы [11] и системы Икеды [12]. Для определения значимости посчитанных значений необходимо построить суррогатные временные ряды [19] и протестировать метод на экспериментальных сигналах, для этой цели был взят сигнал системы состоящей из десяти связанных радиотехнических генераторов с запаздыванием [13].

В первой главе представлен детальный вывод формулы частной направленной когерентности, история метода и тестирование реализации программы написанной на языке *Python3*.

Частная направленная когерентность была предложена Luis Vaccala и Takashi Sameshima как мера, показывающая только прямое взаимодействие одного сигнала на другой в частотной области, при этом не показывающая опосредованное взаимодействие. В работе [14] авторы сравнили метод частной направленной когерентности (PDC) с направленной передаточной функцией (DTF) на тестовых примерах,

которые, в частности, для PDC будут показаны ниже для проверки программы, написанной в рамках данной работы. Авторы доказали, что при одинаковой архитектуре связей и одинаковых коэффициентах связи в системе PDC, в отличие от DTF, игнорирует опосредованные связи и показывает только прямые. Метод основан на построении моделей линейного прогнозирования, коэффициенты которых восстанавливаются МНК, после чего коэффициенты, зависящие от времени, преобразуются в коэффициенты, зависящие от частоты.

Формула частной направленной когерентности:

$$PDC_{ij}(f) = \frac{\bar{A}(f)}{\sqrt{\sum_{k=1}^N |\bar{A}_{kj}(f)|}} = \frac{\bar{A}_{ij}(f)}{\sqrt{\bar{a}_j^H(f)\bar{a}_j(f)}} \quad (1)$$

Где f – частота, k – сдвиг по времени, H – эрмитова транспозиция (взятие комплексного сопряжения элементов и транспонирование), $\bar{a}_{i,j}(f)$ – элементы матрицы $\bar{A}(f)$, \bar{a}_j – столбцы матрицы $\bar{A}(f)$

Основные преимущества подхода состоят в следующем:

1. Он распознаёт только прямые связи и не показывает опосредованные, так как в модель изначально закладывается возможная зависимость каждой из исследуемых систем от всех прочих систем в модели. В частности, в случае метода причинности по Грейнджеру используют различные варианты условной причинности.
2. Данный подход позволяет при оценке связанности получить результаты в частотной области. Альтернативой такому подходу на текущий момент времени являются различные вариации частотно разрешённого метода причинности по Грейнджеру.
3. Подход хорошо определяет связность в системах с высоким уровнем шума [17].
4. Меру можно посчитать для любого числа осцилляторов.

Для тестирования метода была написана программа для определения частной направленной когерентности на языке программирования Python3. Также на этом языке программирования были написаны программы для генерации тестовых

моделей предложенных в работе [14]. В данной работе авторы привели несколько систем уравнений, которыми описываются системы, их графическое представление и применение метода к каждой модели. Генерации модели системы Икеды [12] и генератора с 1.5 степенями свободы [11] были также реализованы на языке программирования Python3. Модели были обработаны МНК, который восстанавливал значения коэффициентов, которые в свою очередь, использовались для перехода к частотной области и применения формулы частной направленной когерентности.

Тестовые модели создавались в программе, для чего в программу записывались системы уравнений таких как, к примеру на Рис. 1 б). Шумы задавались случайно в интервале от 0 до 10^{-6} . После чего результаты записывались в отдельный файл, который получала на вход программа с реализацией метода частной направленной когерентности. Во время выполнения программы модели обрабатывались МНК, который восстанавливал значения коэффициентов, они в свою очередь, использовались для перехода к частотной области и применения формулы частной направленной когерентности. На выходе из программы строились матрицы взаимодействий в системе, где столбцы матрицы показывают влияние одной системы на остальные, а строки всех систем на текущую. По оси абсцисс были отложены значения PDC, которые менялись от 0 до 1, а по оси ординат были отложены значения частоты, которые менялись от 0 до 0.5. Так как шаг по времени равен единице, максимальная частота равна половине частоты Найквиста, иначе говоря 0.5.

В качестве первого примера (Рис.1) авторы взяли простую цепочку систем с однонаправленной связью и усложнили её, добавив для одного из элементов обратную связь. Из уравнений Рис.1 б) хорошо видно, что связность систем закладывается в самой модели и в зависимости от коэффициентов меняется уровень PDC. По диагонали показана зависимость системы от себя же самой. Во многих работах данный результат не рассматривают [15]

Как видно из представленного примера связь определяется достаточно точно, как при воздействии одного сигнала на другой, так и при их воздействии друг на друга. Хорошо определяется прямая связь и не показываются опосредованные связи. Также, что немало важно, четко видна направленность воздействия, и в за-

висимости от коэффициента меняется показатель PDC. По диагонали показана зависимость системы от себя же самой, во многих работах данный результат не рассматривают [15]. Для модельных и экспериментальных данных PDC для этих связей не считался, в данном примере PDC был посчитан с целью убедиться самим и показать, что метод реализован и работает так же как был предложен Luis Vaccala и Takashi Sameshima.

Для тестирования в качестве модельных систем были выбраны широко известные эталонные модели радиотехнических и оптических систем: уравнения генератора с 1.5 степенями свободы [11] и системы Икеды [12].

Была проверена работа метода при разных уровнях связи от очень слабых и не приводящих к существенным изменениям в динамике систем, до достаточно сильных, ведущих к синхронизации. Предполагаем, что не может быть обратных связей и если воздействие распространяется, то только в одну сторону.

В качестве первого варианта для обоих типов подсистем связность между системами задавалась в виде цепочки. В качестве второго варианта для обоих типов подсистем связность между системами задавалась в виде цепочки с прямой связью с первого на третий элемент.

Во третьей главе представлено описание экспериментальной системы и тестирование реализации программы написанной на языке *Python3* на экспериментальных данных. В качестве экспериментального сигнала был взят сигнал системы состоящей из десяти однонаправленно связанных радиотехнических генератора с запаздыванием [13]. Каждый генератор представляет собой систему содержащую аналоговый низкочастотный *RC*-фильтр первого порядка, цифровую линию задержки и цифровое нелинейное устройство.

Каждый генератор в цепи описывается уравнением:

$$\varepsilon_i x_i(t) = -x_i + f_i(x_i(t - \tau_i)) + \sum_{j=1(j \neq i)}^D k_{i,j} (x_j(t) - x_i(t)), \quad (2)$$

где $x_i(t)$ и $x_i(t - \tau_i)$ — напряжения на входе и выходе линии задержки, соответственно, и $\varepsilon_i = R_i C_i$, где R_i — сопротивление, а C_i — ёмкость. Для подключения генераторов в сети используются резисторы и повторители напряжения обеспечи-

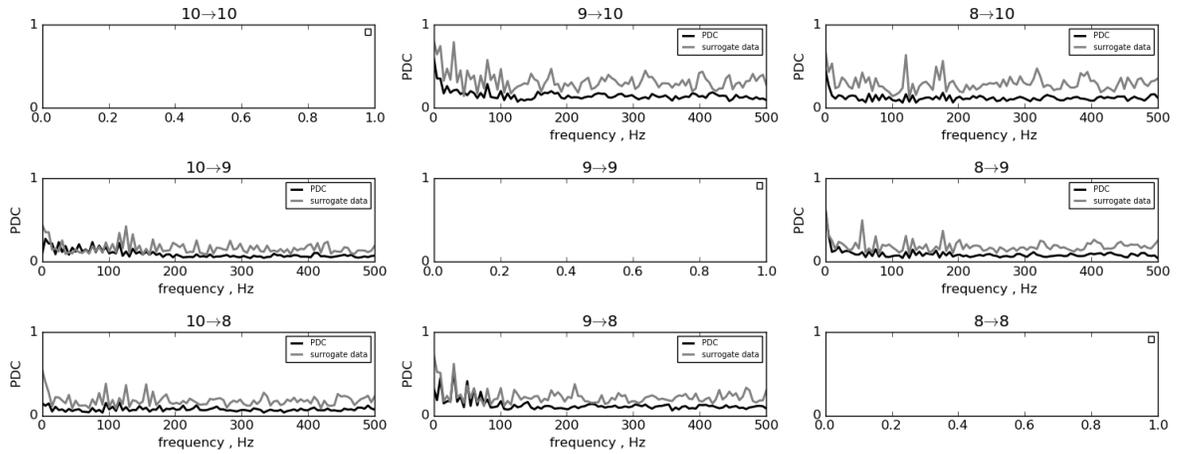


Рис. 1: Результаты оценки частной направленной когерентности по рядам связанных в цепочку радиотехнических генераторов. Ряды длиной 10^5 при эффективном шаге выборки 0.1. Генераторы под номерами 10, 9, 8.

вающие однонаправленную связь между осцилляторами. k — Коэффициент связи в формуле.

В случае реальной системы у нас изначально в системе заданы только прямые последовательные связи. Значит, и определяться должны тоже только прямые последовательные связи от старшего номера к младшему. К примеру, с 10 генератора на 9, или с 9 на 8 и не должна проявляться опосредованная связь с 10 на 8. Суррогатные данные были получены путём перестановок реализаций для каждой системы. Возможные варианты перестановок в каждой из систем создавались каждый раз разные, из них бралось только 20 первых случайных вариантов. Для построения суррогатных временных рядов сигнал, как и при работе с модельными системами, разбивался на 10 равных частей. Истинными значениями считался исходный сигнал и последовательность реализаций без перестановки [19].

В рамках выполнения выпускной квалификационной работы был реализован в виде компьютерной программы метод частной направленной когерентности. Для этого был проведён анализ литературы по данному методу, в частности, исходных работ [8, 14], а также обзоров [15, 9] и работ последователей [16]. Кроме того, были проанализированы работы по методу причинности по Грейнджеру, использующему сходный формализм [2, 5]. Реализация метода была протестирована на несколь-

ких моделях: авторегрессионных моделях с шумом, предложенных в оригинальной работе [14], уравнении с запаздыванием Икеды (модель лазера [12]) и автогенератора с 1.5 степенями свободы Дмитриева–Кислова [18], также на экспериментальных данных связанных в цепочку радиотехнических генераторов с запаздыванием. Результаты были сопоставлены с результатами применения метода причинности по Грейнджеру.

Несмотря на то, что метод является линейным, он хорошо восстанавливает архитектуру связей в нелинейных системах. Однако, стоит заметить, что это происходит только в тех случаях, если коэффициент связи в системах мал и, как следствие, подсистемы не близки к синхронизации.

Результаты, полученные при исследовании цепочек из двух различных типов эталонных осцилляторов, в основном сходны. Хорошо видно, что эффективность метода во многом зависит от подбора параметров исходной модели. При относительно «средних» значениях коэффициентов связи (когда порог синхронизации ещё не достигнут, но связь существенно изменяет характеристики ведомой системы, в том числе амплитуду), для систем Икеды это $k = 5$, а для генератора хаоса с 1.5 степенями свободы это 0.4 метод начинает показывать ложные связи в системе. Для систем автогенераторов с 1.5 степенями свободы эффективность метода немного выше, что может объясняться более простой динамикой отдельных систем (меньшая размерность) и более выраженным временным масштабом колебаний. Это позволяет рассчитывать на успех в более широком диапазоне параметров отдельных подсистем, а также в большем диапазоне коэффициентов связи. Эти выводы в целом сходны с тем, что показывает метод условной причинности по Грейнджеру для ансамблей из 3 осцилляторов тех же типов, см. [10].

В ходе применения метода было показано, что при построении авторегрессионной модели важно захватить половину периода исходного сигнала, иначе имеем очень низкую чувствительность метода. Если не захвачен временной масштаб то, даже имея большую длину временного ряда, мы всё равно получим очень низкую чувствительность метода или вовсе не сможем диагностировать связь. При этом простое увеличение числа коэффициентов не всегда решает проблему, поскольку

при их количестве свыше 200–250 современные реализации численных методов начинают давать высокие ошибки при их оценке.

Реализация метода частной направленной когерентности на языке программирования Python3 с использованием библиотек `numpy`, `scipy`, `matplotlib` позволяет исследовать более сложные системы и сигналы, в том числе сигналы хаотических колебаний радиотехнических генераторов. В данной работе показано, что метод верно определяет наличие и направление связи, а также в ряде случаев позволяет детектировать, на каких частотах имеет место связанность, как в случае трех или пяти систем, так и в случае десяти систем сразу. То есть метод может быть использован в прикладных задачах радиофизики, где приходится работать с сигналами сильно нелинейных систем, в применении к данным различной природы, например, для детектирования структуры связей в сетях сенсоров, между структурами мозга по временным рядам локальных потенциалов, между климатическими процессами.

Список литературы

- [1] Ott E., Grebogi C., Yorke J.A. Controlling chaos // *Phys. Rev. Lett.* (1990). **V. 64**, No 11. P. 1196–1199.
- [2] Granger C.W.J. // *Econometrica* (1969) **V. 37**, No 3. P. 424–438.
- [3] Rosenblum M., and Pikovsky A. Detecting direction of coupling in interacting oscillators // *Phys. Rev. E* (2001) **V. 64**, 045202(R), P. 134–138.
- [4] Smirnov D. and Bezruchko B. Estimation of interaction strength and direction from short and noisy time series // *Phys. Rev. E.* (2003) **V. 68**, 046209.
- [5] Chen Y., Rangarajan G., Feng J., Ding M. // *Phys. Lett. A.* (2004) **V. 324**. No 1., P. 26–35.
- [6] Smirnov D.A., Bezruchko B.P. // *Europhys. Lett.* (2012) **V. 100**, No 1. P. 10005.
- [7] Schreiber T. Measuring Information Transfer // *Phys. Rev. Lett.* (2000) **V. 85**, No 2, P. 461–464.

- [8] Sameshima K., Baccala L.A. Using partial directed coherence to describe neuronal ensemble interactions // *Journal of Neuroscience Methods* (1999) **V. 94.**, P. 93–103.
- [9] Baccala L.A., Takahashi D.Y., Sameshima K. Directed Transfer Function: Unified Asymptotic Theory and Some of its Implications // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* (2016) **V. 63**, No 12, P. 2450–2460.
- [10] М.В. Корнилов, И.В. Сысоев. Реконструкция архитектуры связей в цепочке из трех однонаправленно связанных систем методом причинности по Грейнджеру // *Письма в ЖТФ* (2018), **Т. 44**, № 10, С. 86–95.
- [11] Дмитриев А.С., Кислов В.Я. // *Радиотехника и электроника*. (1984) **V. 29**, № 12. С. 2389–2398.
- [12] Ikeda K., Matsumoto K. // *Physica D* (1987) **V. 29**, No 1–2. P. 223–235.
- [13] I. V. Sysoev, V. I. Ponomarenko, D. D. Kulminskiy, M. D. Prokhorov. Recovery of couplings and parameters of elements in networks of time-delay systems from time series // *Physical review* (2016), **V. 94**, 052207.
- [14] Baccala L.A., Sameshima K. Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination // *Biological Cybernetics* (2001) **V. 84**, P. 463–474.
- [15] Baccala L.A., Sameshima K. Methods in brain connectivity inference through multivariate time series analysis. *CRC Press (Taylor and Francis Group)*, (2014).
- [16] Schelter B., Timmer J., Eichler M. Assessing the strength of directed influences among neural signals using renormalized partial directed coherence // *Journal of Neuroscience Methods* (2009) **V. 179**, P. 121–130.
- [17] Yonghong Chen, Govindan Rangarajan, Jianfeng Feng, Mingzhou Ding, Analyzing Multiple Nonlinear Time Series with Extended Granger Causality // *Phys. Lett. A* (2004) **V. 324** No 1 P. 2–35.
- [18] Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: *Наука* (1989), 278 с.

- [19] J. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, J.D. Farmer, Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data, // *Physica D* (1992), **V. 58**, P. 77–94.