МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математического анализа

Электронный образовательный курс:

Методы построения сечений многогранников

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 3 курса 322 группы

направление ***44.04.01 Педагогическое образование***

механико-математического факультета

Попова Андрея Сергеевича

Научный руководитель

доцент, кф-м.н ________________ М.А. Осипцев

должность, уч.степень, уч.звание подпись, дата

Зав.кафедрой

д.ф.-м.н.,профессор ________________ Д.В. Прохоров

должность, уч.степень, уч.звание подпись, дата

Саратов 2018

Введение

Магистерская работа представляет собой материалы для разработки электронного курса по теме “Сечения многогранников”. Данный образовательный курс предназначен для учащихся 10-11-х классов основного общего образования.

В ходе работы были исследованы методы построения сечений и выявлены те, которые будут подходить разным типажам задач. В каких случаях следует использовать один метод, а в каких другой. Был разработан электронный образовательный курс, который включает в себя 4 варианта по 10 заданий на тему сечений. Нужно заметить, что тест по данной теме будет необъективен, так как построение сечений является сложным процессом, и ответ – это сам ход решений.

Обучение данной теме всегда показывает ее сложность и всегда заметны трудности в освоении и проблемы в построении сечений у многогранников. Это показывает актуальность данной темы и определяет необходимость разработки электронного образовательного ресурса. Электронный образовательный курс содержит все необходимые материалы для освоения темы сечений, согласно учебному плану в рамках образовательной программы.

Цели создания электронного образовательного курса:

- улучшение качества обучения с использованием электронного обучения и дистанционных технологий;

-ознакомление с Wolfram Mathematica.

-оптимизация деятельности педагогического состава, применяющего электронное обучение и дистанционные технологии;

-создание электронной информационно-образовательной среды, позволяющей усвоить материал и пройти проверку его усвоения.

Задачи создания электронного образовательного курса:

- соответствие единым требованиям к структуре, отдельным элементам ЭОК и технологиям обучения по нему в системе по нему в системе дистанционного образования Ipsilon;

- обеспечение образовательного процесса, реализуемого в системе дистанционного обучения Ipsilon.

Цели электронного образовательного курса:

1. Изучение необходимых методик построения сечений для различных многогранников, знание последовательности шагов для нахождения искомого сечения.
2. Контроль усвоения на примерах.
3. Применение на практике, прохождение заданий в системе Ipsilon.

Как выглядит электронный образовательный курс:

-Введение, в нем рассказывается, что ожидает нас в курсе;

-Теоретическая часть, в ней представлены все методы и теоремы которые будут использоваться для построения сечений.

-Варианты задач, в которых три вида задач по сложности.

Задания первого уровня основаны на сечениях куба разной сложности от самых простых, когда решение очевидно, до сложных, когда приходиться проводить дополнительные построения для достижения исходной цели.

Задания второго уровня основаны на сечениях пирамид в основаниях которых лежит шестиугольник или четырехугольник и призмы с шестиугольным основанием. Количество заданий в этом уровне: 4 варианта по 3 задания.

Задания третьего уровня основаны на нахождении площади и периметра получаемых сечений.

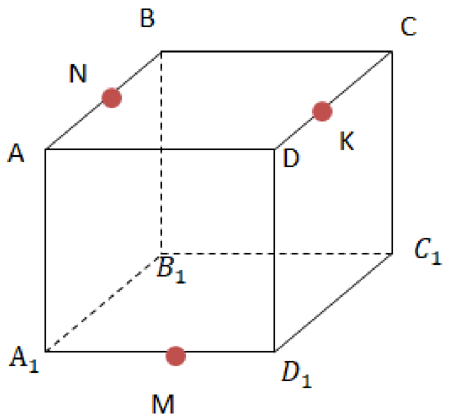
Ознакомление с Wolfram Mathematica заключается в освоении элементарных функций в дальнейшем, которые в дальнейшем помогут составлять сечения в данной программе для проверки задач.

Основное содержание работы.

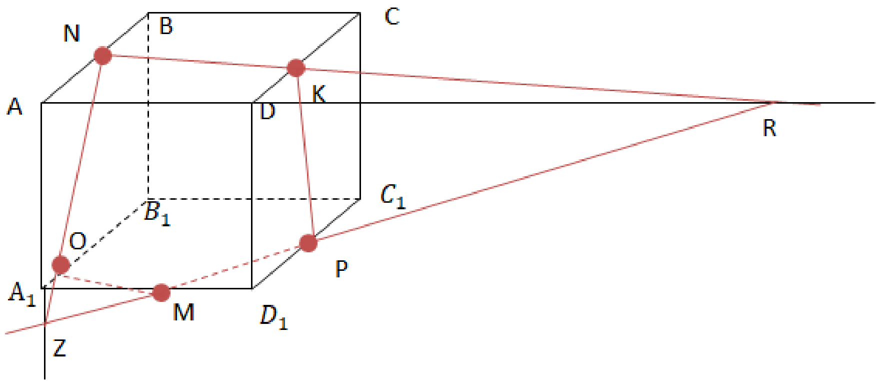
Главной задачей работы была разработка электронного образовательного курса в системе Ipsilon, создание нескольких вариантов заданий по теме: «Методы сечения многогранников» и проверить эти задания на реальных учащихся .

Далее будут приведены результаты данной работы, а так же пример задач из каждого уровня сложности.

Пример 1. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через точки MKN



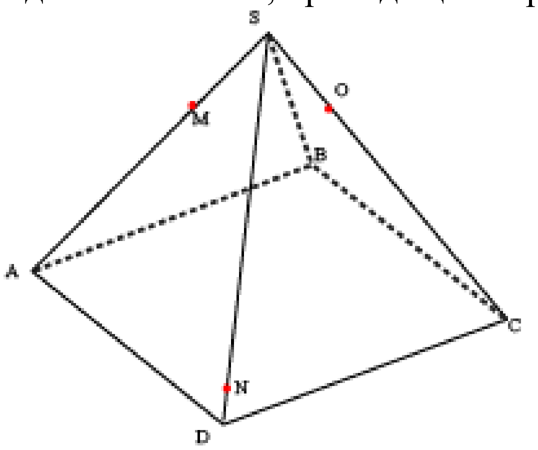
Поскольку точки K и N лежат в одной плоскости, то через них можем провести прямую. Далее продлеваем прямую $N\,K$ и AD и ищем их пересечение, так мы увидим точку R которая будет лежать в той же плоскости что и C. А значит их можно будет соединить. После этого можно заметить, что RM пересекает $D_1\,C_1$ в точке P. Можно соединить P с M и K.

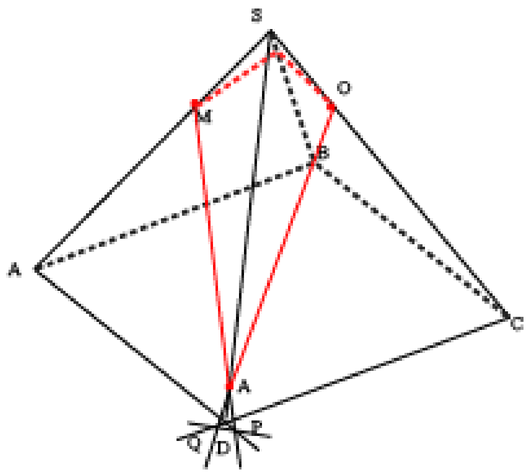


Далее продлеваем прямую RM и A_1A и ищем их пересечение, так мы увидим точку Z которая будет лежать в той же плоскости что и N. А значит их можно будет соединить. После этого можно заметить, что NZ пересекает A_1B_1 в точке O.

Таким образом пятиугольник $NMPKO$- искомое сечение.

Пример2. Построить сечение четырехугольной правильной пирамиды плоскостью, проходящей через точки MON.

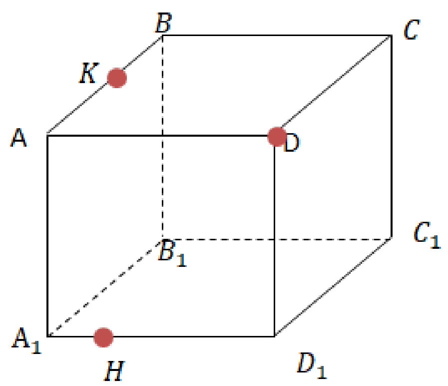




Через точки M и N, принадлежащие плоскости грани SAD, проведем прямую MN. Определим точку плоскости основания пирамиды, которая бы принадлежала и секущей плоскости. Для этого проведем продолжение ребра AD и найдем точку его пересечения с прямой MN – точка P. Аналогично найдем вторую точку секущей плоскости в плоскости основания: проводим прямую ON, находим ее пересечение с продолжением ребра CD – точка Q. Через две точки можно провести прямую, и, так как точки Q и P принадлежат и секущей плоскости, и плоскости основания, то и прямая, проведенная через них будет принадлежать обеим плоскостям.

И эта прямая будет пересекать продолжение ребер AB и BC в точках R и H, соответственно. Можно соединить HO и RM. Пересечение этих прямых даст нам последнюю точку T.

Пример3. Найти периметр сечения, в прямоугольном параллепипеде где $AB = 2, AA_1 = 1, AD = 2, AK = KB,\ 5 * A_1H = HD_1$



Для начала, построим само сечение. Соединим H и D и продлим полученную прямую, а так же ребро AA_1. Эти две прямые пересекутся в некой точке, которую можно будет соединить с точкой K. Эта прямая пересечет A_1B_1 в точке L. Таким образом нам нужно найти периметр трапеции $KDHL$.

Теперь найдем каждую сторону. Начнем с KD.

Рассмотрим треугольник AKD. Из теоремы Пифагора получим что $KD = \sqrt{5}$

Аналогично рассмотрим DHD_1, в котором HD_1 будет равняться 1.6. Снова теорема Пифагора, по результат применения которой $HD = \frac{\sqrt{89}}{5}$.

Теперь найдем HL . Так как треугольники AKD и LHA_1 подобны по трем углам, стороны этих треугольников могут выражаться через коэффициент подобия, в данном случае он равен 1: 5. $HL = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Остается найти последнюю строну KL. Опусти перпендикуляр из точки K на грань AA_1 и рассмотрим полученный прямоугольный треугольник. По теореме Пифагора находим эту сторону и получаем $\frac{\sqrt{41}}{5}$.

Остается только сложить полученные результаты.

Ответ: $\frac{5\sqrt{5}+\sqrt{89}+\sqrt{41}+\sqrt{5}}{5}$.

Так же был разработан небольшой код для *Wolfram Mathematica.* Так как основная часть заданий была основана на куб, за основу взята именно эта фигура. Ниже можно наблюдать сам код:

```
a = {0,0,0};
b = {10,10,10};
c = {0,10,10};
PointA= Point[a];
PointB= Point[b];
PointC= Point[c];
R=InfinitePlane[{a,b,c}];
Cube= Cuboid[{0,0,0},{10,10,10}];
Pyramid4 = Pyramid[{{0,0,0},{10,0,0},{10,10,0},{0,10,0}, {5,5,
10}}];
Graphics3D[{EdgeForm[Directive[Thick,Dashed,Blue]],Black,Pyramid4,Red, R, PointSize[Large],White, PointA, PointSize[Large],White, PointB, PointSize[Large], White,PointC}]
```

Давайте разберем данный код.

Первые три строчки – это координаты трех точек определяющие плоскость, так как плоскость может быть определенна именно тремя точками, и мы имеем дело с объемными фигурами, поэтому координаты три.

В следующих трех точках мы определяем эти координаты как объект-точку. Это необходимо для построения точек, что бы их можно было наблюдать.

В седьмой строчке, мы определяем плоскость, как раз через эти точки.

Далее мы задаем куб или параллелепипед и пирамиду, в основании которой лежит квадрат либо прямоугольник, в зависимости от заданных координат.

Последняя строчка выполняет построение практически всех предыдущих объектов в одной координатной области. Хочется отметить, в приведенном примере используется только пирамида. Для того что бы выполнить сечение куба, нужно изменить эту строчку на:

```
Graphics3D[{EdgeForm[Directive[Thick,Dashed,Blue]],Black,Cube, Red, R, PointSize[Large],White, PointA, PointSize[Large],White, PointB, PointSize[Large], White,PointC}]
```

Вывод программы:

Рисунок 11.

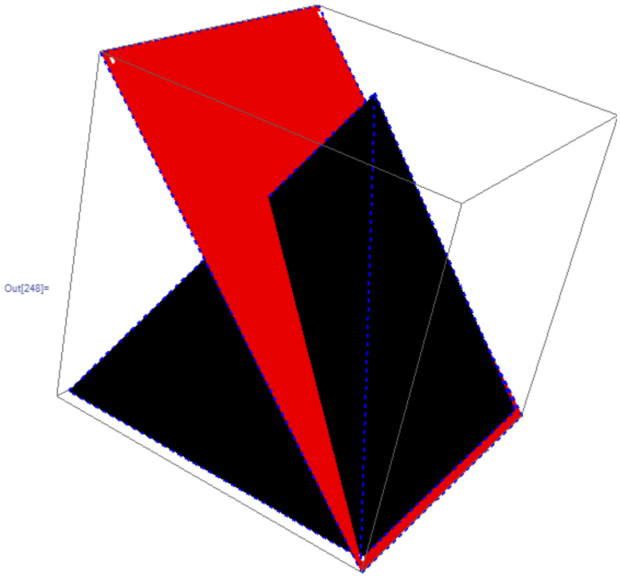
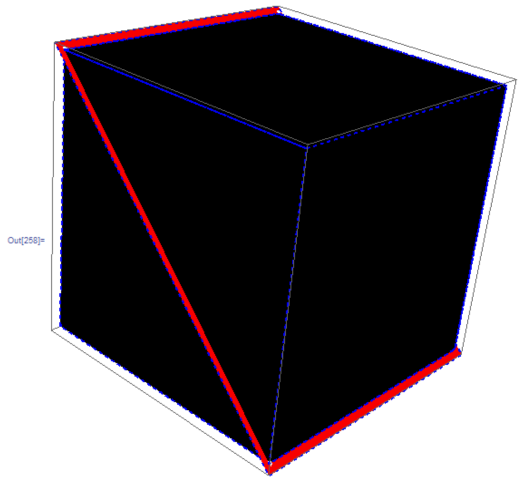


Рисунок 12.



Как мы видим на рисунках 11 и 12 сами фигуры изображены черным цветом, точки белым, ребра синим пунктиром, а секущая плоскость красным.

Для закрепления работы были созданы задачи для учащихся, состоящие из 10 заданий разной степени сложности. Ученики были поделены на 4 варианта. Так как в учебной группе было 28 человек, поделились поровну, по 7 человек.

Данный тест был рассчитан на время всей пары и ученики справлялись с заданиями с переменным успехом. Некоторые справились с задачами третьего уровня, где необходимо посчитать площадь и периметр сечения. Так же можно заметить, что некоторые задачи второго уровня оказались несколько сложнее задач третьего.

Заданий первого уровня всего 5 на каждый вариант. Выполнение 3-ехтаких заданий означало оценку 3, за 4-е ставилось 4 и за 5 заданий – 5 соответственно.

Заданий второго уровня несколько меньше – 3. Тут оценивалось так: выполнение хотя бы 1-го задания соответствовало тройке, 2-ух – 4 , 3-ех – 5. Но сложность этих заданий несколько выше поэтому за выполнение теста в целом придется считать вес задания, как и в заданиях третьего уровня.

В заданиях третьего уровня нужно было найти не только сечение, но и посчитать его периметр либо площадь, что означало дополнительную сложность для данных заданий, количество которых составляло всего 2-а задания. И, если оценивать эти задания по отдельности, оценивалось бы так за выполнение одного ставилось бы 4, за выполнение обоих заданий 5.

В данной таблице можно наблюдать сколько учеников выполнило то или иное задание.

№ Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество выполнивших задание	62	21	14	17	11	11	14	8	5	9

Как можно заметить некоторые задания третьего уровня оказались полегче нежели задание второго. Так же как одно задание второго оказалось полегче задания первого.

Представим количество выполнимых задач через процент:

$$k = \frac{n_{\text{вып}}}{n_{\text{общ}}}$$

№ Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Процент выполнений от общего числа	92	75	50	60	39	39	50	29	17	32

Определим средний процент для каждого уровня задач:

$$l_1 = \frac{92 + 75 + 50 + +60 + 39}{5} = 63.2$$

$$l_2 = \frac{39 + 50 + 29}{3} = 39.3$$

$$l_3 = \frac{17 + 32}{2} = 24.5$$

Исходя из этих данных можно увидеть на каких задачах от среднего плохая успеваемость. Например, в первых двух заданиях ученики смогли очень хорошо проработать материал, а вот в пятом задании все не так хорошо, следует уделить данному примеру больше внимания, как и в последующих задачах.

Теперь мы можем высчитать вес для каждого уровня задачи. По умолчанию для первого уровня задач возьмем вес равный единице. Итак:

$$q_2 = \frac{80}{60} = 1.3$$

$$q_3 = \frac{80}{40} = 2$$

Теперь зная веса можно проставить оценки учеников и узнать процент успеваемости по данной теме сечений.

Оценка	2	3	4	5
Количество	1	11	12	4

Высчитаем процент успеваемости:

$$\frac{(92 + 75 + 50 + 60 + 39) * 1 + (39 + 50 + 29) * 1.3 + (17 + 32) * 2}{5 + 3 * 1.3 + 2 * 2} =$$

$$= \frac{316 + 153.4 + 98}{5 + 3.9 + 4} = \frac{316 + 153.4 + 98}{12.9} = 43.98$$

Уровень заданий	1	2	3	Итого
Процент успеваемости	63.2	39.3	24.5	43.98

Как можно заметить итоговый процент успеваемости довольно неплохой, тему можно считать усвоенной, но также можно было бы провести пару дополнительных занятий по сечениям.

Заключение.

В данной работе представлен и разработан электронный образовательный курс по теме «Сечения многогранников». И входе работы, собрана необходимая теория для решения задач по данной теме, были рассмотрены методы построения сечений многогранников и выявлены те, которые будут подходить разным типажам задач. В каких случаях следует использовать один метод, а в каких другой. В работе представлены 4 варианта по 10 заданий в каждом, для электронного образовательного курса в системе Ipsilon. В каждом варианте присутствуют задачи на 3 уровня сложности:

1) Задания первого уровня - 5 заданий, на обычные сечения куба и параллелепипеда.
2) Задачи второго уровня – 3 задания на сечения пирамиды и шестиугольной призмы.
3) Задания третьего уровня - 2 задания на нахождение площади и периметра сечения.

Задания были для данного курса были опробованы на 10-ых классах. После чего результаты были проанализированы, и сделаны соответствующие выводы.

Достоинством электронного образования является свобода доступа учащегося. Он имеет возможность получить доступ через интернет с любого места, таким образом получить знания тогда, когда ему будет удобно.

Данная тема является одной из самых сложных в школьном курсе, так как и требует больших затрат на обучение.

Так же был разработан вспомогательный небольшой код, который визуально поможет проверять многие сечения, код был выполнен в *Wolfram Mathematica.*