

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ПРИВЛЕКАТЕЛЬНОСТИ ДЕЛЕНИЯ РИСКА

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 412 группы

направления 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Агаповой Валерии Александровны

Научный руководитель

к.ф.м.н, доцент

Л.В.Борисова

Заведующий кафедрой

д.ф-м.н, доцент

С.П. Сидоров

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы.

Многие виды деятельности человека связаны с определённой долей риска. Одним из важнейших институтов выравнивания неоднородностей риска, а также финансовой защиты отдельного человека, группы людей и всего общества является страхование. Являясь одним из институтов по управлению риском в экономике, страховые компании сами становятся объектом воздействия отрицательных факторов. В этом случае у страховщика возникает проблема по управлению как имеющимися у него рисками, так и вновь принятыми по договорам страхования, которые оказывают существенное влияние на его финансовую устойчивость.

Одним из наиболее предпочтительных методов управления риском изменения финансовой устойчивости страховщиков является перестрахование, представляющее собой систему перераспределения риска между страховщиками, при которой один страховщик (цедент) принимает на себя риск, а затем на согласованных условиях размещает его среди других страховщиков (перестраховщиков). Наличие на перестраховочном рынке различных форм и методов перестрахования предопределяет важность анализа влияния выбранного метода защиты страхового портфеля на финансовую устойчивость компании.

Целью бакалаврской работы: определить значение перестрахования, как метод оценки привлекательности деления риска.

Для достижения поставленной цели работы необходимо решить следующие задачи:

- изучить основные методы перестрахования;
- сравнить преимущества и недостатки классификаций договоров перестрахования;
- определить эффективность и целесообразность перестрахования для передающей компании;
- анализ зависимостей вероятности разорения и ожидаемого дохода от параметров перестрахования.

Объект исследования страховая компания, обеспечивающая краткосрочное страхование жизни (сроком не более 1 года).

Предмет исследования страхование группы договоров с различными страховыми суммами, пределами удержания и вероятностью страхового случая.

Практическая значимость проводимого эксперимента состоит в том, что на

основании построенной компьютеризированной модели страховой компании с несколькими группами договоров с различными страховыми суммами, пределами удержания и вероятностью страхового случая можно проводить исследования реально существующих страховых компаний. По результатам этих вычислений можно делать выводы о целесообразности данного метода перестрахования в различных ситуациях.

Структура и содержание бакалаврской работы. Работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованных источников, состоящего из 20 наименований и приложения с кодом программы. Общий объем работы состоит из 55 страниц, включая приложение.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы работы, формируется цель работы и решаемые задачи.

В первом разделе рассмотрены основные понятия и обозначения перестрахования.

Деятельность перестраховщиков строится на основе закона больших чисел, то есть при достаточно общих условиях действие большого числа случайных факторов приводит к такому результату, который практически не зависит от случая. Таким образом, чем большее количество однородных рисков принято на страхование, тем устойчивее портфель данного страховщика, и тем в большей степени результаты страховых операций поддаются прогнозированию.

Принцип возмещения убытков является одним из основных в перестраховочном договоре. В договоре перестрахования выступают две стороны: страховое общество, передающее риск, т. е. перестрахователь, и страховое общество, принимающее риск на свою ответственность, т. е. перестраховщик. Сам процесс, связанный с передачей риска, называется цедированием риска или перестраховочной цессией. В этой связи перестрахователя, отдающего риск, называют цедентом, а перестраховщика, принимающего риск, - цессионарием.

В втором разделе рассмотрены различные виды договоров перестрахования, а также преимущества и недостатки по каждому из них для перестраховщика и цедента.

По форме способа передачи риска можно выделить следующие модели договоров перестрахования:

- факультативное

- облигаторное
- факультативно - облигаторное

Факультативное перестрахование

Термин "факультативное" в отношении к перестрахованию подразумевает, что решение о передаче и приеме риска в перестрахование принимается страховщиком и перестраховщиком по поводу каждого отдельного принимаемого на страхование риска.

Облигаторное перестрахование

Перестраховочные платежи по договору облигаторного перестрахования всегда определяются в проценте от суммы страховых платежей, полученных страховщиком при заключении первичного договора страхования.

Факультативно - облигаторное перестрахование

По факультативно - облигаторному (смешанному) договору уступающая компания имеет право передавать или оставлять у себя принимаемые риски или их часть, круг которых определен. Перестраховщик по такому договору обязуется принимать обусловленные договором риски. Факультативность предполагается для перестрахователя, а облигаторная часть договора относится к перестраховщику. Для перестрахователя возможны отбор рисков, которые будут переданы в перестрахование, а также определение величины передачи.

В третьем разделе рассмотрены методы перестрахования и показано влияние каждого метода на убыток.

Традиционно выделяют два метода перестрахования: пропорциональное и непропорциональное.

1. Пропорциональное деление риска.

Пропорциональное перестрахование состоит в том, что суммарный риск X портфеля полисов делится между страховщиком и перестраховщиком в определенной пропорции:

$$\text{доля первого } \tilde{X} = r \cdot X$$

$$\text{доля второго } \tilde{Y} = X - \tilde{X} = (1 - r) \cdot X$$

При перестраховании эксцедента сумм зависимость пропорции деления $r(v) : 1 - r(v)$ от страховой суммы v способствует уменьшению относительного риска в портфеле страховщика и увеличению его в части портфеля, передаваемой перестраховщику.

2. Непропорциональное деление риска.

Суть этой схемы перестрахования сводится к следующему: предоставление

перестрахования определяется исключительно величиной убытка и не привязывается к размеру страховой суммы.

Рассмотрим влияние перестрахования эксцедента сумм на распределение размера убытка. Для этого рассмотрим страховую сумму $V > 0$, соответствующую убытку размера X , как случайную величину и построим случайную величину степень убытка

$$Y = \frac{X}{V}.$$

При непропорциональном делении риска $X = \min(X, a) + \max(X - a, 0)$ размер убытка по первичному риску $\underline{X} = \min(X, a)$ составляет

$$\underline{X} = \min(X, a) = \begin{cases} X, & X < a, \\ a, & X \geq a. \end{cases}$$

Отсюда сразу следует формула для функции распределения

$$\underline{F}(x) = P(\underline{X} \leq x) = \begin{cases} F(x), & x < a, \\ 1, & x \geq a. \end{cases}$$

где F - функция распределения оригинального размера убытка.

В четвертом разделе описывается исчисление премий в случае вычитаемой франшизы, при перестраховании эксцедента убытка и при перестраховании "Stop Loss".

1. В случае вычитаемой франшизы.

Если убыток по страховому случаю, при наличии такой франшизы, не превысил её оговорённого в договоре размера, то страховщик по такому убытку не выплачивает страхового возмещения. В том случае если убыток превысил размер франшизы, то такой убыток возмещается полностью. Безусловная (вычитаемая) франшиза - это часть убытка, не подлежащая возмещению страховщиком и вычитаемая при расчёте страхового возмещения, подлежащего выплате страхователю, из общей суммы возмещения.

2. При перестраховании эксцедента убытка. (EXCESS OF LOSS)

По условиям этого договора инструмент перестрахования вступает в силу только тогда, когда окончательная сумма убытка по застрахованному риску в результате страхового случая или серии страховых случаев, являющихся следствием действия одного и того же происшествия, превысит обусловленную сумму.

Существенное формальное различие между перестрахованием эксцедента убытка и франшизой — лимитированность перестрахования. Подразумевается, что по каждому убытку X перестраховщик несет не полный вторичный риск $\max(X - a, 0)$, а лишь так называемый лейер (Layer - слой)

$$\min(\max(X - a, 0), h) = \begin{cases} 0, & X \leq a, \\ X - a, & a \leq X \leq a + h, \\ h, & a + h \leq X. \end{cases}$$

ограничивающий его ответственность по каждому убытку значением h .

3. При годовой франшизе и перестраховании "Stop loss".

В таких договорах перестраховщик обязуется возместить убытки, которые превышают приоритет, выраженный как процент от заработанной или полученной страховщиком годовой премии. При этом не имеет никакого значения, превышен ли приоритет из-за кумуляции небольших убытков и убытков средней величины или из-за единичных крупных убытков.

При перестраховании «Stop Loss» величина S описывает годовую сумму всех убытков определенного вида страхования. Страховщик несет первичный риск $S = \min(S, c)$, причем граница убытка c в большинстве случаев немного превышает страховую нетто-премию. Перестраховщик принимает, как правило, ограниченный величиной $c_1 > 0$ лейер

$$\begin{aligned} \min(\max(S - c, 0), c_1) &= \max(S - c, 0) - \max(S - (c + c_1), 0) = \\ &= \min(S, c + c_1) - \min(S, c) \end{aligned}$$

вторичного риска $S = \max(S - c, 0)$.

В пятом разделе работы - вычислительный эксперимент, задача которого состоит в нахождении эффективного использования видов перестрахования с целью повысить ожидаемый доход компании и снизить вероятность ее разорения. В данной работе рассматривается задача краткосрочного страхования жизни, приведено аналитическое решение задачи, а также проанализированы различные вариации изменения основных параметров (число договоров N , страховая сумма b , ожидаемый доход u и вероятность разорения R), показывающих зависимость между ними. После этого задача проанализирована для различных по структуре портфелей страховщика рассмотренных в работе моделей пропорционального и непропорционального перестрахования, для

определения эффективности и целесообразности использования данного вида в конкретных случаях.

Для решения данной задачи была написана программа на языке программирования C++, реализующая алгоритм решения и вычисляющая вероятность разорения и ожидаемый доход компании страховщика до и после заключения договора перестрахования.

Известно количество договоров по каждой группе (N), страховая сумма (b), вероятность страхового случая (q) и предел удержания (r). Также нужно знать страховую надбавку (θ) и надбавку перестраховочной компании (θ^*).

С помощью вычислений находятся вероятность разорения и ожидаемый доход компании, и исходя из полученных значений видно, какой метод перестрахования лучше использовать.

Вычислительный эксперимент

Портфель компании состоит из N договоров страхования жизни сроком на 1 год. В соответствии с условиями договора компания выплачивает определенную сумму в случае смерти застрахованного в течение года и не платит ничего, если застрахованный доживет до конца года. Все застрахованные имеют одну и ту же вероятность смерти в течении года, равную q . Из N застрахованных N_1 заключили договор на сумму b_1 рублей каждый N_2 - на сумму b_2 рублей каждый, N_3 - на сумму b_3 каждый и N_4 - на сумму b_4 миллион рублей каждый. Относительная страховая надбавка установлена компанией в размере θ

Компания заключила договор перестрахования чрезмерных потерь при пределе удержания r . Перестраховочная компания устанавливает свой тариф на основе той же статистики смертности, что и передающая компания, но с относительной страховой надбавкой θ^* . Определите, как изменится вероятность разорения передающей компании и ее ожидаемый доход. ("разорение" означает, что для выплат по рассматриваемому портфелю не хватит собранных премий и, значит, придется привлекать дополнительные средства.)

Численное решение

Для численных расчетов удобно использовать 100000 рублей как единицу измерения денежных сумм. Результаты расчетов приведены в таблице 1, последний столбец которой содержит окончательные результаты исходной группы из $N = 20000$ человек.

Таблица 1 - Содержание портфеля

Номер группы	1	2	3	4	Исходная группа
Число застрахованных(тыс)	10	5	4	1	20
Страховая сумма	1	2	5	10	
Средние выплаты для группы	100	100	200	100	500
Дисперсия суммарных выплат для группы	99	198	990	990	2277

Общая сумма, собранная в виде страховых премий,

$$u = (1 + \theta)ES = 575 \text{ условных единиц,}$$

а ожидаемый доход компании

$$u - ES = \theta \cdot ES = 75 \text{ условных единиц} = 7,5 \text{ миллиона рублей.}$$

Можем подсчитать вероятность "разорения"R:

$$R \equiv P(S > u) = P\left(\frac{S - ES}{\sqrt{VarS}} > \frac{u - ES}{\sqrt{VarS}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{u - ES}{\sqrt{VarS}}\right) =$$

$$1 - \Phi\left(\frac{575 - 500}{\sqrt{2277}}\right) \approx 1 - \Phi(1,57) \approx 5,82\%,$$

где $\Phi(x)$ - функция Лапласа для нормальной стандартно распределенной случайной величины.

Пусть теперь наша компания заключила договор перестрахования с пределом удержания $r = 500000$ рублей, т.е $r = 5$ условных единиц. При наступлении страховых случаев по договорам с величиной страховой суммы $b_3=5$ и $b_4= 10$ передающая компания выплачивает одну и ту же сумму $r = 5$. Объединим эти договора в одну группу, причем договора с величиной страховой суммы $b_1=1$ и $b_2= 2$ образуют отдельную группу. Результаты расчетов в данной ситуации приведены в таблице 2.

Таблица 2 - Содержание портфеля

Номер группы	1	2	3	Исходная группа
Число застрахованных(тыс)	10	5	5	20
Страховая сумма	1	2	5	
Средние выплаты для группы	100	100	200	450
Дисперсия суммарных выплат для группы	99	198	1237,5	1534,5

Таким образом, средние суммарные выплаты передающей компании уменьшились с 500 до 450, а дисперсия суммарных выплат уменьшилась с 2277 до 1534,5, коэффициент вариации суммарных выплат в свою очередь уменьшился с 9,54% до 8,71%.

Разность $ES - ES^{(r)} = 500 - 450 = 50$ дает средние суммарные выплаты перестраховочной компании. С условиями перестрахования плата за перестрахование равна $1,2 \cdot 50 = 60$.

Поэтому активы передающей компании уменьшатся с величины $u = 575$ до $u^{(r)} 515$ и, значит, ожидаемый доход передающей компании составит величину

$$u^{(r)} - ES^{(r)} = 65 \text{ условных едениц} = 6,5 \text{ миллионов рублей.}$$

Для вероятности разорения после перестрахования имеем:

$$R^{(r)} \equiv P(S^{(r)} > u^{(r)}) = P\left(\frac{S^{(r)} - ES^{(r)}}{\sqrt{VarS^{(r)}}} > \frac{u^{(r)} - ES^{(r)}}{\sqrt{VarS^{(r)}}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{u^{(r)} - ES^{(r)}}{\sqrt{VarS^{(r)}}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{515 - 450}{\sqrt{1534,5}}\right) \approx 1 - \Phi(1,66) \approx 4,85\%$$

Тем самым, перестрахование уменьшило вероятность разорения с 5,82% до 4,85%. Однако это достигнуто ценой уменьшения ожидаемого дохода с 7,5 миллионов рублей до 6,5 миллионов рублей.

Проанализируем полученные численные результаты для различных по структуре портфелей страховщика рассмотренных ранее в работе моделей пропорционального и непропорционального перестрахования.

1. Рассмотрим случай непропорционального перестрахования, а именно эксцедентную модель. Пусть страховщик имеет достаточно несбалансированный портфель договоров, то есть в нем присутствуют договоры, убытки по которым могут носить катастрофический характер. Предположим, что страховщик решает заключить договор эксцедентного страхования. В качестве входных данных возьмем следующие параметры, которые приведены в таблице 3.

Таблица 3 - Содержание портфеля непропорционального перестрахования

Номер группы	1	2	3	4	5
Число застрахованных(тыс)	10000	5000	4000	900	100
Страховая сумма	100000	200000	500000	1000000	10000000
Вероятность страх.случ, %	5	3	2	4	0.5
Предел удержания	100000	200000	500000	500000	5000000

При таких входных данных получаем следующий результат: до заключения договора перестрахования ожидаемый доход компании составлял 22650000 денежных единиц, а вероятность разорения 3,9116%, после заключения договора вероятность разорения стала равна 1,6178%, а ожидаемый доход составил 18550000 денежных единиц.

Из этих результатов делаем вывод, что прибыль компании понизилась на 410000 денежных единиц, но в то же время, вероятность разорения компании понизилась до 2,2938%.

Рассмотрим теперь другую ситуацию. Проанализируем, как будет меняться вероятность разорения страховщика, если менять предел удержания только по последней группе договоров. Результат выведем с помощью диаграммы, сделанной с помощью средств Microsoft Office Excel. Исходя из результатов, приведенных на рисунке 1, можно заметить, что чем меньшую сумму страховщик оставляет на собственном удержании в случае договор с катастрофическими потерями, тем меньше вероятность его разорения.

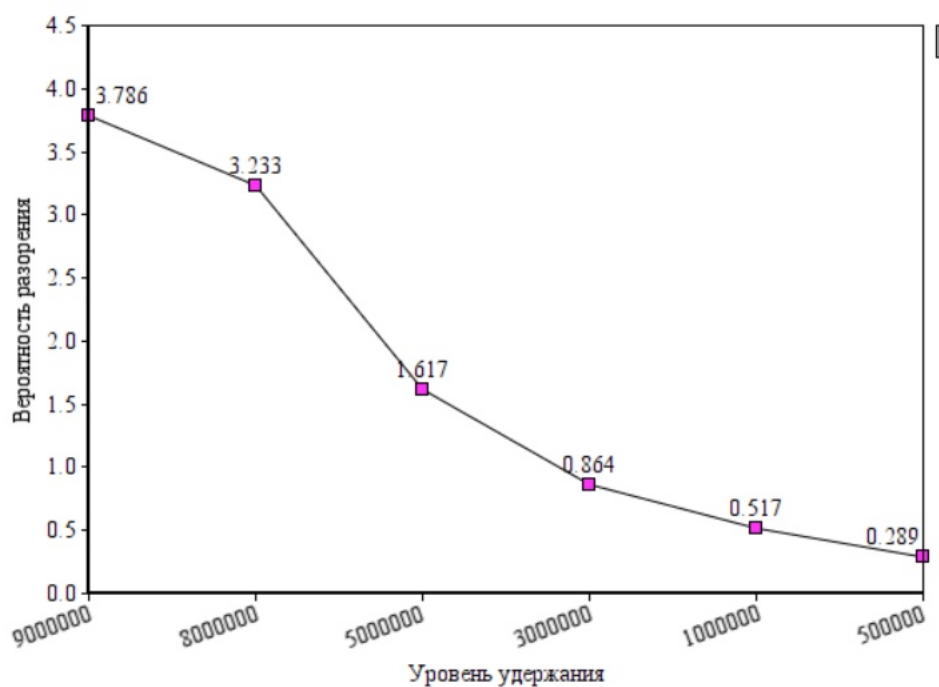


Рисунок 1 - Зависимость вероятности разорения от уровня удержания

Исходя из результатов, приведенных на диаграмме 1, можно заметить, что чем меньшую сумму страховщик оставляет на собственном удержании в случае договор с катастрофическими потерями, тем меньше вероятность его разорения.

Таким образом, мы убедились в целесообразности применения непропорционального перестрахования в тех случаях, когда в портфеле страховщика присутствует относительно небольшое количество договоров, убытки по которым

велики.

Пусть теперь сумма собственного удержания по последней группе договоров останется неизменной (возьмем изначальную сумму, равную 5000000), и передадим на перестрахование договоры 3 группы (т.е 4000 договоров, страховая сумма по которым составляет 500000 денежных единиц). Проанализируем ситуацию постепенного уменьшения предела удержания, результаты выведем в диаграммы зависимости вероятности разорения и ожидаемого дохода страховщика от суммы удержания. Из графиков, представленных на рисунках 2, 3 видно, что чем больше сумма, передающаяся на перестрахование, тем ниже доход страховщика и выше вероятность его разорения.

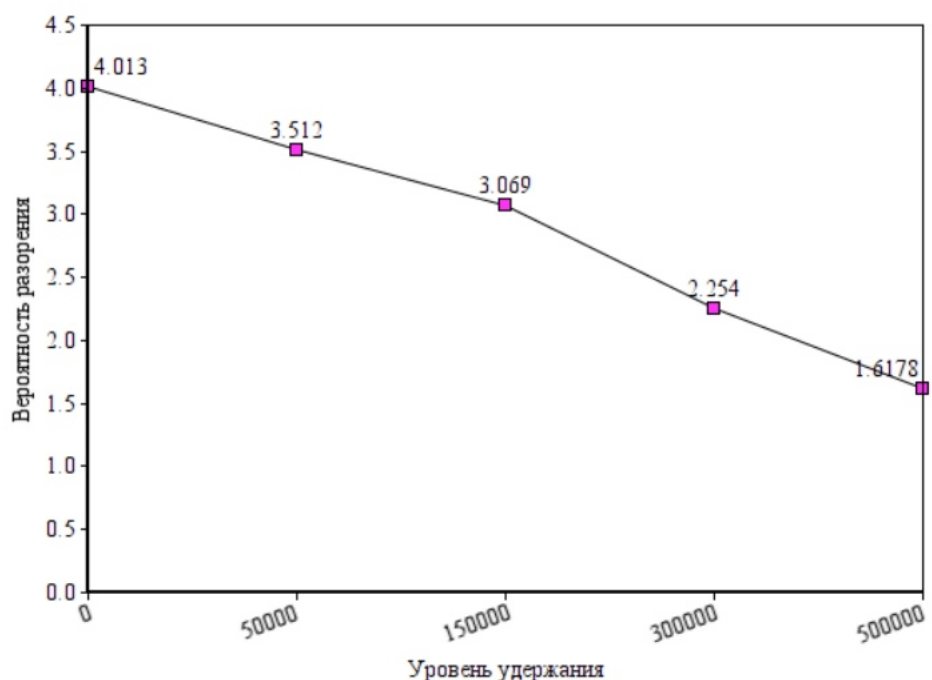


Рисунок 2 - Зависимость вероятности разорения от уровня удержания

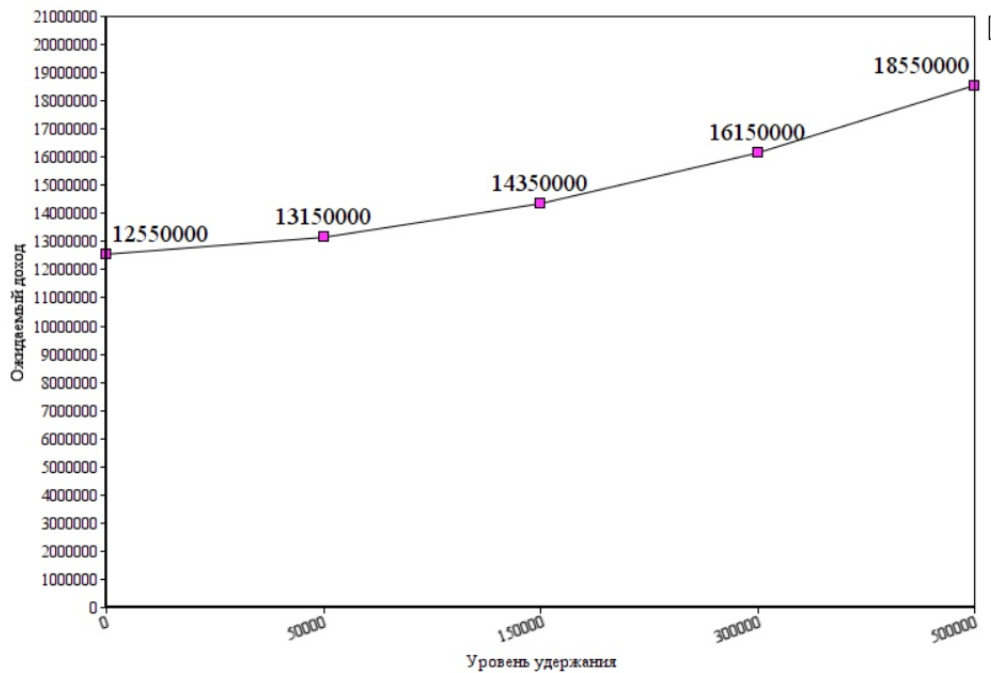


Рисунок 3 - Зависимость дохода от уровня удержания

Таким образом, мы убедились в целесообразности применения непропорционального перестрахования в тех случаях, когда в портфеле страховщика присутствует относительно небольшое количество договоров, убытки по которым велики. А также если передать перестраховщику большое количество договоров, убытки по которым составляют небольшие суммы, то это приведет во - первых к уменьшению прибыли и во - вторых к повышению риска разорения.

2. Рассмотрим теперь модель пропорционального перестрахования. Предположим, что входные те же, что и в предыдущем примере.

Пусть страховщик выплачивает при наступлении страхового случая 70% ущерба, а перестраховщик 30%, относительная страховая надбавка составляет 10%, а надбавка перестраховочной компании 13%. Данные представлены в таблице 4.

Таблица 4 - Содержание портфеля пропорционального перестрахования

Номер группы	1	2	3	4	5
Число застрахованных(тыс)	10000	5000	4000	900	100
Страховая сумма	100000	200000	500000	1000000	10000000
Вероятность страх.случ, %	1	3	2	4	0.5
Предел удержания	70000	140000	350000	700000	7000000

Тогда в итоге получаем, что до перестрахования вероятность разорения страховщика была 15,0754%, а после - увеличилась до 17,3802%, в то время как прибыль упала с 15100000 до 12210000 денежных единиц.

Таким образом, страховщик должен повышать имеющийся уровень собственных средств, чтобы избежать разорения. В этом случае заключение договора перестрахования без выплаты тантьемы (прибыль с рисков) перестраховщиком является невыгодным для страховой компании.

В заключении описаны основные результаты проделанной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Определены основные понятия, связанные с перестрахованием. Изучены различные виды договоров и методы перестрахования.

2. Решена задача краткосрочного страхования жизни. Разработана программа, моделирующая работу данной задачи и позволяющая вычислять такие параметры как ожидаемый доход компании и вероятность ее разорения.

3. На основе решенной задачи проанализированы различные вариации изменения основных параметров (число договоров N , страховая сумма b , ожидаемый доход u и вероятность разорения R), показывающих зависимость между ними. После этого задача проанализирована для различных по структуре портфелей страховщика рассмотренных в работе моделей пропорционального и непропорционального перестрахования, для определения эффективности и целесообразности использования данного вида в конкретных случаях.

Анализ полученных результатов позволяет сделать несколько выводов:

- если страховая сумма становится выше предела удержания, ожидаемый доход компании начинает уменьшаться,

- при увеличении страховой суммы в договорах с малым количеством клиентов, применение перестрахования эффективно, так как понижается риск разорения компании в сравнении с ситуацией до заключения договора,

- нецелесообразно использовать перестрахование при слишком большом числе застрахованных на большие суммы и при малых значениях предела удержания, близких к минимальной сумме страхования.