

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ

Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Изучение темы «Площадь треугольника» в школьном курсе  
геометрии**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 5 курса 521 группы

направления 44.03.01 Педагогическое образование (профиль – математическое  
образование) механико-математического факультета

Арнаутова Яны Евгеньевны

Научный руководитель

ст. преподаватель

\_\_\_\_\_

И. Г. Брагина

Зав. кафедрой

к. п. н., доцент

\_\_\_\_\_

И. К. Кондаурова

Саратов 2019

**Введение.** В Федеральном государственном образовательном стандарте среднего (полного) общего образования (ФГОС С(П)ОО) перечислены требования к предметным результатам освоения базового курса математики, в том числе «владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием», а также требования к предметным результатам освоения углубленного курса математики, в частности, «сформированность умений вычислять объёмы и площади поверхностей пространственных тел, применять изученные свойства стереометрических тел и формулы для решения практических задач».

Главной задачей учителя математики является развитие ребенка, а не заполнение ячеек памяти формулами. В связи с этим необходимо пересмотреть методические традиции в преподавании геометрии. Каждый ученик должен понимать, зачем он выполняет тот или иной порядок действий, составлять в голове логическую цепочку и уметь применить полученные знания во время урока на практике.

В школьном курсе геометрии теме «Площадь» уделяется не так много времени, как следовало, это следует из нехватки часов. В современных учебных пособиях предпочтение отдается такой схеме изучения этой темы: формула площади прямоугольника – формула площади параллелограмма – формула площади треугольника – площадь трапеции – теоремы Пифагора.

Также в пособии по учебнику Атанасяна Л. С. Советуют обратить внимание обучающихся на нетрадиционную для школьного курса теорему об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу. Так как на этой теореме основано доказательство признаков подобия треугольников в следующей главе. Кроме того, автор делает ударение на то, что эта теорема позволяет решить большое число задач без использования теории подобия и тригонометрических формул, связывающих стороны и углы треугольника.

Развитие математических способностей, умение доказывать теоремы, решать задачи, отстаивать и аргументировать свою точку зрения осуществляются только в случае создания определенных условий. В настоящее время, школа недостаточно хорошо преподносит информацию нынешнему поколению. Довольно досадно осознавать, что выпускник основной школы оказывается неподготовленным для решения ряда геометрических задач.

Разработкой методики обучению решению задач на нахождение площади треугольника занимались многие математики и методисты (И. Я. Малова, Л. С. Атанасян, Э. Г. Гогман, И. А. Кушнир, В. В. Прасоров, В. М. Тихомиров, И. Ф. Шарыгин. Множество статей по данной теме публикуются в журналах «Квант», «Математика. Методический журнал для учителей математики» и др.

Вот только на практике мы часто сталкиваемся с тем, что далеко не все учащиеся осваивают решение задач на нахождение площади треугольника даже на базовом уровне. Причинами такого исхода событий являются: плохое знание формул (чаще всего учащиеся путают формулы), неумением вывести одну формулу из другой и отсутствие навыков в использовании различных видов и способов решения задач.

Все выше изложенное обуславливает актуальность темы исследования.

Цель бакалаврской работы: изучение теоретических основ методики изучения темы «Площадь треугольника» в школьном курсе геометрии, разработка методического обеспечения обучения решению задач на нахождение площади.

Для реализации данной цели решены задачи: 1) изучить теоретические аспекты методики изучения темы «Площадь треугольника»; 2) рассмотреть различные подходы к изучению темы «Площадь треугольника» в современных учебниках по геометрии основной школы; 3) разработать средства, в том числе, с использованием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), по теме «Методы решений задач на нахождение площади треугольника».

Методы исследования: анализ методико-математической литературы и ИКТ-ресурсов (онлайн-построители / калькуляторы); изучение нормативных

документов; педагогическое анкетирование; разработка методических материалов.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованных источников и четырех приложений. Общий объем работы составляет 58 страниц, из них 38 страниц – основной текст, 6 страниц – список использованных источников из 48 наименований и 17 страниц – приложения.

**Основное содержание работы.** Первая глава посвящена теоретическим аспектам изучению темы «Площадь треугольника» в школьном курсе геометрии.

В ходе написания работы, были выявлены следующие свойства площади:

1. Положительность (число, получившееся в результате измерения площади не должно быть равно отрицательному числу);
2. Нормировка (площадь измеряется в определенных единицах);
3. Равные фигуры имеют равную площадь;
4. Площадь объединения двух фигур без общих точек равна сумме площадей

Итак, что из себя представляет площадь фигуры? Это геометрическое понятие, размер плоской фигуры. В простейшем случае, когда фигуру можно разбить на конечное множество квадратов, со стороной, равной одной единице измерения площади, площадь равна числу квадратов.

В работе приведен ряд формул для нахождения площади треугольника. Исходя из этого стоит рассмотреть формулы для нахождения площади **произвольного** треугольника:

1.  $S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ , где  $a$  – любая сторона треугольника, а  $h_a$  – высота, опущенная на эту сторону.

2.  $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ , где  $a$  и  $b$  – две любые стороны треугольника, а  $C$  – угол между ними.

3.  $S = \frac{a^2}{2(ctgB + ctgC)}$ , где  $a$  – любая сторона треугольника, а  $B$  и  $C$  – прилежащие к ней углы.

4.  $S = \frac{1}{2}(a + b + c)r$ , где  $a, b, c$  – стороны треугольника, а  $r$  – радиус вписанной окружности.

5.  $S = \frac{abc}{4R}$ , где  $a, b, c$  – стороны треугольника, а  $R$  – радиус описанной окружности.

6.  $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$ , где  $A, B, C$  – углы треугольника, а  $R$  – радиус описанной окружности.

Теперь перейдем к формулам и примерам для нахождения площади **равностороннего** треугольника:

1. Если  $a$  – сторона равностороннего треугольника, то его площадь

$$S = \frac{\sqrt{3}}{3} a^2 .$$

2. Если  $h$  – высота равностороннего треугольника, то его площадь

$$S = \frac{\sqrt{3}}{3} h^2 .$$

3. Если  $r$  – радиус вписанной в равносторонний треугольник окружности, то его площади

$$S = 3\sqrt{3}r^2.$$

4. Если  $R$  – радиус описанной около равностороннего треугольника окружности, то его площадь

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2.$$

Следующий ряд формул, которым хотелось бы уделить внимание. Это формулы для нахождения площади **прямоугольного** треугольника:

1. Если  $a$  и  $b$  – катеты прямоугольного треугольника, то его площадь

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b.$$

2. Если  $a$  – катет прямоугольного треугольника, а  $\varphi$  – прилежащий этому катету острый угол, то площадь прямоугольного треугольника

$$S = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{tg} \varphi.$$

3. Если  $a$  – катет прямоугольного треугольника, а  $\varphi$  – противолежащий этому катету острый угол, то площадь прямоугольного треугольника

$$S = \frac{1}{2}a^2 \operatorname{ctg}\varphi.$$

4. Если  $c$  – гипотенуза прямоугольного треугольника, а  $\varphi$  – острый угол, то площадь прямоугольного треугольника

$$S = \frac{1}{2}c^2 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi [13].$$

Данные формулы к сожалению, не все рассматриваются в рамках школьной программы, хотя большинство из них все чаще становятся нужны учащимся во время сдачи экзаменов ОГЭ и ЕГЭ.

Также формулу площади треугольника можно использовать для нахождения площади других геометрических фигур при решении задач. К примеру, в школьных учебниках по геометрии выводу формулы площади трапеции предшествует вывод формул площади треугольника и площади параллелограмма. Формулы для вычисления площадей треугольника и параллелограмма могут быть получены из формулы площади трапеции как частные случаи, такой подход экономит учебное время

При прохождении темы «Площадь треугольника» в школьном курсе геометрии Т. Сафонова рекомендует знакомить учащихся с многовариантными задачами по планиметрии, аргументируя свой подход тем, что в учебнике Атанасяна Л. С. Многовариантных задач неоправданно мало. Данный процесс обучения решению задач такого типа можно сделать системным и комплексным, если начинать знакомить с ними как можно раньше.

Область применения свойств площади треугольника очень широка. Наличие свойств (равные фигуры имеют равные площади; если фигура разбита на конечное число простых фигур, то ее площадь равна сумме площадей этих простых фигур). Некоторые свойства позволяют решать задачи используя нестандартные методы решения. Рассмотрим подробнее эти методы.

На ОГЭ и ЕГЭ все чаще стали встречаться задачи на вычисление площади многоугольника на клетчатой бумаге. Рассмотрев различные способы

нахождения площади предоставленного треугольника, были сделаны выводы, что формула Пика ( $S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$ ) является наиболее простой и быстрой в использовании.

Во второй главе были рассмотрены практические аспекты изучения темы «Площадь треугольника» в школьном курсе геометрии.

Были рассмотрены следующие учебники, рекомендуемые Министерством образования и науки РФ к использованию в учебном процессе :

1. Математика: алгебра и геометрия, 7 класс: учебник для 7 класса общеобразовательных организаций / В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов, А.А. Мальцев, А.С. Марковичев, Ю.В. Михеев, М.В. Фокин;

2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., Юдина И.И. Геометрия 7–9 классы;

3. Геометрия: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир;

Геометрия. 7-9 кл. : учеб. для общеобразоват. учреждений /И.Ф. Шарыгин.

Анализ учебников осуществлялся по следующим параметрам:

- методическая схема изучения материала;
- количество часов, отводимых на изучение материала;
- объем задачного материала.

Результаты анализа содержания учебников по теме «Площадь треугольников» представлены в таблице 1, где наличие / отсутствие материала отмечено знаками «+» или «-».

Таблица 1 – Результаты анализа задачного материала

Авторы учебников	В. В. Козлов	Л. С. Атанасян	А. Г. Мерзляк	И. Ф. Шарыгин
<b>1. Виды задач</b>				
1. Простейшие задачи на нахождение площади треугольника.	+	+	+	+
2. Повышенного уровня сложности	+	-	+	-

3. Прототипы заданий встречающихся на ОГЭ и ЕГЭ	-	-	+	-
<b>2. В каком классе вводится формула</b>				
1. 7 класс	+	-	-	-
2. 8 класс	-	+	+	-
3. 9 класс	-	-	-	+
<b>3. Рассмотрение формулы Герона</b>				
1. с доказательством	-	+	-	+
2. без доказательства	-	-	-	-
<b>4. Формула Пика</b>				
	+	-	-	-
<b>5. Изложение теоретического материала (подробное)</b>				
	+	+	+	+

Анализ содержания материала (теоретического, задачного) по теме «Площадь треугольника» приводит к следующим выводам:

1. на закрепление формул для нахождения площади треугольника отводится мало времени;
2. у большинства авторов преобладают простейшие задачи на нахождение площади;
3. отсутствуют задания похожие на те, что встретятся учащимся при сдаче выпускных экзаменов;
4. вообще не рассматривается формула Герона при решении задач.

Также, чтобы выявить наиболее интересные формы проведения уроков для учащихся и наиболее часто используемых учителями форм организации учебного процесса было проведено два социологических опроса: один в социальной сети «ВКонтакте» ([https://vk.com/id\\_alex19](https://vk.com/id_alex19)) среди учителей школ и второй в школе среди учащихся 8-9 классов. Всего в опросе участвовало 36 человек (из них 9 учителей и 27 учащихся).

На основании выводов, полученных в результате опроса, были сделаны следующие шаги:



1. Проведен анализ популярных (согласно поиску по сети Интернет-ресурсов) ИКТ-ресурсов (онлайн-приложений).

2. Составлена система тренировочных упражнений с целью помощи учащимся в усвоении пройденного материала и подготовки к ОГЭ.

3. Разработан план-конспект урока-викторины по теме «Площадь треугольника».

Проанализировав 4 онлайн-калькулятора был сделан вывод о том, что наиболее подходящими в использовании онлайн-калькуляторы Studwork и Мозган так как:

1) в первом из них приведено подробное решение задачи, а во втором подробный разбор используемой формулы;

2) при работе с ними учащиеся не будут отвлекаться на постороннюю информацию, предлагаемую страницей т. к. реклама практически отсутствует;

3) данные калькуляторы имеют наибольшее количество формул, которыми можно пользоваться при решении задач.

**Заключение.** Результаты, полученные при написании бакалаврской работы.

1. В ходе изучения методико-математической литературы определено основное содержание темы «Изучение темы «Площадь треугольника» в школьном курсе геометрии».

Основным методом нахождения площади треугольника является – алгебраический метод решения задач.

2. Рассмотрены различные методические схемы школьного курса геометрии.

В ходе анализа материала (теоретического и задачного) школьных учебников было установлено что:

1) методическая схема в учебнике [23]: *основные свойства площади – площадь прямоугольника – площадь треугольника и четырехугольника – формула Герона* наиболее правильная с точки зрения методики;

2) объем задачного материала требует дополнения.

3. Анализ результатов опроса учителей и учащихся, а также результатов РПР [26], показал, что не все учащиеся осваивают решение задач на нахождение площадей фигур даже на базовом уровне.

4. В ходе анализа ИКТ-ресурсов были выделены наиболее удобные в использовании онлайн-калькуляторы.

5. Разработана

1) система тренировочных упражнений, дополняющая материал школьных учебников и нацеленная на формирование: (1) умение осуществить обоснованный выбор приема решения; (2) умение решать простейшие задачи на нахождение площади; (3) умение применять нужные формулы при решении задач;

2) план-конспект урока-викторины по теме «Площадь треугольника».

Материалы бакалаврской работы могут быть использованы в учебном процессе учителями математики, а также старшеклассниками при самостоятельном изучении темы «Площадь треугольника».