МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики её преподавания

Разработка электронного образовательного ресурса «Практикум по решению задач дифференциального исчисления» для будущих педагогов-математиков

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 3 курса 323 группы

направление 44.04.01 Педагогическое образование

механико-математического факультета

Макарихиной Ольги Михайловны

Научный руководитель

к.п.н., доцент __________________ Т. А. Капитонова

подпись, дата

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент __________________ И. К. Кондаурова

подпись, дата

Саратов 2018

Введение. Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования (ФГОС ВО) третьего поколения акцентируют внимание на подготовке специалистов качественно нового уровня. Кроме знаний, умений и навыков выпускник должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими его профессиональной деятельности, универсальными и общепрофессиональными компетенциями.

Концепция развития математического образования в Российской Федерации ставит задачи развития математического образования:

– модернизация содержания учебных программ математического образования на все уровнях с обеспечением преемственности;

– обеспечение отсутствия пробелов в базовых знаниях для каждого обучающегося;

– обеспечение наличия общедоступных информационных ресурсов: электронных, применение современных технологий образовательного процесса.

В настоящее время предъявляются высокие требования к педагогам-математикам, так как школьное образование – один из главных факторов социально-экономического развития общества. Ключевым участником системы математического образования является педагог-математик. Одна из основных компетенций, которыми должен обладать учитель математики – уметь решать задачи элементарной математики, начиная с самых простых до олимпиадных задач. В Саратовском национальном исследовательском государственном университете имени Н. Г. Чернышевского (СГУ) соответствующая предметная подготовка реализуется в рамках курсов «Элементарная математика» и «Практикум по решению математических задач». Они нацелены на развитие умений по решению математических учебных задач элементарной математики и применение приобретенных умений в области педагогической деятельности.

С 2015-2016 учебного года курс «Практикум по решению математических задач» изучается в течение семи семестров (I-VII) и один из модулей «Практикум по решению задач школьного курса начал анализа» (VII семестр) целиком посвящен решению учебных задач школьного курса начал анализа (разделов дифференциальное и интегральное исчисление). Он нацелен: (1) на развитие умений по решению задач; (2) применение приобретенных умений в области педагогической деятельности за счет использования профессионально-ориентированных заданий.

Проблеме теоретической и профессиональной подготовки учителя математики посвящены исследования Н. Я. Виленкина, В. А. Гусева, О. Б. Епишевой, А. Г. Мордковича, И. Н. Бочаровой и др.

Изучением вопросов, связанных с обучением будущих учителей математики школьному курсу математического анализа занимались: А. Г. Мордкович, А. Е. Мухин, Д. Т. Белешко, Н. А. Журавлева, М. В. Шуркова и др. Их исследования преимущественно посвящены решению задач вузовского курса математического анализа, лишь частично затрагивая вопросы школьного курса, поэтому проблема обучения будущих учителей математики школьному курсу начал анализа продолжает оставаться актуальной.

Цель магистерской работы – разработать электронный образовательный ресурс (ЭОР) «Практикум по решению задач дифференциального исчисления» для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Педагогическое образование», профиль «Математическое образование».

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Провести сравнительный анализ содержания рабочих программ дисциплин «Элементарная математика» и «Практикум по решению математических задач».

2. Разработать теоретическое и практическое содержание ЭОР «Практикум по решению задач дифференциального исчисления» в системе «Ipsilon».

Для решения поставленных задач применялись следующие методы: анализ нормативных документов и литературы: математической, учебно-методической, наблюдение за учебным процессом, педагогический эксперимент, анкетирование.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что разработанный ЭОР может быть использован при обучении бакалавров направления «Педагогическое образование» профиль «Математическое образование».

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников.

Основное содержание работы. Первая глава «Сравнительный анализ программ дисциплин «Элементарная математика» и «Практикум по решению математических задач» (ПРМЗ) была посвящена решению первой задачи магистерской работы.

В ходе анализа целей и содержания курсов выявлено, что оба изучаются в течение семи семестров.

Курс «Элементарная математика» состоит из 5 частей: (1) – Введение (I семестр); (2) – Элементы математической логики (II семестр); (3) – Геометрия (III семестр); (4) – Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики (IV семестр); (5) – Алгебра (V-VI семестр); (6) – Тригонометрия (VII семестр).

В содержание данного курса включены некоторые темы школьного курса начал анализа, которые изучаются в различных его частях (модулях) и, соответственно, в разных семестрах. Например, понятие числовой последовательности, общая схема исследования числовых последовательностей; арифметическая прогрессия и её частные случаи включены в первую часть – «Введение» (I семестр); функциональный подход к решению уравнений и неравенств; преобразования графиков функций включены в пятую часть «Алгебра» (V-VI семестр).

Курс ПРМЗ состоит из 7 модулей: (1) – Элементы теории множеств и логики (I семестр); (2) – Практикум по решению задач стохастической линии (II семестр); (3) – Практикум по решению задач школьного курса алгебры (III семестр); (4) – Практикум по решению задач школьного курса тригонометрии (IV семестр); (5) – Практикум по решению задач школьного курса планиметрии (V семестр); (6) – Практикум по решению задач школьного курса стереометрии (VI семестр); (7) – Практикум по решению задач школьного курса начал анализа (ПРМЗНА) (VII семестр).

Заключительный модуль ПРМЗНА содержит все темы школьного курса начал анализа: «последовательность; предел последовательности; предел функции; непрерывность функции; вычисление пределов; определение производной; производные элементарных функций; правила дифференцирования; применение производной к исследованию свойств функций и построению их графиков; первообразная и неопределённый интеграл; определенный интеграл и его применения; площадь криволинейной трапеции; применение интеграла к вычислению объемов тел; применение интеграла при решении физических задач; понятие о приближенном вычислении определенных интегралов.

Задачный материал курса «Элементарная математика» включает лишь творческие задания по началам анализа, которые не являются обязательными для всех обучающихся, в то время как в соответствующем модуле курса ПРМЗ включены задания, изучаемые в школьном курсе алгебры и начал анализа базового и углубленного уровней, включая задания ЕГЭ и олимпиадные.

Вторая глава «Электронный образовательный ресурс «Практикум по решению задач дифференциального исчисления» посвящена решению второй задачи магистерской работы.

Структура ЭОР: (1) инструкция по прохождению курса; (2) входной контроль (диагностическое тестирование); (3) раздел 1 «Функции» (теоретические сведения; практические задания: тест, письменные задания, задания на применение построения графика функции); (4) раздел 2 «Последовательности. Пределы» (теоретические сведения; практические задания: тест, письменные задания); (5) раздел 3 «Производная и ее приложения» (теоретические сведения; практические задания: тест, письменные задания, задания на применение производной к исследованию свойств функций); (6) олимпиадные задания; (7) итоговое тестирование.

В каждом разделе представлены: (1) теоретические сведения; (2) практические задания разных видов («тестовые» и письменные) двух уровней (первого и второго). К первому уровню отнесены так называемые «тестовые» задания, которые изучаются в школьном курсе «Алгебра и начала анализа» на базовом уровне. В письменные задания (второй уровень) включены, в том числе, задания из ЕГЭ. К заданиям третьего уровня мы отнесли олимпиадные задачи.

Инструкция по прохождению курса кратко знакомит студентов с организацией процесса обучения и сроками выполнения заданий.

Входной контроль (диагностическое тестирование) преподаватель проводит с целью проверки знаний, навыков и умений студента, имеющихся на начало изучения модуля. В зависимости от результатов входного контроля каждому студенту предлагается индивидуальная программа ликвидации выявленных пробелов.

Затем студенты начинают изучение теоретического материала и выполнение тестовых заданий. В качестве примера рассмотрим тест по разделу 2 «Последовательности. Пределы».

1. Написать первые четыре члена последовательности $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

2. Зная несколько первых членов последовательности $\{x_n\}$, написать формулу ее общего члена 1, $\frac{4}{2}$; $\frac{9}{6}$; $\frac{16}{24}$; $\frac{25}{120}$; $\frac{36}{720}$; ....

3. Определите, какой является последовательность монотонной или строго-монотонные при $n \in N$ $x_n = n - \frac{1}{n}$.

4. Какой является последовательность $\{x_n\}$, $n \in N$ $x_n = \frac{n-1}{n}$ возрастающей или убывающей.

5. Докажите, что любой член последовательности x_n, $n \in N$, если $x_n = n^3 + 17n$ делится на 6.

6. Найдите сумму всех трехзначных чисел, делящихся без остатка на 9.

7. Вычислите предел $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2+3n-1}{12n^2-7n-8}$.

8. Найдите значение следующего выражения $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$.

9. Докажите непрерывность функции $f(x)$ в точке $x_0 \in R: f(x) = x^2$.

10. Исследовать функцию $f(x)$ на непрерывность на отрезке [0;2], если $f(x) = \frac{1}{x^4-1}$.

Далее им следует решить письменные задания. В качестве примера рассмотрим решение одной задачи по разделу «Производная и ее приложения».

Рассматриваются всевозможные прямоугольные параллелепипеды, объем каждого из которых равен 32 см^3, а две боковые грани являются квадратами. Найдите среди них параллелепипед с наименьшим периметром основания. В ответе укажите этот периметр.

Решение. Обозначим через x см сторону боковой грани (длину и высоту параллелепипеда), через y см – ширину параллелепипеда. Объем параллелепипеда $V = x^2y$. По условию объем равен 32 см^3, то $y = \frac{32}{x^2}$.

Периметр основания: $P = 2(x+y) = 2\left(x+\frac{32}{x^2}\right) = 2x + \frac{64}{x^2}$.

Так как требуется найти наименьший периметр (точку минимума), то производная в данной точке равна нулю.

$P' = 2 - 128x^{-3}$,

$2 - 128x^{-3} = 0$,

$x^{-3} = 64$,

$x = 4(\text{см})$.

Найдем ширину: $y = \frac{32}{4^2} = 2\ (\text{см})$.

Найдем периметр основания: $P = (4+2)\cdot 2 = 12(\text{см})$.

Ответ: 12 см.

После выполнения всех заданий по разделам студенты приступают к выполнению олимпиадных заданий. Рассмотрим решения двух задач.

Задача 1 (раздел «Функции). Доказать, что если при любом значении x и постоянном c имеет место равенство $f(x+c) = \frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, то $f(x)$ –

периодическая функция.

Решение. Пусть c – наименьший период функции, тогда $f(x+2c)=\frac{1-f(x+c)}{1+f(x+c)}$.

Подставим в полученное выражение $f(x+c)=\frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, получим $f(x+2c)=\frac{1-\frac{1-f(x)}{1+f(x)}}{1+\frac{1-f(x)}{1+f(x)}}=f(x)$.

Что и требовалось доказать.

Задача 2 (раздел «Последовательности. Пределы»). Доказать, что если a, b, c одновременно являются 5-м, 17-м, 37-м членами как арифметической, так и геометрической прогрессий, то $a^{b-c}\cdot b^{c-a}\cdot c^{a-b}=1$.

Решение. Так как a, b, c являются соответственно 5, 17, 37 членами арифметической прогрессии, то $a=a_1+4d, b=a_1+16d, c=a_1+36d$.

Значит, $b-c=-20d,\ c-a=32d, a-b=-12d$.

Так как a, b, c являются членами геометрической прогрессии, то $a=b_1\cdot q^4, b=b_1\cdot q^{16},$ и $c=b_1\cdot q^{36}$.

Подставим полученные выражения в выражение $a^{b-c}\cdot b^{c-a}\cdot c^{a-b}=1$.

$$(b_1q^4)^{-20d}\cdot(b_1q^{16})^{32d}(b_1q^{36})^{-12d}=1,$$
$$(b_1)^{-20d+32d-12d}(q)^{-80d+512d-432d}=1,$$
$$b_1^0q^0=1.$$

Что и требовалось доказать.

Итоговый тест проводится с целью проверки освоения содержания курса. Он был составлен в двух вариантах и содержал 15 заданий, 10 из которых аналогичны заданиям входного тестирования и пять (№№ 11-15) более сложного уровня. Рассмотрим задания итогового тестирования одного из вариантов.

1. Найдите $\varphi(x)=\frac{1}{2}\big(f(x)+f(-x)\big)$, при $x=3$, если $f(x)=2x^4-3x^3-5x^2+6x-10$.

2. Укажите промежуток, который содержит все нули функции: $y = 2\sqrt{2} - \sqrt{x^2 - 2x}$.

3.Определите, возрастающей или убывающей является последовательность $x_n = \frac{2^n}{2n+1}, n \in N$.

4. Арифметическая прогрессия состоит из 4 членов. Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 30, сумма трех последних равна 42. Найдите четвертый член этой последовательности.

5. Найдите значение выражения $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$.

6. Найдите производную сложной функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$.

7. Найдите область определения функции $y = \sqrt[3]{\frac{x+3}{8-4x^2}}$ на отрезке $[-5; 5]$.

8. Составьте уравнение касательной к функции $y = x^3$ в точке $A(1,1)$.

9. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^3 + 18x^2 + 17$ на отрезке $[-3; 3]$.

10. Исследуйте функцию $f(x)$ на непрерывность на отрезке $[4; 5]$, если $f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$.

11. Найдите целое значение x, при котором выражения $(3x^2 \log_3(2 + 3x) - 6x \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2 + 3x})$ и $(3x^2 + 2x)$ принимают равные значения.

12. Для чисел $a_1, a_2, \dots, a_{33}$ верны равенства $a_{n+1} = f(a_n), n = 1, 2, \dots, 27$. Найдите $a_9 + a_7 - a_6$, если известно, что $a_{28} = 0$, а

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x - 3}{x - 3}, \text{если } x < 3, \\ \sqrt[5]{\dfrac{x - 4}{x - 2}} + \sqrt{\dfrac{27x - 17}{3x + 7}}, \text{если } x \geq 3. \end{cases}$$

13. Найдите нули функции $y = \sqrt[6]{(x^2 - 2x - 15)} + \sqrt{x^4 + 2x^3 - 27}$.

14. Прямая касается гиперболы $y = \frac{4}{x}$ в точке $(1; 4)$. Найдите площадь треугольника, ограниченного этой касательной и осями координат.

15. При каком значении параметра a функция $y = \sqrt[5]{-5x^2 + ax - 3}$ имеет точку максимума $x_0 = 1{,}3$?

Опытно-экспериментальная работа проводилась в 2018-2019 учебном году со студентами 461 группы механико-математического факультета (17 человек), обучающимися по направлению подготовки «Педагогическое образование» (профиль «Математическое образование») в течение 7 недель (с 13 сентября по 31 октября).

По результатам проведенных входного и итогового тестирования было установлено, что все студенты (за исключением одного иностранного студента и двух студентов, не выполнявших тест) показали приращение в знаниях по модулю «Практикум по решению задач дифференциального исчисления» (рисунок 1).

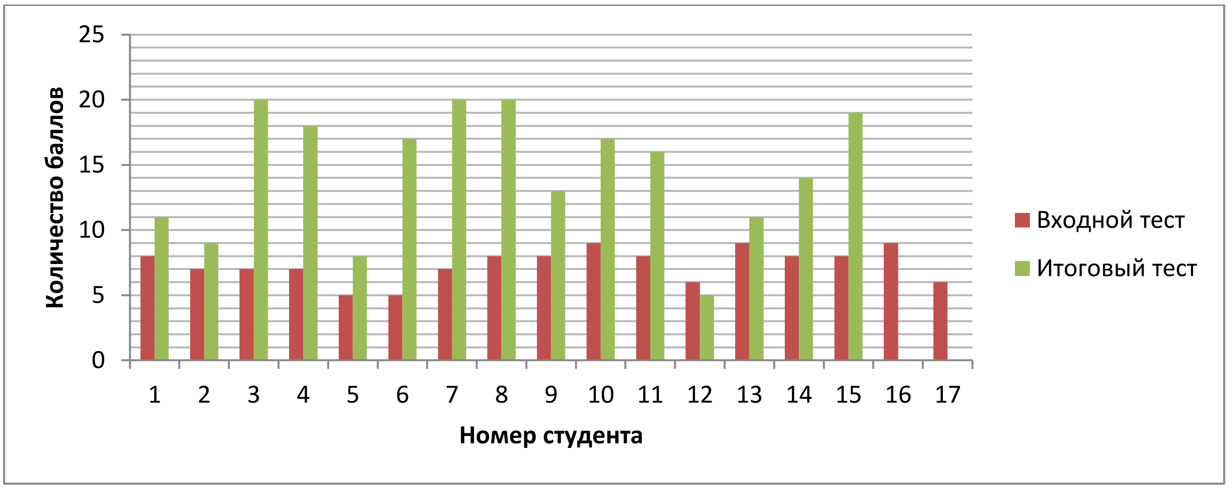

Рисунок 1 – Результаты входного и итогового тестирования

Результаты проведенного анкетирования показывают, что половина студентов (8 человек) правильно оценили сложность предложенного задания по теме «Производная и ее приложения», что говорит о достаточном уровне методической подготовки будущих педагогов-математиков. Для 12 студентов наиболее сложной оказалась тема «Числовые последовательности. Пределы», что подчеркивает важность определения индивидуальной образовательной траектории изучения курса для каждого студента.

Заключение. В процессе теоретического и практического исследования в соответствии с задачами и целью магистерской работы сформулированы следующие выводы:

1. Ключевым участником системы математического образования является педагог-математик. Одна из основных компетенций, которыми должен обладать учитель математики – уметь решать задачи элементарной математики, начиная с самых простых до олимпиадных задач. В СГУ имени Н. Г. Чернышевского соответствующая предметная подготовка реализуется в рамках курсов «Элементарная математика» и ПРМЗ. Они нацелены на развитие умений по решению математических учебных задач элементарной математики и применение приобретенных умений в области педагогической деятельности.

2. В ходе сравнительного анализа содержания рабочих программ курсов «Элементарная математика» и ПРМЗ установлено, что в курсе «Элементарная математика» изучаются лишь некоторые темы школьного курса начал анализа, в то время как соответствующий модуль курса ПРМЗ включает в себя все темы школьного курса «Алгебра и начала анализа. 10-11 классы» (дифференциальное исчисление).

Задачный материал курса «Элементарная математика» содержит лишь творческие задания по началам анализа, которые не являются обязательными для всех обучающихся, в то время как в курс ПРМЗ включены задания, изучаемые в школьном курсе алгебры и начал анализа базового и углубленного уровнях, в том числе, задания ЕГЭ и олимпиадные.

3. Включение в учебный процесс дистанционного обучения наряду с аудиторными занятиями способствует разрешению противоречия между ограниченностью временем на изучение курса ПРМЗ и значительным объемом учебной информации.

Разработанный нами ЭОР «Практикум по решению задач дифференциального исчисления» представлен следующими элементами: инструкция по прохождению курса, диагностическое тестирование, разделы: «Функции», «Последовательности. Пределы», «Производная и ее приложения», итоговое тестирование, анкетирование.

4. Опытно-экспериментальная проверка разработанных материалов

проходила на базе механико-математического факультета СГУ имени Н. Г. Чернышевского. Использование ЭОР параллельно с традиционными видами учебной работы способствует оптимизации учебного процесса за счет включения в образовательную траекторию каждого студента индивидуальной самостоятельной работы, что подтверждено в ходе анкетирования.

Результаты опытно-экспериментальной работы показывают: положительную динамику качества знаний у большинства студентов (14 человек) по модулю «Практикум по решению задач дифференциального исчисления», что подтверждает эффективность использования ЭОР в учебном процессе; половина студентов (8 человек) правильно оценили сложность предложенного задания по теме «Производная и ее приложения», что демонстрирует достаточный уровень методической подготовки будущих педагогов-математиков.

Разработанный ЭОР «Практикум по решению задач дифференциального исчисления» может быть использован при обучении бакалавров направления «Педагогическое образование» профиль «Математическое образование».

По результатам исследования опубликована статья «Дисциплина «Практикум по решению математических задач» в предметной подготовке будущих бакалавров педагогического образования».

Список использованных источников состоит из 41 наименования.