

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

Использование эвристик при обучении алгебре в 9 классе

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 521 группы

направления 44.03.01 Педагогическое образование (профиль – математическое образование) механико-математического факультета

Бикалиевой Алии Александровны

Научный руководитель

к. п. н., доцент

подпись, дата

Т. А. Капитонова

Зав. кафедрой

к. п. н., доцент

подпись, дата

И.К. Кондаурова

Саратов 2019

Введение. Современная жизнь насыщена и динамична, добиться успеха лишь тот, кто быстро и своевременно сумеет найти правильное решение проблемы в нестандартной ситуации, поэтому требованием сегодняшнего дня является всесторонне развитая, образованная, творческая личность.

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования предметные результаты изучения предметной области «Алгебра» должны обеспечивать обучающимся «развитие математической интуиции (догадки)», что позволяет в дальнейшем открывать что-то нового в учебном процессе через использование эвристических приемов.

Эвристические приемы обучения исследовались:

– психологами (В. Н. Пушкин, Ю. Н. Кулюткин, В. И. Андреев, В. И. Крутецкий и др.), которые считали эвристику разделом психологии, изучающим творческое или продуктивное мышление;

– философами (Д. А. Поспелов, В. П. Бранский, А. Ф. Кудряшова и др.), приписывающие термин «эвристический» таким правилам или утверждениям, которые способствуют открытию нового;

– математиками-методистами (В. М. Брадис, Ю. М. Колягин, Д. Пойа, Е. Е. Семенов и др.), которыми введено понятие эвристического метода, в ходе которого учитель вместо изложения учебного материала в готовом виде подводит учащихся к переоткрытию теорем, их доказательств, к самостоятельному формулированию определений, к составлению и решению задач. В частности исследования М. М. Фоминых посвящено педагогическим условиям развития эвристического мышления при обучении математике студентов нематематических специальностей; Г. Абдулаев изучал проблему развития поисковой деятельности учащихся при изучении математики в 7-9 классах; С. Р. Мугаллимова исследовала формирование эвристических приемов у учащихся в процессе обучению задач векторным методом.

Вопросам использования эвристических приемов на практике посвящены работы учителей математики, в частности З. Ж. Якубалиева,

Ю.В. Джакубалиева исследовали использование эвристик при решении задач в натуральных числах; Н. М. Семынина рассматривала эвристические приёмы обучения решению нестандартных задач. И. Н. Богатырёвой описано применение некоторых эвристических приёмов при решении задач в 5-6 классах. Особо следует отметить, что Е.И. Скафа исследовала конструирование методической системы эвристического обучения математическим курсам в средней и высшей школе.

Не смотря, на все выше сказанное, на наш взгляд, вопросам использования эвристических приемов на уроках алгебры в 9 классах уделено недостаточно внимания, что обуславливает актуальность темы исследования.

Цель работы: охарактеризовать понятие «эвристика», описать методические рекомендации по организации эвристической деятельности учащихся 9 класса на уроках алгебры и разработать программу факультативного курса «Эвристики в алгебре».

Задачи работы:

- описать: понятие «эвристика», особенности эвристических приемов, классификацию эвристических приемов;
- разработать методические рекомендации по организации эвристической деятельности учащихся на уроках алгебры в 9 классе и программу факультативного курса «Эвристики в алгебре»;
- апробировать результаты исследования.

Методы исследования, используемые в работе: изучение нормативных документов; анализ научной и учебно-методической литературы; изучение и обобщение опыта работы учителей математики; разработка и апробация методических материалов, анкетирование.

Структура работы: титульный лист; введение; две главы («Теоретические аспекты использования эвристик при обучении алгебре в 9 классе»; «Практические аспекты использования эвристик при обучении алгебре в 9 классе»); заключение; список использованных источников.

Основное содержание работы. В первой главе «Теоретические аспекты использования эвристик при обучении алгебре в 9 классе» рассмотрены понятия «эвристика», «эвристический прием» и представлена классификация эвристических приемов.

Изучение эвристики как общей методологии творчества и как системы частных приемов решения задач является необходимым компонентом системы современного школьного образования.

Термин «эвристика» («heurisko») в переводе с греческого означает «отыскиваю», «нахожу», «открываю». В современных энциклопедических словарях дается несколько толкований понятию «эвристика»: 1) это наука, изучающая продуктивное творческое мышление (эвристическая деятельность); 2) это методы, которые используются в процессе открытия нового (эвристические методы); 3) это приемы, облегчающие и упрощающие решение задач, не зная его алгоритма (эвристические приемы); 4) метод обучения (сократические беседы) или коллективного решения проблем.

Первое значение «эвристики» применяется в качестве названия науки. Понятие «эвристика» рассматривается несколькими науками и разными исследователями с различных позиций и поэтому трактовки данного понятия многообразны. В психологии эвристика понимается как совокупность присущих человеку механизмов, с помощью которых порождаются процессы построения нового действия, направленного на достижение цели в новой для построенной системы ситуации. Философы термин «эвристика» описывают как науку, которая способствует открытию нового в знании и деятельности человека. Использование эвристик также можно встретить и в кибернетике. Эвристики понимаются как метаспособы или метапланы, с помощью которых отыскивают конкретные способы решения задачи.

Второе значение «эвристики» как метода открытия нового (эвристические методы). Эвристические методы – это «система принципов и правил, которые задают наиболее вероятностные стратегии и тактики деятельности, стимулируют интуитивное мышление в процессе решения, генерирование

новых идей и тем самым значительно повышают эффективность решения определенного класса творческих задач».

Третье значение «эвристик» как приема, облегчающие и упрощающие решение задач (эвристические приемы). В. И. Андреев рассматривает эвристики как «такие общедидактические приемы, целенаправленное применение которых активно формирует у учащихся стратегию рационального поиска отдельных этапов решения учебных проблем, учебно-исследовательских задач».

Четвертое значение эвристики – это учения Сократа (469-399 гг. до н.э.). С помощью особых вопросов и рассуждений он помогал собеседнику самостоятельно приходить к постановке или решению проблемы, в результате истина открывалась не только ученику, но и учителю.

Задача педагога – помогать ученику самостоятельно решать задачи, навести ученика на самостоятельное открытие. Д. Пойа формулирует общие правила, лежащие в основе поиска решений (они систематизированы в специальной таблице в книге «Как решать задачу» [6]), и описывает на примерах структуру некоторых конкретных эвристических приемов.

Таким образом, эвристики – это:

- догадки, основанные на общем опыте решения задачи;
- метод открытия нового (истины), в том числе метод проб и ошибок;
- прием или совокупность логических приемов по решению задач, выполнению теоретических исследований, конструированию моделей;
- прием отыскания конкретных способов решения задачи средствами электронной техники;
- метод (совокупность методов) обучения;
- деятельность, характеризующая процесс продуктивного мышления, вдохновленного исследования;
- раздел психологии;
- научная область, изучающая специфику творческой деятельности;

- наука о творчестве;
- сократические беседы.

Цель эвристики – исследовать методы, приемы и правила, используемые для осуществления открытия и поиска решения задачи.

Функциями эвристик, по мнению Е. Е. Семенова, являются:

- 1) средство мотивации при выборе, предпочтении тех или иных действий;
- 2) средство выявления общности решаемых математических задач, их единства. Систематизация изученного и изучаемого материала;
- 3) способ установления аналогии;
- 4) способ приобретения знаний, их «добывания»;
- 5) источник внутренней установки на познавательную деятельность;
- 6) способ организации диалога (делают его более продуктивным);
- 7) способ подведения обучаемого к математическому открытию.

Таким образом, роль эвристики в разных аспектах важна и следует использовать все ее функции в практике обучения математики, а в частности алгебре. Поэтому методической копилке учителя должны присутствовать такие методы, приемы, средства и формы, с помощью которых он раскроет ученику суть эвристик и сформирует такие приемы деятельности, которые можно отнести к эвристическим, что способствовало бы развитию творческой личности школьников.

Также в первой главе рассматриваются понятие «эвристические приемы» и их классификация.

Нет единого толкования понятия эвристического приема. В частности С. Р. Мугаллимова эвристический прием понимает, как «преобразующее действие, применение которого позволяет найти ключевую идею для решения проблемной задачи и свести ее решение к использованию уже известных алгоритмов. Эвристические приемы – приемы, которые сформировались в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносятся на другие. Они дают самое общее направление мысли, не гарантируя получение нужного результата».

В своих исследованиях С. Р. Мугаллимова приводит шесть видов эвристических приемов: трансляция, реверсия, варьирование объекта, варьирование среды, индукция, акцентуализация.

Е. Скафа эвристические приемы характеризует, как «поиск решения новых проблем, открытие новых для ученика знаний, направляют мысль на проникновение в суть содержания, включают в процесс рассуждения наглядно-образное мышление, облегчающее восприятие описываемой в условии задачи ситуации».

Е. Скафа эвристические приемы разделяет на общие, специфические и базовые приемы решения задач. Общие приемы включают в себя: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, классификация, систематизация, аналогии и др. К специфическим приемам относит: подведение под понятие, выведение следствий и др. К базовым приемам относит: рассмотрение предельного случая, введение вспомогательного элемента, выделение подзадач, прием моделирования, принцип Дирихле, принцип симметрии, переход к равносильной задаче, метод малых изменений, метод обобщения плюс индукция и др.

На основе данной классификации Е. Скафы, можно рассмотреть взаимосвязь эвристических приемов и задачного материала, направленного на формирование приемов эвристической деятельности.

В нашей работе под эвристикой будем понимать универсальные приемы для нахождения стратегии решения учебно-исследовательских задач, для совершения некоторого «открытия». Поэтому будем принимать эвристические приемы и эвристики, как синонимами

Вторая глава «» содержит методические рекомендации по организации эвристической деятельности учащихся на уроках алгебры в 9 классе, программу факультативного курса «Эвристики в алгебре». Описаны ход и результаты апробации разработанных методических материалов.

В ходе анализа содержания курса алгебры 9 класса были выделены и отобраны темы (Функции и их свойства. Квадратный трехчлен. Квадратичная

функция. Уравнение с одной переменной. Арифметическая прогрессия. Геометрическая прогрессия) и задания, при решении которых будут использоваться некоторые эвристические приемы (эвристики). Используемые эвристики: «выделение квадрата двучлена», «введение параметра», «перебор», «задачи теоретического характера», «модификация», «введение вспомогательного неизвестного» и др.

Рассмотрим примеры задач, при решении которых будет применяться эвристика.

Эвристика «выделение квадрата двучлена».

Задача. Найти множество значений функции $f(x) = \sqrt{2x - x^2 - 1}$.

Решение. Преобразуем подкоренное выражение $f(x) = \sqrt{2x - x^2 - 1} = \sqrt{-(x^2 - 2x + 1)} = \sqrt{-(x - 1)^2}$. Подкоренное выражение должно быть неотрицательным $-(x - 1)^2 \geq 0$, но, так как, $(x - 1)^2 \geq 0$, получаем систему двух неравенств $\begin{cases} (x - 1)^2 \geq 0 \\ -(x - 1)^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 \geq 0 \\ (x - 1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Таким образом, множество значений функции $f(x) = \sqrt{2x - x^2 - 1}$ состоит из одной точки: $f(1) = \sqrt{2 \cdot 1 - 1^2 - 1} = 0$.

Ответ. $E(f) = \{0\}$.

Эвристика «задачи теоретического характера».

Задача. Докажите, что квадратный трехчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ имеет два различных корня, если существует такое число α , что $\alpha f(\alpha) < 0$. При этом один корень меньше числа α , а другой больше.

Доказательство. По условию $\alpha f(\alpha) < 0$. Возможны два случая:

1) $a > 0, f(\alpha) < 0$;

2) $a < 0, f(\alpha) > 0$.

В первом случае (при $a > 0$) ветви параболы, заданной формулы $f(x) = ax^2 + bx + c$, направлены вверх. Чтобы $f(\alpha)$ было отрицательным, необходимо, чтобы парабола пересекала ось x в двух точках, т. е. трехчлен $f(x)$ имел два различных корня, один из которых меньше числа α , а другой больше.

Во втором случае (при $a < 0$) ветви параболы $f(x) = ax^2 + bx + c$ направлены вниз. Чтобы $f(\alpha)$ было положительным, необходимо, чтобы парабола пересекала ось x в двух точках x_1 и x_2 , где $x_1 < \alpha$, $x_2 > \alpha$. Таким образом, трехчлен $f(x)$ и в этом случае должен иметь два различных корня: $f(x_1) = 0$ и $f(x_2) = 0$. Утверждение доказано.

Эвристика «модификация».

Задача. Докажите, что значение выражения $n^5 - 5n^3 + 4n$ делится на 12 при любых натуральных n .

Решение. $n^5 - 5n^3 + 4n = n(n^4 - 5n^2 + 4) = n(n^2 - 4)(n^2 - 1) = (n - 2)(n - 1)n(n + 1)(n + 2)$. Мы получили произведение пяти последовательных натуральных чисел, которое всегда кратно $120(120 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)$. Утверждение доказано.

Эвристика «введения вспомогательного неизвестного».

Задача. Найти множество значений функции $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

Решение. Обозначим $\frac{1-x^2}{1+x^2} = p$ и рассмотрим равенство как уравнение с неизвестным x и параметром p .

Имеем $px^2 + p = 1 - x^2$, $x^2(p + 1) + p - 1 = 0$ – квадратное уравнение (при $p \neq -1$ относительно x). Квадратное уравнение имеет действительные решения тогда и только тогда, когда его дискриминант неотрицателен:

$$D = -4(p^2 - 1) = 4(1 - p^2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p \neq -1 \\ |p| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < p \leq 1.$$

Ответ. $E(f) = (-1; 1]$.

Задача. Из A в B и из B в A выехали одновременно два автомобиля и встретились через 3 часа. Первый автомобиль пришел в B на 1,1 час позже, чем второй в A . Найдите отношение скоростей автомобилей.

Пусть скорость первого автомобиля v_1 км/ч, скорость второго – v_2 км/ч. Первый автомобиль до встречи прошел $3v_1$ км, второй $3v_2$ км. После встречи первый автомобиль шел $\frac{3v_2}{v_1}$ часов, второй $\frac{3v_1}{v_2}$ часов. По условию:

$$\frac{3v_2}{v_1} - \frac{3v_1}{v_2} = \frac{11}{10}.$$

Для решения данного уравнения введем новую переменную, обозначив $\frac{v_2}{v_1} = x$. Тогда $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{x}$, $3x - \frac{3}{x} = \frac{11}{10}$, или $30x^2 - 11x - 30 = 0$. Решив уравнение, выясняем, что условию задачи удовлетворяет лишь один положительный корень $x = \frac{6}{5}$, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{5}$.

Ответ. Отношение скоростей равно 6:5.

Представлена разработка программы факультативного курса «Эвристики в алгебре» для 9 класса. Каждое занятие, а также все они в целом направлены на то, чтобы развить интерес обучающихся к предмету, познакомить их с новыми идеями и приемами, расширить представление об изучаемом в основном курсе материале.

Факультативный курс «Эвристики в алгебре» для учащихся 9 класса рассчитан на 17 часов (один раз в неделю). В курсе применяются следующие эвристики: «выделение квадрата двучлена», «введение вспомогательного неизвестного», «перебор», «задачи теоретического характера», «модификация».

Задачи курса: систематизация, обобщение и углубление учебного материала, изученного на уроках алгебры в 7–9 классах; развитие познавательного интереса обучающихся к изучению алгебры; продолжение работы по ознакомлению учащихся с эвристиками (эвристическими приемами) поиска решения задач; развитие логического мышления и интуиции учащихся. Тематическое планирование факультативного курса представлено в таблице 1.

Таблица 1 – Тематическое планирование

№ занятия	Тема занятия	Кол-во часов
1-2	Вводное занятие	2ч
3-4	Выражения и их преобразования	2ч
5-7	Уравнения и системы уравнений	3ч
8-10	Неравенства и системы неравенств	3ч
11-12	Наибольшее и наименьшее значение функции	2ч
13-14	Прогрессии	2ч
15-16	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	3ч
17	Итоговое занятие	1ч

В ходе занятий проводилось анкетирование учащихся, что позволило сделать следующие выводы:

1. Если на начальном периоде организация эвристической деятельности на уроках использовалась сократическая беседа, т.е. наводящие вопросы учителя, то к концу учебного года некоторые учащиеся (3 девятиклассника из 7) самостоятельно применяли эвристики, что показывает положительный эффект разработанных методических материалов.

2. На вопрос о том, хотели бы вы продолжить изучение эвристических приемов во внеурочное время, положительно ответило 5 учащихся. С учетом их пожеланий, была разработана программа факультативного курса «Эвристики в алгебре».

Заключение. Основные результаты бакалаврской работы:

1. На основе анализа психолого-педагогической и методико-математической литературы рассмотрены понятия «эвристический прием» и классификация эвристических приемов.

Под эвристическим приемом понимается преобразующее действие, позволяющее составить алгоритм решения проблемной задачи.

Эвристические приемы разделяют на общие, специфические и базовые. К общим приемам относятся: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, классификация, систематизация, аналогии и др. К специфическим приемам относятся: подведение под понятие, выведение следствий и др. К базовым приемам относятся: рассмотрение предельного случая, введение вспомогательного элемента, выделение подзадач, прием моделирования, принцип Дирихле, принцип симметрии, переход к равносильной задаче, метод малых изменений, метод обобщения плюс индукция и др.

2. В ходе анализа учебно-методической литературы по курсу Алгебра-9 выделены задачи, при решении которых используются различные эвристические приемы (эвристики). В учебниках алгебры такие задачи представлены в блоках «Задания повышенного уровня». Решая задачи повышенной трудности на уроках алгебры, учащиеся знакомятся с такими

эвристиками как «выделение квадрата двучлена», «введение параметра», «перебор», «задачи теоретического характера», «модификация», «введение вспомогательного неизвестного» и др.

3. Разработана программа факультативного курса «Эвристика в алгебре» для учащихся 9 класса, что позволяет использовать эвристики не только на уроках, но и во внеурочное время.

4. Опытнo-экспериментальная проверка разработанных материалов проходила на базе МОУ-СОШ п. Осиновский Марксовского района Саратовской области. Задачи, рассмотренные в практической части позволяют мотивировать учащихся к дальнейшему использованию эвристических приемов не только на уроках алгебры, но и во внеурочное время.

По материалам бакалаврской работы опубликованы две статьи: «Использование эвристических приемов в курсе алгебры 9 класса»; «Использование эвристик при решении историко-математических задач».

Материалы бакалаврской работы могут быть полезны учителям математики, работающим в 9 классах общеобразовательных школ, лицеев, гимназий и могут быть использованы как на уроках, так и во внеурочное время.