

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики

**Иррациональные уравнения и неравенства на ЕГЭ по  
математике**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

Студентки 5 курса 151 группы  
направления (специальности)\_ 44.03.05 «Педагогическое образование (с  
двумя профилями подготовки)»,  
профили «математика и информатика»  
факультета математики, экономики и информатики  
Токарева Кристина Александровна

Научный руководитель  
доцент кафедры математики \_\_\_\_\_  
дата, подпись

Н.В. Бурлак

Заведующий кафедрой  
кандидат педагогических наук,  
доцент \_\_\_\_\_  
дата, подпись

О. А. Фурлетова

Балашов 2019

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Сведения, относящиеся к уравнениям и неравенствам, составляют существенную долю содержания школьного математического образования. Иррациональные уравнения и неравенства относятся к одним из трудных разделов алгебры, изучаемых в курсе математики старшей школы. К тому же иррациональным неравенствам и вовсе уделяется мало внимания при систематическом изучении курса.

При изучении иррациональных уравнений и неравенств, обучающиеся сталкиваются с рядом проблем, связанных с отличительными чертами этого класса уравнений и неравенств. К основным проблемам относятся отсутствие точного алгоритма решения иррациональных уравнений и неравенств, а также совершение преобразований, приводящих к уравнениям (неравенствам), никак не равносильным исходному уравнению (неравенству), что приводит к ошибкам, которые, как правило, связаны с потерей либо получением посторонних корней в ходе решения.

Опыт и анализ методической литературы свидетельствуют о том, что обучающиеся зачастую допускают ошибки при решении иррациональных уравнений (неравенств) и поэтому есть необходимость в повышении степени мастерства по решению данного класса заданий. Тем более задачи по теме «Иррациональные уравнения и неравенства» представлены на ЕГЭ по математике. Также стоит отметить, что решение иррациональных уравнений и неравенств оказывает значимое влияние на формирование и развитие аналитических умений и абстрактного мышления старшеклассников.

Поэтому, можно говорить с уверенностью об актуальности данной темы для школьного математического образования.

**Объектом данного исследования** выступает завершающий этап процесса изучения курса «Алгебра и начала математического анализа» в старшей школе.

**Предметом исследования** является подготовка к ЕГЭ по математике.

**Целью выпускной квалификационной работы** является поиск эффективных методических подходов организации обобщающего повторения по теме «Иррациональные уравнения и неравенства».

Для достижения поставленной цели следует решить следующие **задачи**:

1) проанализировать действующие учебники «Алгебры и начал математического анализа» с целью раскрытия представленной в них методики решения иррациональных уравнений и неравенств;

2) изучить учебно-методическую литературу по теме «Иррациональные уравнения и неравенства»;

3) проанализировать учебный материал, связанный с методами решения иррациональных уравнений и неравенств;

4) проанализировать материалы Единого Государственного Экзамена по математике с целью выявления заданий, связанных с иррациональными уравнениями и неравенствами;

5) разработать модуль по теме «Иррациональные уравнения и неравенства» программы курса по подготовке обучающихся 11 классов к ЕГЭ (профильный уровень).

**Гипотеза исследования:** разработанный нами модуль программы для обобщающего повторения методов решения иррациональных уравнений и неравенств позволит вывести на более высокий уровень подготовку к ЕГЭ по математике. Обучающиеся научатся выбирать наиболее оптимальный метод решения для каждого вида таких уравнений и неравенств, осознанно применять различные приемы решения, в том числе те, которые не рассматриваются в школьных учебниках математики.

Данная выпускная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников, приложений.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе нами было рассмотрено значение и место темы «Иррациональные уравнения и неравенства» в школьном курсе математики, а также на Едином Государственном Экзамене.

При решении иррациональных уравнений и неравенств применяется существенно больше общих теорем равносильности и следования, нежели при решении рациональных уравнений и неравенств. Помимо этого, способы решения иррациональных уравнений и неравенств предполагают применение нестандартных приёмов.

Решение иррациональных уравнений и неравенств способствует развитию мышления обучающихся, так как разнообразие ситуаций и постоянный самоконтроль требует мобилизации умственных сил учеников в процессе выполнения заданий.

Тема «Иррациональные уравнения и неравенства» могут встречаться в таких заданиях ЕГЭ профильного уровня, как №5, №13, №15. Задание №5 профильного уровня ЕГЭ по математике – решение простейшего уравнения: логарифмического, тригонометрического, показательного, в том числе и иррационального. В задании №13 необходимо решить уравнение и выполнить отбор корней. В данном задании рассматриваются тригонометрические, показательные, логарифмические, иррациональные и степенные выражения. В задании №15 необходимо решить неравенство (рациональное, показательное, логарифмическое, а также иррациональное). Если задание №5 предусматривает только краткую запись ответа, то задания №13 и №15 предполагает развернутое решение.

Всё это дает возможность отметить, что иррациональные уравнения и неравенства считаются сильным средством глубокого усвоения общих положений теории уравнений и неравенств.

Материал, который связан с данным видом уравнений и неравенств, составляет значительную часть школьного курса «Алгебры и начала математического анализа». Однако, в школьных учебных пособиях задачам

на решение иррациональных уравнений и неравенств уделено сравнительно мало внимания.

Тема «Иррациональные уравнения и неравенства» осваивается учащимися в 10 - 11 классе и на ее изучение отводится в целом только 3 часа на базовом уровне, на углубленном уровне на изучение отводится около 6 часов.

Проблемы при изучении этого класса уравнений и неравенств связаны со следующими причинами:

- отсутствует точный алгоритм решения данных уравнений (неравенств);
- требуется выполнять преобразования, приводящие к неравенствам и уравнениям, не являющимся равносильными по отношению к данным уравнениям и неравенствам. Отсюда появляются ошибки, которые, как правило, связаны с потерей либо приобретением посторонних корней в ходе решения уравнения или получении неверного ответа в неравенстве.

Поэтому ученики зачастую допускают ошибки при решении данного класса уравнений (неравенств) и не овладевают совершенством решать иррациональные уравнения и неравенства.

Также нами были рассмотрены четыре учебника «Алгебры и начала математического анализа» за 10 – 11 классы как базового, так и профильного уровня, которые входят в федеральный перечень учебников, рекомендованных к использованию при реализации программ общего образования. Проанализированы типы и методы решения иррациональных уравнений и неравенств, которые предлагаются в данных учебниках, какие упражнения представлены в разных УМК для старшей школы.

Вторая глава посвящена методическим рекомендациям по подготовке к ЕГЭ по теме «Иррациональные уравнения и неравенства». В начале главы рассмотрели различные методы и приемы организации обобщающего тематического повторения.

Процесса организации обобщающего тематического повторения должен быть целенаправленным, регулярным и систематичным, с акцентом на самостоятельность, осознанность старшеклассников. Все это должно благотворно сказаться на достижении цели повторить изученный ранее материал и помочь в подготовке к Единому Государственному Экзамену.

Для эффективной организации самостоятельной работы обучающихся рекомендуется использовать различные интернет-ресурсы, которые помогут учителю дистанционно проводить различные тестирования по теме, задавать и проверять домашние задания, контролировать внеурочную работу обучающихся.

Приведем несколько примеров образовательных порталов, которые нацелены на подготовку обучающихся к экзаменам и помогут учителю контролировать деятельность каждого из учеников:

1. Образовательный портал «Решу ЕГЭ» практически полностью посвящен экзамену в данной форме. На сайте представлено огромное количество заданий, и учитель с его помощью может контролировать деятельность обучающихся;

2. Для проведения тестирования может быть использованы Google Формы, где учитель может с легкостью создать и разослать тест всем ученикам. Также легко можно проверить данный тест, ответы приходят уже учителю и можно проследить статистику ответов обучающихся.

3. Также для создания теста может подойти сервис «Quizizz». Учитель создает тест, ученики отвечают со своих устройств. Общую статистику видит только учитель, затем полученные данные можно выгрузить в Excel. Также на сайте представлены уже готовые тематические тесты и вопросы по теме «Иррациональные уравнения и неравенства».

На организацию повторения изученного материала отводится важное место в процессе обучения математике. Задачи обучения требуют прочного и сознательного овладения материалом, чем и обусловлена необходимость повторения. Если пренебрегать качественным повторением материала, то у

обучающихся появляются пробелы в знаниях, связанные с забыванием учебного материала, плохое усвоение нового материала и отсюда низкие баллы при сдаче экзамена в форме ЕГЭ.

Также привели примеры различных образовательных порталов, которые нацелены на подготовку обучающихся к экзаменам и помогут учителю контролировать деятельность каждого из учеников.

Далее нами был разработан модуль по теме «Иррациональные уравнения и неравенства» программы для подготовки к ЕГЭ по математике.

Данный модуль призван помочь обучающимся повторить материал темы и повысить уровень владения различными способами, методами и приемами решения иррациональных уравнений и неравенств. Материал модуля также способствует развитию мышления и познавательного интереса, повышению уровня математической культуры.

Цель данного модуля – подготовить обучающихся к экзамену в форме ЕГЭ по теме «Иррациональные уравнения и неравенства».

Также перечислим задачи модуля:

- закрепить имеющиеся навыки работы с данным классом уравнений и неравенств;
- ознакомить с ранее неизвестными методами и приемами решения иррациональных уравнений (неравенств);
- научить применять полученные знания при выполнении заданий ЕГЭ;
- выработать навыки самостоятельной работы учеников.

Работа в рамках модуля рассчитана на 7 часов.

Тематическое планирование занятий итогового повторения по теме  
«Иррациональные уравнения и неравенства»

№	Тема занятия	Количество часов
1	Решение простейших иррациональных уравнений.	2 часа

	Методы решения иррациональных уравнений	
2	Иррациональные неравенства. Решение основных типов	2 часа
3	Методы решения иррациональных неравенств	2 часа
4	Итоговая самостоятельная работа	1 час
Итого		7 часов

Далее предложены рекомендации по проведению каждого из занятий и подборка заданий для решения.

По завершению работы в рамках модуля, обучающимся предлагается небольшой тест для самостоятельного решения иррациональных уравнений и неравенств. Тест с критериями оценивания представлен в приложении. Тест можно дать как в бумажном, так и в электронном виде. Также можно воспользоваться ресурсами сети Интернет. Например, тест можно загрузить в Google Форме и отправить каждому обучающемуся по электронной почте. Пройдя тест в данном сервисе, ученик с лёгкостью отправит свою работу на проверку учителю.

Тест представлен в двух вариантах, каждый из которых содержит по 10 заданий. Каждое задание содержит три варианта ответа, одно из которых правильное. В тесте содержатся задания как базового, так и профильного уровня. В назначенный срок (до проведения самостоятельной работы) задание должно быть выполнено и представлено учителю.

Также может быть предложена самостоятельная работа, также размещенная в приложении. Данная работа представлена в 4 вариантах с полным решением всех заданий. По уровню сложности задания разбиты на 2 части.

Первая часть содержит три задания базового уровня сложности. В каждом из этих заданий обучающийся должен просто вписать ответ.

Вторая часть содержит два задания (одно уравнение и одно неравенство), которые отличаются от предыдущих повышенным уровнем

сложности. От обучающегося требуется записать полное решение каждого из этих заданий. Также к заданиям из второй части представлены критерии оценивания каждого из этих заданий. На проведение итоговой самостоятельной работы отводится 1 час.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Тема, затронутая в выпускной квалификационной работе, является одной из сложных тем школьного курса математики. Многие обучающиеся затрудняются в решении нетиповых иррациональных уравнений и, особенно, в решении иррациональных неравенств.

Нами был осуществлен анализ темы «Иррациональные уравнения и неравенства» в школьных учебниках «Алгебры и начал математического анализа». Мы пришли к выводу о том, что существует множество различных методов решения иррациональных уравнений и неравенств, и не все из них рассматриваются в школьном курсе. Также, практически по всем программам прослеживается нехватка времени и количества заданий для закрепления данной темы. Отсюда и получаем, что обучающиеся 10-11 классов не имеют глубоких и прочных знаний, отработанных умений решения данных заданий.

Иррациональные уравнения и неравенства способствуют развитию мышления, умения анализировать, видеть рациональные пути решения, не забывая про ограничения. К тому же иррациональных уравнений и неравенства встречаются в заданиях ЕГЭ (профильный уровень) по математике. Для качественного повторения и подготовке к итоговой аттестации нами был разработан модуль «Иррациональные уравнения и неравенства» программы для подготовки обучающихся к ЕГЭ. Данный модуль способствует глубокому усвоению темы, а также систематизирует, расширяет и обобщает знания по теме.

Предложенный материал может использоваться для подготовки обучающихся к ЕГЭ, для обобщающего повторения данной темы, а также в

качестве дополнительных заданий при изучении иррациональных уравнений и неравенств на уроках математики.

Можно сделать вывод о том, что все задачи данной выпускной квалификационной работы выполнены, цель достигнута. Качественно организованное обобщающее повторение математического материала позволит вывести на более высокий уровень подготовку к ЕГЭ по математике.