МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теории функций и стохастического анализа

ВЛИЯНИЕ И РОЛЬ ЗАЩИТНОЙ НАДБАВКИ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ РИСКОВ ПРЕДПРИЯТИЯ

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 412 группы
направление 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета
Киреевой Ксениии Александровны

Научный руководитель
к.ф.м.н, доцент ______________________ Л.В.Борисова

Заведующий кафедрой
д.ф.м.н, доцент ______________________ С.П. Сидоров

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Промышленная безопасность становится всё более актуальна. Развитие промышленного комплекса должно происходить вместе с развитием систем безопасности, направленных на снижение риска наступление непредвиденного случая, последствием которого являются незначительные издержки владельца предприятия, а так же масштабные катастрофы. Промышленные риски, возникающие в деятельности предприятий можно разделить по уровням: от рисков, с выходом на мировой рынок до рисков на уровне самого предприятия. Процесс управления промышленными рисками состоит из: выявления и описания рисков, оценки промышленного риска и методов его снижения.

Здесь актуальным становится анализ поведения руководства в условиях неопределённости, влияния периодичности ремонта и замены оборудования, сбоев в логистических операциях и т.д. Промышленный риск трактуется как некоторый технологичный фактор вероятностного характера, приводящий к дополнительным издержкам.

Компания имеет риск, что в силу случайности обстоятельств ей, может быть, придётся выплатить гораздо большую сумму, чем ожидаемая величина убытка. Поэтому справедливо, чтобы плата за страховку включала надбавку L, которая служила бы эквивалентом случайности, влияющей на компанию. Тем самым, эту надбавку обозначают L и называют страховой (защитной) надбавкой.

Данная работа представляет интерес поскольку моделирование идеально подходящего значения рисковой надбавки позволяет спасти предприятие от разорения и найти идеальные показатели при которых доход достигает максимального значения.

Целью бакалаврской работы является анализ и моделирование распределения рисков промышленного предприятия и роли защитной надбавки при решении задачи максимизации прибыли промышленного предприятия и минимизации функции издержек.

Объектом исследования является предприятие с функцией ущерба представленной в виде экспоненциальной или степенной функции и с распределением вероятности наступления страховых случаев по биномиальному закону.

Предмет исследования - промышленное предприятие на конкурентном рынке. Для достижения поставленных целей в работе необходимо решить следующие ***задачи*** :

- изучить способы расчёта защитной надбавки: пропорционально математическому ожиданию, дисперсии и среднему квадратичному отклонению;

- определить влияние рисковой надбавки на формирование страхового портфеля;

- определить основные понятия связанные с распределением рисков промышленного предприятия и понятия, требуемые для минимизации функции издержек и максимизации прибыли;

- поставить задачу минимизации функции общих издержек и максимизации прибыли фирмы;

- построение и анализ результатов исследования функции ущерба при экспоненциальном и степенном представлении;

- расчёт оптимального значения тарифной ставки и сравнительный анализ предприятий с разным объемом производства;

- анализ и выявление зависимости между такими показателями, как вероятность неплатёжеспособности, относительная рисковая надбавка и объём производства.

Практическая значимость проводимых исследований состоит в вычислении оптимальной защитной надбавки при которой промышленному предприятию не грозит разорение и при которой будет достигнута максимально возможная прибыль.

Структура и содержание бакалаврской работы. Работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка использованных источников, и двух приложений. Общий объём работы состоит из 56 страниц, включая 16 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во ***введении*** обосновывается актуальность темы, формулируется цель работы и решаемые задачи, отмечается практическая значимость полученных вычислений.

В ***первом*** разделе вводятся основные понятия, относящиеся к страховому портфелю в целом и рассматриваются принципы формирования премий, а так же вводится понятие защитной надбавки. В первом разделе подробно описаны способы расчёта относительной страховой надбавки, защитной надбавки и индивидуальных премий.

Рассмотрим защитную надбавку пропорционально математическому ожиданию, пропорционально дисперсии выплат по договору и пропорционально среднему квадратичному отклонению выплат по договору.

Пропорционально математическому ожиданию: Деление защитной надбавки пропорционально математическому ожиданию предполагает справедливость равенства $E(S) = E(S_1) + ... + E(S_I)$, где ES - среднее значение суммарных выплат по всему портфелю S. Что является некорректным.

Недостаток данного метода, прежде всего, заключается в отсутствии учета разброса (дисперсии) ущерба по различным рискам. Метод применим для расчета нетто-премий по рискам с существенно различными средними значениями ущерба, но близкими дисперсиями.

Пропорционально дисперсии: В случае независимых субпортфелей деление защитной надбавки лучше рассматривать пропорционально дисперсиям.

Пропорционально среднему квадратичному отклонению: Данный способ расчёта подходит для полностью положительно скоррелированных субпортфелей (т.е. увеличение значения S_1 приводит к постепенному увеличению S_2 и степень корреляции равна $+1$). Так как деление соответствующей портфелю рисковой надбавки пропорционально дисперсиям не будет аддитивным, а деление пропорционально математическим ожиданиям бессмысленно.

Во ***втором*** разделе рассматривается влияние защитной надбавки на формирование портфеля. Изучается зависимость от способа деления защитной надбавки между отдельными рисками и рассматривается так называемое, совместное страхование.

При наличии оценённого математического ожидания $E(LOSS)$ и дисперсии $Var(LOSS)$ случайной величины годового убытка $LOSS$ по риску, не зависящему от остальной части имеющегося портфеля и подсчёте на их основе брутто — премии:

$$\frac{E(LOSS) + k_1 * Var(LOSS) + k_0}{1-\rho} = b_1.$$

Данная брутто премия может устраивать страхователя и тогда он принимает риск полностью. Если имеется более выгодное предложение, то первая компания может при определённых условиях застраховать долю $q < 1$ от совокупного годового риска $LOSS$.

Компания, желающая в качестве полной премии получить значение b_1, может принять долю $q < 1$ от риска $LOSS$, оценённого брутто-премией $b < b_1$, при условии

$$\frac{E(qLOSS) + k_1 Var(qLOSS) + k_0}{1-\rho} \leq qb.$$

Тогда

$$q^2 k_1 Var(LOSS) + q(E(LOSS) - b(1-\rho)) + k_0 \leq 0.$$

Решая относительно q имеем $q_2 \leq q \leq q_1$, где

$$q_{12} = \frac{b(1-\rho) - E(LOSS) \pm \sqrt{(E(LOSS) - b(1-\rho))^2 - 4k_0 k_1 Var(LOSS)}}{2k_1 Var(LOSS)}.$$

Интервал $[q_1, q_2]$ непуст, если

$$(E(LOSS) - b(1-\rho)) \geq 2\sigma\sqrt{k_0 k_1}. \qquad (3)$$

Если ($k_0 = 0$) всегда существует допустимая для принятия доля риска, если нетто-премия $p = b(1-\rho)$ превышает ожидаемый убыток $E(LOSS)$.

Сформулирована и доказана теорема:

Теорема 1. *Если полностью принять риск невозможно, но выполнено условие*

$$(E(LOSS) - b(1-\rho))^2 - 4k_0k_1Var(LOSS) \geq 0$$

и постоянные расходы k_0 *удовлетворяют*

$$k_0 \leq \frac{b(1-\rho) - E(LOSS)}{2},$$

то всегда существует допустимая для принятия доля $q < 1$.

Третий раздел подробно описывает доходы и затраты предприятия. Также рассматривается функция, отвечающая за уровень безопасности предприятия, с наложением на неё условия непрерывности. Ставится задача о максимизации прибыли $P = R - F \to max$.

Промышленная безопасность становится всё более актуальна. Развитие промышленного комплекса должно происходить вместе с развитием систем безопасности, направленных на снижение риска наступления непредвиденного случая, последствием которого являются незначительные издержки владельца предприятия, а также масштабные катастрофы. Рассмотрим предприятие, которое производит продукцию с использованием оборудования и реализует её. Прибыль такой компании $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{R}$ - $\boldsymbol{F}$ будет выражаться в разности дохода (в который входит и возможные возмещения от страховой компании) и затрат предприятия. Защитная надбавка θ входит в состав страховой премии р, которая учитывается в затратах фирмы на безопасность F_s.

Важным элементом является уровень безопасности предприятия γ, который зависит от объёма производства Θ и добровольных издержек f данная функция должна быть непрерывной и имела конечные частные производные по всем переменным. Главными задачами для фирмы является эффективное распределение денежных средств на различные расходы, связанные с защитой предприятия, тем самым эти действия должны минимизировать издержки и максимизация прибыли предприятия.

В ***четвёртом*** разделе решается задача минимазации функции издержек и максимизации прибыли. Проводится сравнительный анализ для двух разных представлений функции ущерба (в виде экспоненциальной и степенной функции). Примеры моделирования данных для экспоненциальной и степенной функции ущерба разработаны на языке Python коды программ содержаться в Приложении А. Анализ смоделированных данных проведён и находится в Приложении Б. По данным сравнительного анализа можно судить о значение тарифной ставки при разных значениях коэффициентов, которые участвуют в функции всех издержек.

Для минимизации издержек

$$f^*(\Theta) = argmin\Phi(\Theta, f(\Theta)),$$

где

$$\Phi(\Theta, f) = C(\Theta) + f(\Theta) + V(\Theta, f) + M(V(\Theta, f)).$$

необходимо выполнения некоторых предположений, а именно:

1) Фирма не должна влиять на рыночную цену: $d'_\Theta = 0$.

2) При расширения масштаба производства доход фирмы уменьшается: $C''_\Theta(\Theta) > 0$.

3) С увеличением объема производства растут производственные фонды, от чего растут факторы риска; внутренний ущерб обратно пропорционален величине ДРИ (добровольным рисковым издержкам); функция внутреннего ущерба ограничена сверху.

При этом, страховая премия имеет вид: $M(V) = \alpha TstV(\Theta, f)$, где α - это доля ущерба, передаваемого на страхование, Tst - тарифная ставка страхования.

Тарифная ставка Tst состоит из нетто-ставки T_p и надбавки H_0 (в %).

$$Tst = \frac{T_p}{1 - H_0} 100\%.$$

Нетто - ставка состоит из рисковой премии $p = EX$ и рисковой надбавки, которая может быть как совокупной L, так и относительной θ.

$$\theta = \frac{L}{p},$$

$$T_p = L + p = p(1 + \theta).$$

Рисковая премия, как правило обеспечивает эквивалентность обязательства сторон и равна математическому ожиданию ущерба страховщика $p = EX$.

Рассмотрим функцию ожидаемого внутреннего ущерба $V(\Theta, f)$ в виде равенства: $V(\Theta, f) = e^{-f\xi}\chi(\Theta), \xi \in (0, 1]$.

Сформулирована и доказана теорема для нахождения решения задачи минимизации :

Теорема 2. *Пусть $C(\Theta)$ и $f(\Theta)$ - непрерывно дифференцируемые и*

$$V(\Theta, f) = \chi(\Theta)e^{-f\xi}, \xi \in (0, 1],$$

причем $\chi''\chi - \chi'^2 > 0$.
Тогда

$$f^*(\Theta) = \frac{1}{\xi}ln(\xi\chi(\Theta)(1 + \alpha Tst))$$

является решением задачи минимизации $\forall\Theta \in A_\Theta$ при $\xi\chi(\Theta) \geq 1$.

Для задачи по выбору ограниченного сверху объема застрахованных портфелей, максимизирующего прибыль с учётом оптимальной функции рисковых издержек сформулирована и доказана следующая теорема.

Теорема 3. *Для непрерывно дифференцируемых функций f, χ, C решением задачи*

$$\Theta^* = argmaxP(\Theta, f^*(\Theta))$$

является функция

$$d = B\beta\Theta^{\beta-1} + \frac{\chi_\Theta^{'}}{\xi\chi(\Theta)} + e^{-\xi f}\chi_\Theta^{'} + \alpha Tste^{-\xi f}\chi_\Theta^{'}$$

если выполняется

$$B\beta(\beta - 1)\Theta^{\beta-2} - \frac{\chi_\Theta^{'2}}{\xi\chi(\Theta)^2} - \frac{\chi_{\Theta\Theta}^{''}(1 + \alpha Tst)}{\xi\chi(\Theta)} < 0.$$

Таким образом, при Θ^*, удовлетворяющем функции и неравенству, функция прибыли $f^*(\Theta)$ будет иметь максимальное значение.

Исследуем влияние вида функции $V(\Theta, f)$ на границы области допустимых значений параметров функций издержек B, β, ξ, в пределах которых первое уравнение из Теоремы 3 имеет неотрицательное решение.

Рассмотрены два вида функции, при которых предположение об уменьшении доходов при расширении масштабов выполняется

$$\chi(\Theta) = e^{\Theta}, \chi(\Theta) = \Theta^5.$$

Необходимо отследить значение тарифной ставки - Tst при различных значениях параметров таких, как:

1) цена продукции - d,

2) технологический коэффициент B (совокупность факторов, влияющих на выпуск продукции, за исключением затрат труда и капитала),

3) показатель эластичности производства по отношению к труду β,

4) доля ущерба α,

5) срок службы оборудования ξ.

После проведённых экспериментов и комбинирование различных значений параметров B, ξ , d, β , α найдены оптимальные значения тарифной ставки Tst. Рассмотрены так же случаи, при которых производство невозможно.

Для $\chi(\Theta) = \Theta^5$ задача минимизации не имеет решения при достаточно малых значениях цены, технологического коэффициента равным $B = 1$ и усреднённом значении показателя эластичности производства по отношению к труду и среднему значению доли ущерба (Рисунок 1).

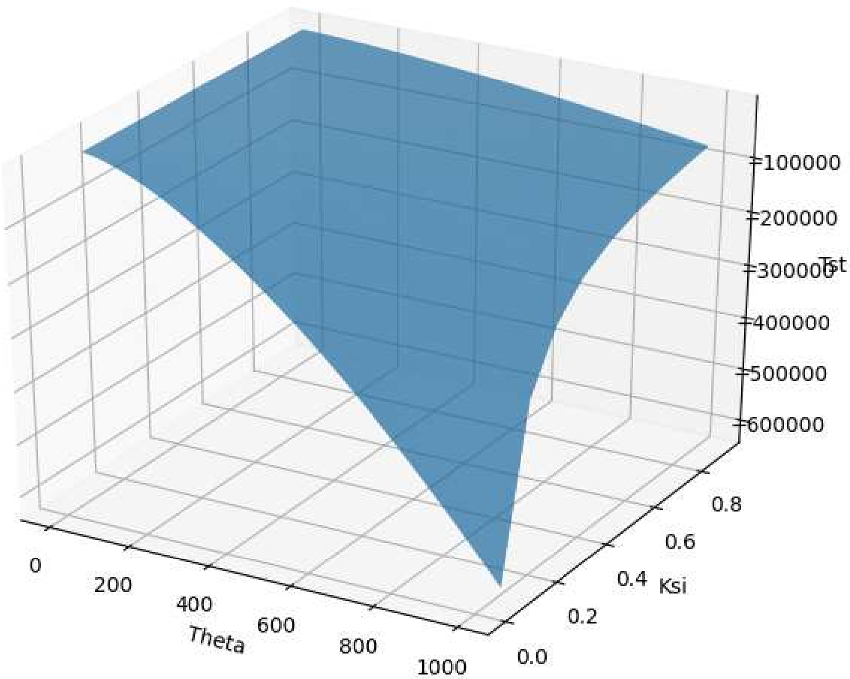

Рисунок 1 - Задача не имеет решения для $\chi(\Theta) = \Theta^5$.

В случае $\chi(\Theta) = \Theta^5$, тарифная ставка выравнена до значения, возможного практически. Это достигается за счёт увеличения цены, усреднения показателей α и β (Рисунок 2).

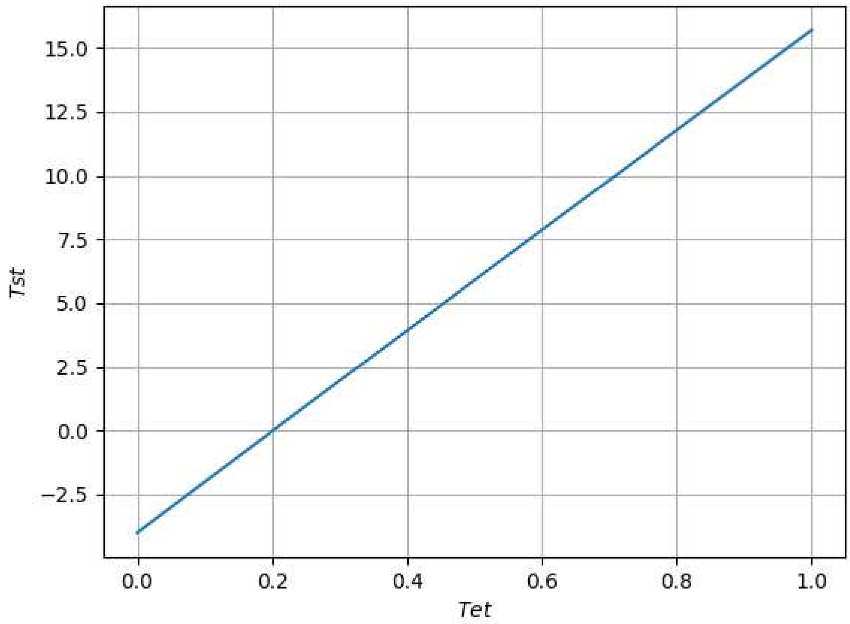

Рисунок 2 - Оптимальное значение тарифной ставки для $\chi(\Theta) = \Theta^5$.

Рассмотрим для $\chi(\Theta) = e^{\Theta}$ задачу минимизации, как и в случае со степенной функцией задача не имеет решения если мала цена, технологический коэффициент и средний показатель эластичности производства.

После увеличения цены задача имеет решение и значение тарифной ставки возможно практически (Рисунок 3).

В ***пятом*** разделе сформулирована задача вычислительного эксперимента :

Задача 1. *Показать, что промышленное предприятие, которое обладает более крупным объёмом производства* Θ_2 *при одинаковой вероятности неплатёжеспособности* ε *имеет более низкую рисковую надбавку* L_2 *по сравнению с предприятием, который обладает малым объёмом производства* Θ_1.

В вычислительном эксперименте проведён сравнительный анализ между относительной защитной надбавкой, вероятностью неразорения и объёмом производства. Цель вычислительного эксперимента - это убедиться, что больший объём производства позволяет иметь меньшую защитную надбавку.

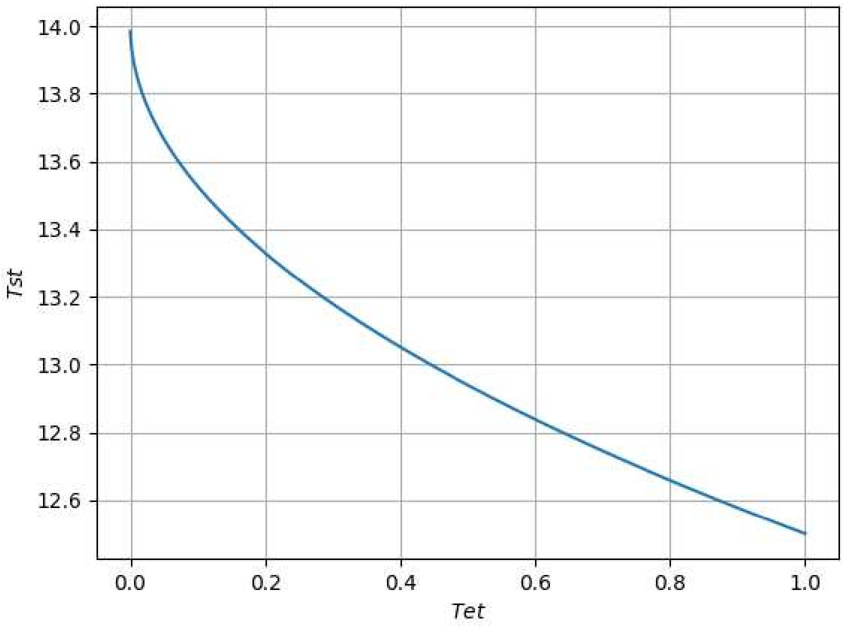

Рисунок 3 - Оптимальное значение тарифной ставки $\chi(\Theta) = e^{\Theta}$.

Написана программа на языке C++. В программе существуют входные параметры с помощью которых рассчитывается значение страховой надбавки при разном объёме производства. Помимо этого рассчитывается функция Лапласа, которая помогает найти значение вероятности неплатёжеспособности.

При фиксированном значение k видно, что чем больше объём производства фирмы Θ, тем меньше относительная страховая надбавка θ. Увеличение объёма производства приводит к устойчивости компании. Если страховая надбавка более высокая ($\theta \approx 25\%$) показатель надёжности $\Lambda(k)$ среди остальных является самым высоким, что свидетельствует о том, что чем больше значение страховой надбавки, тем больше вероятность предсказать страховой случай.

В ***заключении*** приведены результаты и выводы бакалаврской работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) Защитная надбавка позволяет страховой компании покрыть административные расходы, обеспечить и увеличить доход. Величина защитной надбавки определяется такой, чтобы вероятность того, что компания разорится, была достаточно малой величиной.

2) Изучив методы введения защитной надбавки пропорционально математическому ожиданию, дисперсиям выплат по договору, средним квадратичным отклонениям, отметим, что деление пропорционально математическому ожиданию является не совсем корректным, так как отсутствует учёт дисперсии (разброса ущерба) по отдельным рискам. В случае, если субпортфели независимы, то лучше рассматривать деление защитной надбавки пропорционально дисперсиям, а если субпортфели полностью зависимы, то пропорционально стандартным отклонениям.

3) Функция ДРИ была определена для степенной и экспоненциальной функции ущерба. С ростом объёма производства рациональная стратегия управления промышленными рисками фирмы заключается в плавном увеличении издержек на предотвращение рисковых ситуаций. Данное увеличение целесообразно проводить до определённого момента, пока это не наносит вред фирме.

4) Полученная модель минимизации функции издержек позволяет для различных случаев описывать процесс производства, устанавливать границы параметров функции издержек и цены продукции, при которых можно осуществлять контроль над промышленными рисками подбор коэффициентов и коды содержаться в приложении бакалаврской работы.

5) После вычислительного эксперимента можно убедиться о существовании взаимосвязи между такими показателями, как рисковая надбавка, вероятность неплатёжеспособности, вероятность надёжности и объём производства. Сделан вывод, что большая страховая надбавка позволяет снизить вероятность разорения компании тем, что больше вероятность предсказать страховой случай. Код для данной программы представлен в приложении бакалаврской работы.