

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и  
методики ее преподавания

**Разработка модуля «Исследование функций с помощью производной  
и построение графика» для курса «Математика»**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 3 курса 323 группы

направление 44.04.01 Педагогическое образование

механико-математического факультета

Тарасова Бориса Михайловича

Научный руководитель

Старший преподаватель

\_\_\_\_\_

И.Г. Брагина

подпись, дата

Зав.кафедрой

к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_

И.К. Кондаурова

подпись, дата

Саратов 2018

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из самых фундаментальных понятий в математике, науке и технике является понятие функции. Оно сыграло и поныне играет большую роль в познании реального мира.

Развитие функциональных представлений в курсе изучения алгебры и начала анализа помогает получить наглядные представления о непрерывности и разрывах функций, научиться строить их графики, обобщить сведения об основных элементарных функциях и осознать их роль в познании реального мира. Таким образом, изучение темы «Исследование функций с помощью производной и построение графика» несомненно, является актуальной и практически значимой.

Человеческое общество постоянно меняется, в результате чего возникает постоянная потребность в изменении подхода к процессу обучения. Альтернативой традиционному обучению, на данный момент, является модульная система обучения.

Модульное обучение основано на следующей основной идее: обучающийся должен учиться сам, а преподаватель обязан осуществлять управление его учением: мотивировать, организовывать, координировать, консультировать, контролировать. По мнению авторов данной технологии, оно интегрирует в себе все то прогрессивное, что накоплено в педагогической теории и практике.

Модуль — это функциональный целевой узел, в котором учебное содержание и технология овладения им объединены в систему.

Самое важное в построении модуля — структурирование деятельности ученика по этапам усвоения знаний: восприятие, понимание, осмысление, запоминание, применение, обобщение, систематизация. И здесь большая возможность осуществлять проблемное обучение.

Главным признаком модуля является его самостоятельность, его смысловая законченность (своя цель, пути решения, результат, анализ результата).

Цель выпускной квалификационной работы: разработка методических рекомендаций к изучению модуля «Исследование функций с помощью производной и построение графика» для курса «Математика».

Задачи работы:

1. На основе теоретико-методологического анализа и методико-математической литературы определить практическую значимость изучаемой темы.

2. На основе теоретического анализа литературы, Интернет-ресурсов, документальных источников, отечественного (в том числе регионального) опыта по теме исследования конкретизировать основные этапы исследования функций с помощью производной и построение графика.

3. Разработать модуль «Исследование функций с помощью производной и построение графика» для курса «Математика».

Магистерская работа состоит из введения, трёх частей, заключения, списка использованных источников.

Во введении обоснованы актуальность, новизна и степень разработанности темы работы, сформулированы цель, задачи и структура работы по главам.

Первая часть теоретическая, состоит из: обзора литературы, общего понятия функции и её представления, алгоритма исследования функции с помощью производной и личного вклада магистранта.

Вторая часть практическая, содержит: контрольные вопросы для самопроверки, примеры решения задач, тесты для проверки усвоения материала, ответы на тесты, оценка тестов, задачи для самостоятельного решения.

Третья часть экспериментальная, содержит результаты тестирования остаточных знаний, результаты оценки остаточных знаний.

В заключении приводятся результаты проделанной работы по разработке модуля «Исследование функций с помощью производной и построение графика» для курса «Математика».

## **Основное содержание работы**

Функция — выражает зависимость между переменными величинами, при которой каждому рассматриваемому значению одной величины  $X$  соответствует определённое значение другой величины  $Y$ . При этом  $X$  называется аргументом, или независимой переменной (поскольку её значения заданы), а  $Y$  — функцией, или зависимой переменной (поскольку она зависит от  $X$ ). Соотношение между  $X$  и  $Y$  в общем виде записывается так:  $y = f(x)$ .

Функцию можно задать тремя способами:

1. Аналитический — с помощью формул;
2. Табличный — с помощью таблиц, где можно указать значения функции, однако лишь для конечного набора значений аргумента;
3. Графический — способ задания функции очень удобен: он дает возможность наглядно представить свойства функции.

### **Алгоритм исследования функции с помощью производной**

1. Найти область определения функции;
2. Найти точки пересечения графика с осями координат;
3. Исследовать функцию на периодичность, четность и нечетность;
4. Найти асимптоты функции;
5. Найти интервалы монотонности;
6. Найти точки локальных экстремумов и значения функции в этих точках;
7. Найти интервалы выпуклости вверх/вниз, а также точки перегиба;
8. Используя полученные результаты исследования построить график функции.

### **Контрольные вопросы для самопроверки**

- 1) Способы задания функции?
- 2) Что такое область определения функции?
- 3) Что такое периодическая функция?
- 4) Функция называется чётной если?
- 5) Функция называется нечётной если?

- 6) Что такое асимптота?
- 7) Виды асимптот?
- 8) Что такое монотонная функция?
- 9) Какая функция называется возрастающей?
- 10) Какая функция называется убывающей?
- 11) Какая функция называется невозрастающей?
- 12) Какая функция называется неубывающей?
- 13) Что такое экстремум функции?
- 14) Что называют стационарными точками?
- 15) Что называют критическими точками?
- 16) Как характеризует вторая производная функции выпуклость графика?
- 17) Что такое точка перегиба?

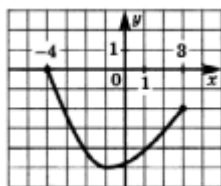
Пример одного из тестов, включённых в работу.

**Тест №1 Тема: Функция, область определения функции**

- 1) Способы задания функции?
  - А) Аналитический, табличный
  - Б) Аналитический, графический
  - В) Аналитический, табличный, графический
- 2) Найдите область определения функции  $y = \frac{x+1}{x-1}$ ?
  - А)  $(-\infty; -1)$  и  $(-1; +\infty)$
  - Б)  $(-\infty; 1)$  и  $(1; +\infty)$
  - В)  $(-1; 1)$
  - Г)  $(-\infty; -1)$  и  $(1; +\infty)$
- 3) Укажите функцию, областью значений которой является множество  $(-\infty; +\infty)$ ?
  - А)  $y = x^{\frac{1}{3}}$
  - Б)  $y = 2^{x-1}$
  - В)  $y = \text{tg}(x)$

Г)  $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

4) Функция  $y = f(x)$  задана графиком на отрезке  $[-4;3]$ . Укажите область ее значений?



- А)  $(0; 2)$
- Б)  $[-5; 0]$
- В)  $(-2; 0)$
- Г)  $[-4; -3]$

5) Функция задана формулой  $f(x) = 4x^2 + 8$ . Найдите  $f(-2)$ ?

- А) 24
- Б) 0
- В) 8
- Г) -8

6) Найдите область определения функции  $y = \frac{1+x}{1-x}$ ?

- А)  $x \neq 0$
- Б)  $x \neq 2$
- В)  $x \neq -1$
- Г)  $x \neq 1$

7) При каких значениях  $x$  выполняется равенство  $f(x) = 24$ , если функция задана формулой  $f(x) = x^2 - 2x$ ?

- А) 12; -2
- Б) -12; 2
- В) 6; -4
- Г) -6; 4

8) Найдите область определения функции  $y = (x - 1)^{-2}$ ?

- А)  $(-\infty; 1)$

- Б)  $(1; +\infty)$
- В)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
- Г)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

9) Укажите функцию, графиком которой не является прямая?

- А)  $y = 2x - 8$
- Б)  $y = x^2 + 2$
- В)  $y = 8x$
- Г)  $y = \frac{x+2}{8}$

10) Найдите область определения функции  $y = x^{-2}$ ?

- А)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
- Б)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- В)  $(-\infty; +\infty)$
- Г)  $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

### **Результаты тестирования остаточных знаний**

В ходе разработки модуля «Исследование функций с помощью производной и построение графика» для курса «Математика» были разработаны тесты, которые позволяют оценить уровень усвоения данного модуля, а также остаточных знаний.

В ходе работы было проведено тестирование, для определения остаточных знаний по математике у студентов геологов по теме «Исследование функций с помощью производной и построение графика». В тестировании принимали участие 76 студентов геологического факультета. Из них 45 студентов бакалавров учащихся по направлению «Геология» (05.03.01) и 31 студента специалистов учащихся по направлению «Прикладная геология» (21.05.02).

По результатам тестирования были построены диаграммы правильных ответов. С помощью данных диаграмм можно определить, какие именно вопросы вызывают наибольшую сложность у студентов.

Пример одной из полученных диаграмм. На диаграмме (рисунок 2) показано количество правильных ответов на вопросы тестов с учётом статистической погрешности.

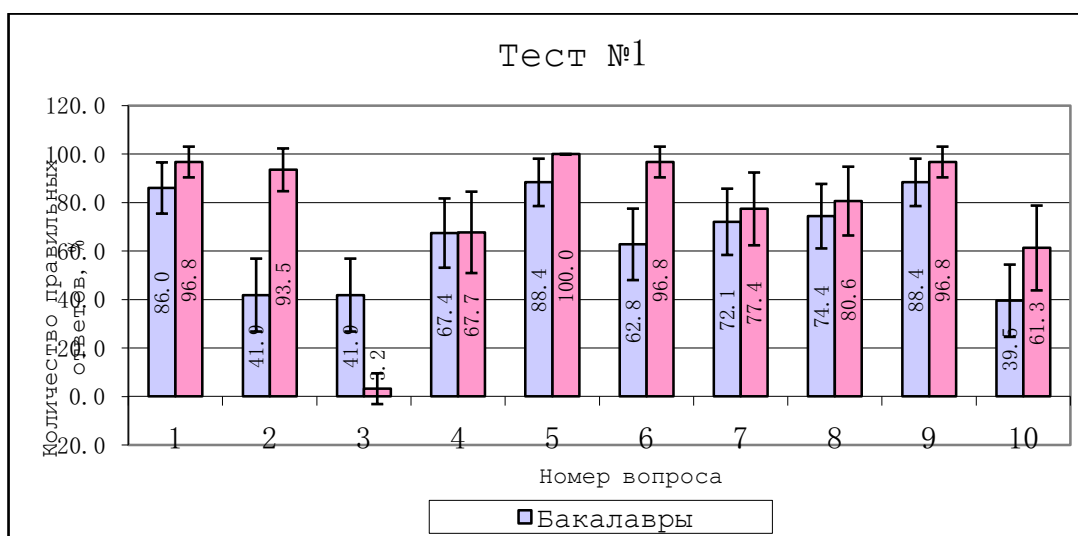


Рисунок 2 – Диаграмма правильных ответов для Тест № 1.

### Результаты оценки остаточных знаний

По результатам тестирования была построена диаграмма (рисунок 3) на которой показано количество правильных ответов в тестах с учётом статистической погрешности. С помощью данной диаграммы можно определить, какие именно темы вызывают наибольшую сложность в освоении у студентов.

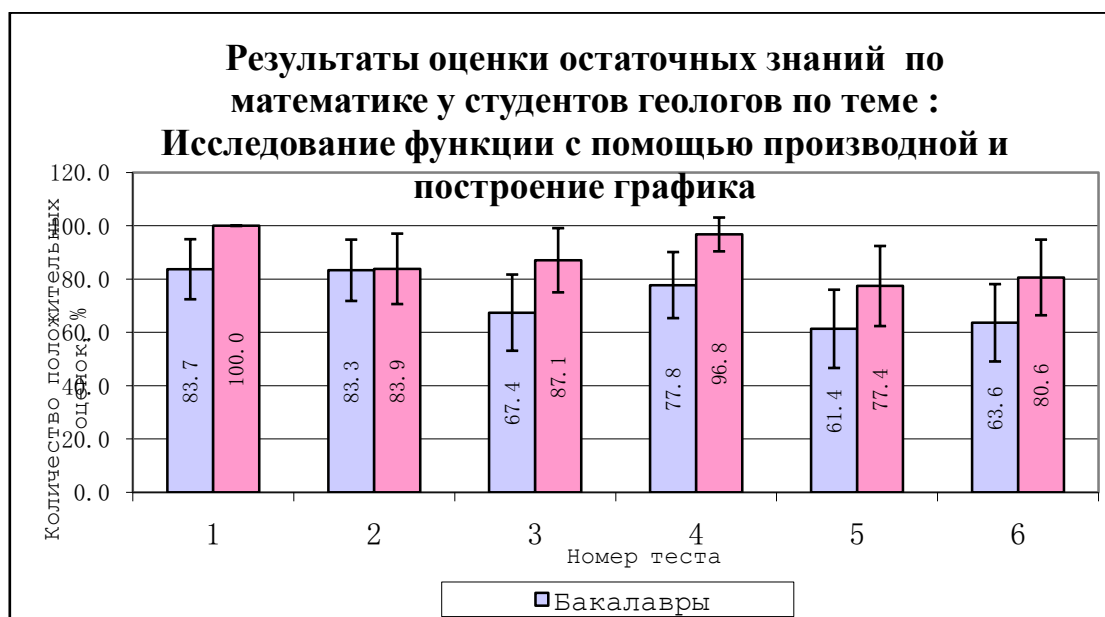


Рисунок 3 – Диаграмма правильных ответов для Тестов.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе теоретико-методологического анализа и методико-математической литературы была определена практическая значимость изучаемой темы.

На основе теоретического анализа литературы, Интернет-ресурсов, документальных источников, отечественного (в том числе регионального) опыта по теме исследования были конкретизированы основные этапы исследования функций с помощью производной и построение графика.

В ходе выполнения работы был разработан модуль «Исследование функций с помощью производной и построение графика» для курса «Математика».

Методические рекомендации к изучению модуля «Исследование функций с помощью производной и построение графика» для курса «Математика» состоят из теоретического и практического материала.

Теоретический материал включает в себя: общее понятие функции и её представления, алгоритм исследования функции с помощью производной.

Практический материал включает в себя: контрольные вопросы для самопроверки, примеры решения задач, тесты для проверки усвоения материала, ответы на тесты, оценка тестов, задачи для самостоятельного решения.

Разработанный модуль, контрольные вопросы для самопроверки, примеры решения задач, тесты для проверки усвоения материала, задачи для самостоятельного решения размещены в электронной базе образовательных ресурсов СДО Ipsilon Uni (<http://ippsilon.sgu.ru/courses/7663/tasks/53007>) и уже используются в образовательном процессе.

Была проведена апробация тестов для определения остаточных знаний у студентов геологического факультета.