

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики

**МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «НЕРАВЕНСТВА»  
В СРЕДНЕМ ОБЩЕМ ОБРАЗОВАНИИ**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студента 5 курса 151 группы  
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя  
профилями подготовки),  
профили «Математика и информатика»,  
факультета математики, экономики и информатики  
Моисейкина Дмитрия Сергеевича

Научный руководитель  
доцент кафедры математики,  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_

В.В. Кертанова  
(подпись, дата)

Зав. кафедрой математики,  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_

О.А. Фурлетова  
(подпись, дата)

**Балашов 2019**

## ВВЕДЕНИЕ

Тема «Неравенства» занимает важнейшее место в курсе алгебры. Эта тема имеет очень глубокую и богатую структуру, а также располагает разнообразием способов решения и используется при изучении многих других очень важных тем. Это объясняется тем, что неравенства и уравнения нередко используются в разных разделах математики, а также при решении сложных прикладных задач.

Анализ научно-методической литературы показал, что большое количество работ посвящены методике изучения темы «Неравенства» на уровне среднего общего образования. В учебном пособии С.Н. Олехника сформулированы принципы отсеивания содержания и выявления нужного объёма материала по данной теме. Очень значительная роль выделялась упражнениям.

Исследования Ю.В. Садовниченко, Э.М. Галеева были направлены на решение взаимосвязи понятий неравенства, функции и уравнения, а исследования Е.В. Хорошиловой – на применение тождественных уравнений и неравенств, а также статья К.О. Селезневой, в которой говорится об иррациональных уравнениях, неравенствах и их системах. Следовательно, можно констатировать тот факт, что некоторые вопросы по решению неравенств в школьном курсе математики и методике обучения неравенств отражаются достаточно полно.

Несмотря на положительный опыт в методике преподавания темы «Неравенства», как показывает анализ решения единого государственного экзамена, учащиеся средней школы недостаточно хорошо владеют основными знаниями и умениями в решении неравенств. На примере решения задач базового и профильного уровня по математике (а именно, задач на неравенства) в 2016-2017 гг. статистика показывает, что задачи из блока «Неравенства» решают 15 % обучающихся 11 класса. Среди типичных ошибок можно отметить следующие:

- ✓ невнимательное чтение математической записи неравенства;

✓ непонимание алгоритма решения совокупностей и систем логарифмических неравенств;

✓ потерявшийся знаменатель в решении дробно-рационального неравенства;

✓ небрежность при изображении множества решений на координатной прямой.

**Актуальность темы данного исследования** заключается в том, что трудности в изучении неравенств имеются практически у каждого обучающегося. Поэтому необходимо показать, как преподносится решение той или иной задачи, с какой целью анализируются учебники по математике на уровне среднего общего образования.

**Цель исследования** заключается в том, чтобы исследовать методику изучения неравенств в старших классах. Для осуществления цели поставлены следующие задачи:

1) проанализировать методику изучения неравенств как компонента математики;

2) провести анализ методики изучения классов и систем неравенств;

3) рассмотреть методику изучения иррациональных и трансцендентных неравенств;

4) исследовать место темы «Неравенства» в базовом и профильном обучении математике на уровне среднего общего образования;

5) изучить и решить неравенства в базовом и профильном уровне единого государственного экзамена.

**Объект исследования** – неравенства.

**Предмет исследования** – особенности изучения неравенств на уровне среднего общего образования.

**Теоретическая значимость исследования** заключается в следующих аспектах:

1. Расширение знаний и представления о теме исследования.

2. Обобщение литературы по теме исследования.

3. Сравнение методик изучения неравенств в целом.

4. Сравнение темы «Неравенства» в базовом и профильном уровне обучения математике.

**Практическая значимость исследования** заключается в том, что материалы бакалаврской работы можно и нужно использовать для обучения неравенствам на уровне среднего общего образования. Также материалы дипломной работы можно использовать и в вузовском обучении в дисциплинах, связанных с методикой преподавания математики.

Среди **методов исследования** использовались:

- **теоретические:** анализ литературы, классификация, логическая аналогия, индукция, дедукция, обобщение, формализация.
- **практические:** сравнение, описание через примеры.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованных источников.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Первая глава называется «Методика изучения неравенств и их систем на уровне среднего общего образования». В параграфе 1.1. «Методика изучения неравенств как компонента математики» рассматривается взаимосвязь уравнений и неравенств с другими аспектами изучения школьного курса математики, исследуются такие вопросы, как формирование понятия уравнения и неравенства, общие и частные методы их решения и т.д.

Данный курс разбивается на три основные группы:

1. С помощью решения текстовых задач раскрывается прикладная направленность линии уравнений и неравенств. Данный способ имеет широкое применение в школьном курсе математики, поскольку он связан с обучением приёмам, которые часто используются в приложениях математики.

2. Теоретико-математическая направленность линии уравнений и неравенств раскрывается в двух аспектах: во-первых, в изучении наиболее важных классов уравнений, неравенств и их систем и, во-вторых, в изучении

обобщенных понятий и методов, относящихся к проблематике уравнений и неравенств в целом.

3. Главной особенностью линии уравнений и неравенств является то, что она тесно связана с другими аспектами различных курсов математики. Данная линия тесно переплетается с числовой линией. В процессе взаимосвязи данных линий прослеживается идея последовательного расширения числовой системы, за исключением изучения области всех действительных чисел.

Каждое неравенство может преобразовываться. Такие «трансформации» делятся на преобразование одной из частей неравенства; согласованное преобразование обеих частей неравенства; преобразование логической структуры.

Во время обучения не стоит забывать о двух противоположно направленных процессах. Первый процесс – многоуровневое изучение материала, плавное увеличение количества классов неравенств и способов их решения, а также разнообразных преобразований, применяемых в решении. В результате увеличения объема материал разделяется на несколько частей. Второй процесс – поиск различных связей между двумя или более неповторяющимися классами уравнений, выявление новых классов, которые все больше и больше подходят друг на друга. После этого начинается закрепление и усвоение все более обобщенных типов преобразований, упрощение обоснования решений и его описание.

На данный момент выделим четыре основные ступени:

1. независимое изучение основных типов неравенств и их систем;
2. постепенное расширение количества изученных классов неравенств и их систем;
3. формирование приемов решения и анализа неравенств и их систем, имеющих широкую область применимости;
4. синтез материала линии уравнений и неравенств.

Во время изучения темы «Неравенства» имеется огромное количество различных типов неравенств и систем, среди которых: квадратные неравенства,

простейшие иррациональные и трансцендентные неравенства, линейные неравенства с одним неизвестным.

В процессе более глубокого изучения темы «Неравенства», все более заметна роль общих, универсальных средств решения и исследования. Данные приемы и обобщенные средства можно разделить на три основные группы:

1. первая группа состоит из логических методов обоснования решения. Прибегая к данным методам (например, равносильные преобразования или логическое следование), практически всегда производится переход от предоставленных нам неравенств к уже полученным в ходе вычислений новым неравенствам. Данная процедура будет выполняться до тех пор, пока не получатся уравнения, которое относится к известным классам;

2. вторая группа включает в себя вычислительные приемы, благодаря которым производится упрощение одной из двух частей предоставленного неравенства, также производится проверка найденных корней при помощи подстановки вместо неизвестного, различные промежуточные подсчёты и т.д. А если обратиться к вычислительной технике, то возможности проведения численных расчетов резко возрастают.

3. третья группа – наглядно-графические приемы. Большинство этих приёмов используются в качестве основы изучения понятий координатная прямая и координатная плоскость.

В параграфе 1.2. «Методика изучения классов и систем неравенств. Иррациональные и трансцендентные неравенства». В данном параграфе классифицируются неравенства, рассказывается сущность систем неравенств, а также отдельно рассматриваются иррациональные и трансцендентные неравенства.

Классы неравенств и систем можно разбить на 2 группы:

1. первая группа представляет собой рациональные неравенства и системы;

2. вторая группа – иррациональные и трансцендентные неравенства и системы. Эта группа включает в себя иррациональные неравенства,

показательные неравенства, логарифмические неравенства и тригонометрические неравенства.

Необходимо отметить ряд особенностей в изучении неравенств:

1. обычно навыки решения неравенств, за исключением квадратных неравенств, формируются на более низком уровне, чем уравнений соответствующих классов;

2. большинство приемов решения неравенств состоит в переходе от данного неравенства  $a > b$  к уравнению  $a = b$  и последующем переходе от найденных корней уравнения к множеству решений исходного неравенства;

3. при изучении неравенств большую роль играют наглядно-графические средства.

Вторая глава называется «Место темы «Неравенства» в школьном курсе математики для средней школы». В параграфе 2.1. «Место темы «Неравенства» в старших классах на базовом уровне обучения» были описаны различные УМК, рассчитанные на базовый уровень обучения в старших классах. В данном параграфе были приведены примеры из УМК по алгебре следующих авторов: Ю.М. Колягин (и другие) и С.М. Никольский (и другие). В результате можно сделать такой вывод.

Учебники, рассчитанные на базовый уровень изучения математики, располагают достаточно простыми неравенствами, которые обычно решаются на уровне основного общего образования. Однако имеются более сложные примеры неравенств и на данном уровне изучения математики. Например, в учебнике С.М. Никольского и других «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс» даются более сложные логарифмические неравенства. Однако ранее упомянутый учебник имеет как базовую, так и профильную направленность, хотя по ФГОС заявлен именно как базовый учебник.

В параграфе 2.2. «Место темы «Неравенства» в профильном обучении математике на уровне среднего общего образования. Отражение блока «Неравенства» в базовом и профильном уровне единого государственного экзамена» были изучены различные УМК по алгебре в профильном обучении

математике в старших классах, а также показано место темы «Неравенства» в курсе единого государственного экзамена. В данном параграфе были приведены примеры из УМК следующих авторов: Г.К. Муравин (в соавторстве с О.В. Муравиной), М.Я. Пратусевич (в соавторстве с К.М. Столбовым и А.Н. Головиным). В результате можно сделать следующий вывод.

Учебники, рассчитанные на профильный уровень изучения математики, располагают более сложными примерами. Однако само профильное обучение математике в плане неравенств не располагает большим количеством учебников – всего три, причём два из них, а именно, учебники Г.К. Муравина, О.В. Муравиной «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10 класс. Углубленный уровень» и «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 11 класс. Углубленный уровень» имеют похожую стилистику преподнесения неравенств с учебниками базового уровня тех же авторов.

Единый государственный экзамен по математике был проанализирован на двух уровнях: базовом и профильном. В результате можно сделать следующий частный и общий вывод.

В едином государственном экзамене по математике неравенствам дано всего одно задание на каждый уровень, причём задание экзамена базового уровня является очень простым, а задание экзамена профильного уровня вполне соответствует уровню среднего общего образования. Отсюда можно сделать общий вывод, что неравенствам уделяется очень много учебных часов (особенно в профильном обучении).

Изучение уравнений и неравенств сконцентрировано в содержательно-методическую линию, это связано с тем, что материал имеет большой объём, а также имеет большую важность в школьном курсе математики. На данном этапе рассматривается взаимосвязь уравнений и неравенств с другими линиями изучения школьного курса математики, исследуются такие вопросы, как формирование понятия уравнения и неравенства, общие и частные методы их решения и т.д.



Большое значение имеет выяснение вопросов, относящихся к характеристикам производимых преобразований, среди которых выявление равносильности неравенств, наличие в неравенстве логического следования, рассмотрение нескольких случаев и необходимость проверки.

Во время изучения темы неравенства имеется огромное количество различных типов неравенств и систем, среди которых: квадратные неравенства, простейшие иррациональные и трансцендентные неравенства, линейные неравенства с одним неизвестным.

В процессе более глубокого изучения темы «Неравенства», все более заметна роль общих, универсальных средств решения и исследования. Данные приемы и обобщенные средства можно разделить на три основные группы: первая группа состоит из логических методов обоснования решения. Вторая группа включает в себя вычислительные приёмы упрощения одной из двух частей предоставленного неравенства, проверки найденных корней при помощи подстановки вместо неизвестного и т.д. Третья группа – наглядно-графические приёмы.

Неравенства и системы разбиваются на 2 группы: рациональные неравенства и системы, а также иррациональные и трансцендентные неравенства и системы.

Наличие такого разнообразия подходов затрудняет методическое описание, поскольку принятие того или иного пути требует различных приемов изучения материала.

Необходимо отметить ряд особенностей в изучении неравенств:

1. обычно навыки решения неравенств, за исключением квадратных, формируются на более низком уровне, чем уравнений соответствующих классов;

2. большинство приемов решения неравенств состоит в переходе от данного неравенства  $a > b$  к уравнению  $a = b$  и последующем переходе от найденных корней уравнения к множеству решений исходного неравенства;

3) в изучении неравенств большую роль играют наглядно-графические средства.

Учебники, рассчитанные на базовый уровень изучения математики, располагают достаточно простыми неравенствами, которые, как правило, решаются на уровне основного общего образования. Однако имеются и более сложные примеры неравенств. К примеру, в учебнике С.М. Никольского и других «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс» представлены более сложные логарифмические неравенства.

Учебники, рассчитанные на профильный уровень изучения математики, располагают более сложными и изощрёнными примерами. Однако само профильное обучение математике в плане неравенств не располагает большим количеством учебников – всего три, причём два из них, а именно, учебники Г.К. Муравина, О.В. Муравиной «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10 класс. Углубленный уровень» и «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 11 класс. Углубленный уровень» имеют похожую стилистику преподавания неравенств с учебниками базового уровня тех же авторов.

В едином государственном экзамене по математике неравенствам дано всего одно задание на каждый уровень, причём задание экзамена базового уровня является очень простым, а профильного - вполне соответствует уровню среднего общего образования. Отсюда можно сделать общий вывод, что неравенствам уделяется очень много учебных часов (особенно в профильном образовании).

Цель исследования, а именно отражение методики изучения неравенств в старших классах, выполнена благодаря следующим задачам:

- 1) отражение методики изучения неравенств как компонента математики;
- 2) проведение анализа методики изучения классов и систем неравенств;
- 3) рассмотрение методики изучения иррациональных и трансцендентных неравенств;

4) исследование места темы «Неравенства» в базовом и профильном обучении математике на уровне среднего общего образования;

5) выявление неравенств в базовом и профильном уровне единого государственного экзамена.

Объект и предмет исследования полностью проанализированы.

В результате исследования были отражены следующие аспекты:

1. расширены знания и представления о теме исследования;
2. обобщена литература по теме исследования;
3. сравнены методики изучения неравенств в целом;
4. сравнена тема «Неравенства» в базовом и профильном уровне обучения математике.

Материалы бакалаврской работы можно и нужно использовать для обучения неравенствам на уровне среднего общего образования. Также материалы бакалаврской работы можно использовать и в вузовском обучении в дисциплинах, связанных с методикой преподавания математики.