

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СТРАХОВАНИЯ И
ПЕРЕСТРАХОВАНИЯ ИМУЩЕСТВА**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 412 группы
направления 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Муллиной Арины Александровны

Научный руководитель

доцент, к.ф.-м.наук _____ Е.В.Гудошникова

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., доцент _____ С.П.Сидоров

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Страхование - механизм защиты имущественных интересов граждан, организаций и государства, который является необходимым элементом современного общества. Оно предоставляет гарантии возмещения имущественных потерь в случае природных и техногенных катастроф и других непредвиденных явлений, но и является одним из наиболее стабильных источников финансовых ресурсов для инвестиций.

Перестрахование в сущности является тем же страхованием, но несколько другого порядка. Оно основано на договоре прямого страхования и призвано снизить риск основного страховщика. Перестрахования не существует без перестрахования.

Данная тема актуальна, так как важной современной задачей является становление цивилизованного страхового рынка, для этого необходимо наличие в страховых организациях высококвалифицированных специалистов, обладающих глубокими знаниями теории и практики в области страхования.

Целью бакалаврской работы является изучение различных моделей страхования и видов перестрахования, а также определение величины страхового взноса, практическая реализация выбора оптимальных условий перестрахования.

Объект исследования система страхования и перестрахования имущества.

Предмет исследования практическая реализация задач страхования и перестрахования.

Для достижения поставленной цели в работе необходимо решить следующие задачи:

- определить основные понятия модели простейшей схемы страхования;
- рассмотреть коллективную модель страхования;
- определить величину страхового взноса с учетом дополнительных условий и реализовать формулу на практике;
- определить основные понятия и виды перестрахования;
- рассчитать оптимальные границы удержания риска эксцедентного договора для произвольного числа ущербов;

- реализовать на практике выбор оптимальных условий перестрахования.

Практическая значимость проводимого исследования состоит в том, что на основании практических реализаций полученных формул можно найти основные составляющие при страховании и выбрать границы удержания риска при перестраховании.

Структура и содержание бакалаврской работы. Работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников, состоящего из двадцати наименований, и двух приложений. Общий объем работы составляет сорок семь страниц, включая приложения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы работы, формулируется цель работы и решаемые задачи, отмечается практическая значимость полученных результатов.

В первом разделе рассмотрены основные принципы и понятия имущественного страхования.

Основные принципы имущественного страхования:

- принцип страхового интереса: страхователь должен иметь юридически обоснованную финансовую заинтересованность в объекте страхования;
- принцип возмещения: ущерб возмещается в фактически доказанном размере и в пределах страховой суммы;
- принцип реальной оценки страховой суммы по договору: страхование имущества не должно быть средством обогащения клиента;
- принцип исключения двойного страхования: если страхователь заключил договоры страхования сразу с несколькими страховыми компаниями, и на сумму, превышающую действительную стоимость имущества, то размер страховой выплаты, полученной от всех страховщиков, не должен превышать фактической стоимости ущерба;
- принцип непосредственной причины: страховщик имеет право возмещать ущерб только от тех рисков, которые прописаны в договоре и в размере прямого и непосредственного ущерба;

- принцип контрибуции: страховщик может в случае множественного страхования обратиться к другим страховщикам, участвовавшим в страховании данного объекта с предложением разделить убытки между ними;
- принцип суброгации: после выплаты страхового возмещения клиенту страховщик получает право на компенсацию своих расходов на основе предъявления регрессного иска к лицу виновному в нанесении ущерба.

Основные понятия страхования:

S - сумма договора, то есть стоимость застрахованного имущества;

y - величина выплачиваемого возмещения;

x_0 - величина индивидуального ущерба.

Рисковая премия ($РП$) – основная составляющая взноса клиента, обеспечивающая выполнение принципа эквивалентности финансовых обязательств компании и клиента.

Рисковая надбавка ($РН$) – это надбавка, созданная для выплаты возмещений, количественно превышающих среднее ожидаемое.

Нетто-премия ($НП$) определяет прибыль компании.

$$НП = РП + РН = РП(1 + \delta_0),$$

где δ_0 – относительная рисковая надбавка, то есть $\frac{РН}{pS}$, где p – вероятность страхового случая.

Брутто-премия ($БП$) - полная сумма страхового взноса, выплачиваемая страхователем страховщику в соответствии с договором страхования.

$$\begin{aligned} БП &= НП \left(1 + \frac{R}{100} \right) = РП(1 + \delta_0)(1 + 0,01R) = \\ &= px_0 \left(1 + \sqrt{\frac{1-p}{np}} \Phi^{-1}(0,5 - \epsilon) \right) (1 + 0,01R), \end{aligned}$$

где x_0 - ожидаемая величина ущерба;

p - вероятность наступления страхового случая;

n - количество договоров данного вида, образующих портфель компании, причем $n \geq 100$ и $np(1 - p) \geq 20$;

R - нагрузка (т.е. сумма, которая предназначена для покрытия расходов на ведение дела, проведение мероприятий, снижающих риск разорения, получение прибыли);

ε - допустимая вероятность разорения;

Φ^{-1} - обратная функция Лапласа.

Во втором разделе рассматриваются коллективные модели страхования для дискретных и непрерывных рисков.

Для построения коллективной модели в случае объединения дискретных рисков найдено два способа решения данной задачи: с помощью формулы свертки

$$P_{(\xi+\eta)_n} = \sum_{m=0}^{\infty} P_{\xi_m} P_{\eta_{(n-m)}},$$

где $n = 0, 1, 2, \dots, \xi, \eta$ - независимые случайные величины, P_{ξ}, P_{η} - распределения этих случайных величин соответственно и с помощью производящей функции

$$\varphi(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k,$$

где X - это случайная величина, принимающая неотрицательные целочисленные значения с вероятностями $p_k = P\{X = k\}$ и z^k равны вероятностям того, что случайная величина X примет значение k ($0 < z \leq 1$).

Была решена задача по вычислению нетто - премий двух договоров, которые обеспечили бы заданную надежность.

Решив задачу двумя предложенными способами, получили одно и то же значение нетто премии.

При построении коллективной модели в случае непрерывных рисков найдена интегральная формула свертки

$$F_{\xi+\eta}(x) = P(\xi + \eta \leq x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\xi}(x-t) dF_{\eta}(t),$$

где ξ, η - независимые случайные величины с функциями распределения F_{ξ}, F_{η} соответственно.

Также была решена задача по вычислению нетто - премий двух договоров, которые обеспечили бы заданную надежность.

Решив задачу с помощью интергальной формулы свертки, нашли нетто премии обоих договоров.

Третий раздел посвящен дополнительным условиям страхового договора. В нем рассматриваются: комбинированное страховани, договоры с учетом банковской ставки и договоры с распределенным риском.

Комбинированным называется страхование одного и того же имущества на одну и ту же сумму от двух и более страховых случаев.

Формы комбинированного страхования:

- двойное – система страховой ответственности, при которой один и тот же объект страхуется по двум и более страховым договорам несколькими страховщиками;
- групповое – заключение страхового договора, по которому выгодоприобретателем является не один гражданин, а несколько;
- сострахование – оформление страхового договора, по которому несколько лиц страхуют один и тот же объект;
- перестрахование – мера в страховой деятельности, которая подразумевает передачу одной страховой компанией доли ответственности застрахованного риска на установленных условиях другим страховщикам или перестраховщикам.

Со временем цена денег меняется. Если не учитывать это обстоятельство, то нарушается принцип эквивалентной ответственности, так как средние потери клиента больше, чем средние потери страховой компании. При сложных процентах потери клиента становятся больше, что снижает конкурентоспособность страховой компании. Чтобы такого эффекта избежать, нужно правильно рассчитать рисковую премию с учетом процентной ставки.

Найдена рисковая премия, обеспечивающая сохранение принципа эквивалентной ответственности.

$$P\Pi = \frac{p\bar{x}_0}{1 + 0,0046i},$$

где \bar{x}_0 – среднее взвешенное значение величины возможного ущерба, i – годовая банковская ставка.

Бывают договоры, в которых сумма страхового взноса снижается за счет того, что клиент берет на себя возмещение части ущерба при наступлении страхового случая.

Типы договоров с распределенным риском:

- Пропорциональное возмещение ущерба. При страховании объекта стоимостью C на сумму S ($S < C$) возмещение ущерба x_0 вычисляется по формуле $y = x_0 \frac{S}{C}$.
- Правило первого риска. При составлении договора указывается максимальный размер возмещения S . Возмещение задается выражением $y = \min(x_0; S)$.
- Безусловная франшиза. Определяется величина F , называемая франшизой. Возмещение, при наступлении ущерба x_0 , равно $x_0 - F$, то есть возмещение $y = \max(0; x_0 - F)$.
- Условная франшиза. Маленькие ущербы не оплачиваются. Возмещение $y = \begin{cases} 0, & x_0 \leq F, \\ x_0, & x_0 > F. \end{cases}$

Для определения величины страхового взноса с учетом всех дополнительных условий на языке $C++$ была написана программа (текст программы представлен в приложении бакалаврской работы).

Входными данными программы являются следующие: i – годовая банковская ставка, j – ожидаемые темпы инфляции, m – число уплат взноса, n – число аналогичных договоров, R – величина ущерба, S – сумма договора, C – стоимость страхуемого имущества для договоров пропорционального возмещения и с правилом первого риска, F – величина франшизы, p_k – вероятность взаимоисключающих страхуемых событий, x , P – распределение, F_L – значение обратной функции Лапласа и вид договора.

Выходными данными программы являются следующие: $aver_y$ – среднее взвешенное значение возмещения, RP – рисковая премия, RRS – относительная рисковая надбавка, GP – брутто-премия.

Для подсчета выходных данных были выполнены следующие пункты:

1. Подсчет вероятности страхового случая:

$$p = \sum_{k=1}^r \frac{p_k}{1 - p_k} \prod_{k=1}^r (1 - p_k)$$

$$(np(1 - p) \geq 20).$$

2. Составление распределения возможного возмещения:

величина ущерба	x_1	x_2	x_l
величина возмещения	y_1	y_2	y_l
вероятность ущерба	$P(x_1)$	$P(x_2)$	$P(x_l)$,

где y_k ищутся по формулам:

- $y_k = x_k$ для договоров без распределения риска,
- $y_k = x_k \frac{S}{C}$ для договоров с пропорциональным возмещением ущерба,
- $y_k = \min(x_k; S)$ для договоров с правилом первого риска,
- $y_k = \max(0; x_k - F)$ для договоров с безусловной франшизой,
- $y_k = \begin{cases} 0, & x_k \leq F; \\ x_k, & x_k > F. \end{cases}$ для договоров с условной франшизой.

3. Нахождение среднего взвешенного значения возмещения:

$$\bar{y} = \sum_{k=1}^l y_k P(x_k).$$

4. Нахождение рискованной премии:

$$РП = \frac{p\bar{y}}{(1 + 0,0046i) \sum_{k=0}^{m-1} \left(\frac{1}{1 + \frac{j}{100m}} \right)^k \left(1 - \frac{kp}{m} \right)}$$

5. Нахождение относительной рискованной надбавки:

$$ОРН = \sqrt{\frac{1 - p}{np}} \Phi^{-1}(0,5 - \epsilon).$$

6. Нахождение брутто-премии:

$$БП = РП(1 + ОРН)(1 + 0,01R).$$

В четвертом разделе рассматриваются основные понятия и виды перестрахования. К перестрахованию прибегают в случае, когда у компании есть риск, что сумма выплат клиентам по договорам превысит сумму собранных взносов и имеющегося резерва. Так как это тоже риск, то он как и любой другой может быть застрахован в другой страховой компании. Такая процедура называется перестрахование.

Виды перестрахования:

- активное – заключается в принятии рисков для покрытия или продаже страховых гарантий;
- пассивное – состоит в передаче рисков перестраховщикам или приобретении страховых гарантий;
- факультативное – для которого характерен добровольный, необязательный характер принятия рисков на перестрахование;
- облигаторное – заключается в том, что цедент обязан передавать на перестрахование все риски, детально описанные в договоре, а перестраховщик, в свою очередь, такие риски обязан принимать;
- факультативно-облигаторное - это смешанная форма перестрахования, при которой страховщик имеет право передавать на перестрахование не все, а только определенные виды рисков, а перестраховщик обязан их принять, права отказаться от риска у него нет;
- облигаторно-факультативное предполагает обязательность передачи риска для перестрахователя, а факультативная часть договора относится к перестраховщику;
- пропорциональное перестрахование предполагает распределение страховых сумм, страховых премий и убытков между цедентом и перестраховщиком пропорционально, согласно распределенным долям риска;
- непропорциональное перестрахование характеризуется тем, что доли рисков и страховых премий не совпадают, перестрахование проводится на основе убытков или ограничивает размер убыточности цедента.

Виды договоров перестрахования:

- квотные – это договоры, в которых на перестрахование передается определенный процент с каждого риска;

- эксцедентные – это договоры, в которых на перестрахование передаются риски из определенного интервала.

Для нахождения оптимальных границ удержания риска эксцедентного договора была выведена формула

$$t_{max} = \frac{\delta_2 \left(\sum_{i=1}^k x_i^2 p_i (1 - p_i) - 2 \sum_{i=1}^{k-1} x_i p_i \sum_{j=i+1}^k x_j p_j \right)}{\left[\delta_1 \sum_{i=1}^k x_i p_i + (\delta_1 - \delta_2) \sum_{i=k+1}^m x_i p_i \right] \left(1 - \sum_{i=k+1}^m p_i \right)}$$

и написана программа на языке C++, реализующая необходимые вычисления (текст программы представлен в приложении бакалаврской работы).

Входными данными программы являются следующие: n – число договоров, m – число ущербов, границы рассматриваемого интервала, δ_1 – ОРН страховщика, δ_2 – ОРН перестраховщика и x_i, p_i – распределение ущербов.

Выходными данными программы является рекомендуемая граница удержания риска.

В заключении описаны результаты проделанной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Определены основные принципы и понятия имущественного страхования.
2. Рассмотрены объединения дискретных и непрерывных рисков.
3. Изучены дополнительные условия при оформлении страхового договора и вычислена величина страхового взноса с учетом этих условий.
4. Рассмотрены основные понятия и виды перестрахования и найдена оптимальная граница удержания риска эксцедентного договора.