

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра Математического и компьютерного моделирования

Математическое моделирование обтекания препятствия

в канале с уступом

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 411 группы

направление 01.03.02 — Прикладная математика и информатика

механико-математического факультета

Зорикова Егора Владиславовича

Научный руководитель
доцент, к.т.н.

И.А. Панкратов

Зав. кафедрой
зав. каф., д.ф.-м.н., доцент

Ю.А. Блинков

Саратов 2020

Введение. Сегодня часто возникает необходимость моделирования физических процессов. Моделирование таких процессов с применением вычислительных мощностей современных компьютеров помогает людям оценивать поведение того или иного процесса еще до этапа непосредственной полномасштабной разработки и даже до этапа построения прототипа. Особенно актуально этот вопрос стоит при применении в крупных масштабах: автомобилестроении, кораблестроении, военных разработках.

Моделирование физических процессов - широкая область, не ограниченная конкретной сферой: задачи теплопроводности в твёрдом теле, гидродинамика ньютоновских и неньютоновских жидкостей, прочностные расчеты, расчеты деформации твердого тела, решение задач движения жидкостей или газов с учетом химических процессов, моделирование турбулентности, расчет задач, связанных с акустикой, расчет задач электромагнетизма.

Целью данной бакалаврской работы является построение математической модели и изучение процесса поведения обтекания жидкостью препятствия в канале с уступом. Для построения модели в данной работе используется программное обеспечение OpenFOAM (Open-source Field Operation And Manipulation). OpenFOAM является бесплатным программным обеспечением с открытым исходным кодом. У этого программного обеспечения есть большая пользовательская база, включающая инженеров и ученых, задействованных как в академических, так и коммерческих разработках.

В работе необходимо проследить закономерности поведения среды от задаваемых параметров и условий:

- Изменение движения потока жидкости при разных значениях вязкости, числах Рейнольдса.
- Сравнение поведения потоков жидкости при применении разных решателей: simpleFoam, pimpleFoam.
- Влияние препятствий разных форм и размеров на движение потока при обтекании этого препятствия.
- Корректность выполнения задачи при изменении различных параметров: числа Куранта, шага по пространству при разбиении сетки и коэффициентов, влияющих на сходимость методов.

Структура работы содержит 4 раздела:

1. Первый раздел посвящен основным положениям гидродинамики: уравнениям движения, уравнениям Эйлера и Навье-Стокса.
2. Во втором разделе разбираются преимущества программного обеспечения OpenFOAM, решателей, поставляющихся вместе с ним, и различных утилит, таких как ParaView.
3. В третьем разделе строится непосредственная модель течения жидкости в канале, применяются разные решатели при изменении параметров задачи.
4. В четвертом разделе разбираются способы и методы добавления препятствия в канал. Рассматривается утилита snappyHexMesh и файлы STL-формата. После добавления препятствия происходит сравнение течений жидкости в канале при разных параметрах.

Основное содержание работы.

Гидродинамика - это раздел механики сплошных сред, изучающий движение идеальных и реальных жидкостей и газа и их силовое взаимодействие с твёрдыми телами. Поскольку явления, рассматриваемые в гидродинамике, имеют макроскопический характер, то в гидродинамике жидкость рассматривается как сплошная среда. Это значит, что всякий малый элемент объема жидкости считается все-таки настолько большим, что содержит еще очень большое число молекул. Соответственно, когда в гидродинамике говорят про бесконечно малые элементы объема, то имеют в виду объем, малый по сравнению со всем телом, но большой при сравнении с молекулами и расстояниями между ними.

Описание движущейся жидкости с математической точки зрения осуществляется через функции, показывающие распределение скорости жидкости $v = v(x, y, z, t)$ и некоторых термодинамических величин, например, таких как давление $p(x, y, z, t)$ и плотность $\rho(x, y, z, t)$.

В наиболее общем случае движение сплошной среды в декартовой системе координат описывается следующей системой:

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + \rho F_x, \\ \rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + \rho F_y, \\ \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho F_z, \end{cases}$$

где $\rho(x, y, z, t)$ – плотность сплошной среды, $v_x(x, y, z, t)$, $v_y(x, y, z, t)$, $v_z(x, y, z, t)$ – проекции скорости среды, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, $F_x(x, y, z, t)$, $F_y(x, y, z, t)$, $F_z(x, y, z, t)$ – компоненты вектора массовой плотности объемных сил.

Преобразуя данную систему уравнений в векторное уравнение, имеем:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \rho F + \frac{\partial \sigma^1}{\partial x} + \frac{\partial \sigma^2}{\partial y} + \frac{\partial \sigma^3}{\partial z}.$$

В некоторых случаях основное дифференциальное уравнение движения сплошной среды может являться избыточным, поэтому рассматриваются его частные случаи для идеальной и вязкой жидкостей: уравнения Эйлера для идеальной жидкости и уравнения Навье-Стокса - для вязкой ньютоновской жидкости.

Идеальная жидкость - это жидкость, в процессе движения которой свойствами теплопроводности и вязкости можно пренебречь, так как они несущественны. Под вязкостью понимается способность среды оказывать сопротивление наличию относительной скорости движения ее частиц. Отсюда следует, что в идеальной жидкости отсутствует диссипация энергии - переход части энергии упорядоченных процессов, таких как кинетическая энергия, в энергию неупорядоченных процессов, в итоге - в теплоту.

Уравнение Эйлера в векторной форме:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p.$$

Уравнение Навье-Стокса в векторной форме:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = F - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} \sigma + \nu \Delta v.$$

Алгоритм SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations, полунявный метод для уравнений со связью по давлению) - итерационный алгоритм в вычислительной гидродинамике (CFD - computational fluid dynamics), один из распространённых методов численного решения уравнений Навье-Стокса. Данный алгоритм реализован в программном обеспечении OpenFOAM.

В задаче PitzDaily находится модель течения жидкости в канале. Эта директория имеет следующий путь:

```
$FOAM_TUTORIALS/incompressible/simpleFoam/pitzDaily
```

В файле *transportProperties* директории *constant* задается кинематическая вязкость жидкости:

```
nu      [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-05;
```

Для того, чтобы построить сетку, численно решить задачу и визуализировать результат, в терминале из директории проекта выполняются следующие команды:

```
blockMesh
simpleFoam
paraFoam
```

Приложение ParaView позволяет отобразить большие объемы данных, которые были получены при численном решении задачи. В соответствии с рисунком 1, можно увидеть скорость потока жидкости в канале при заданной кинематической вязкости $\nu = 0.00001 \text{ м}^2/\text{с}$.

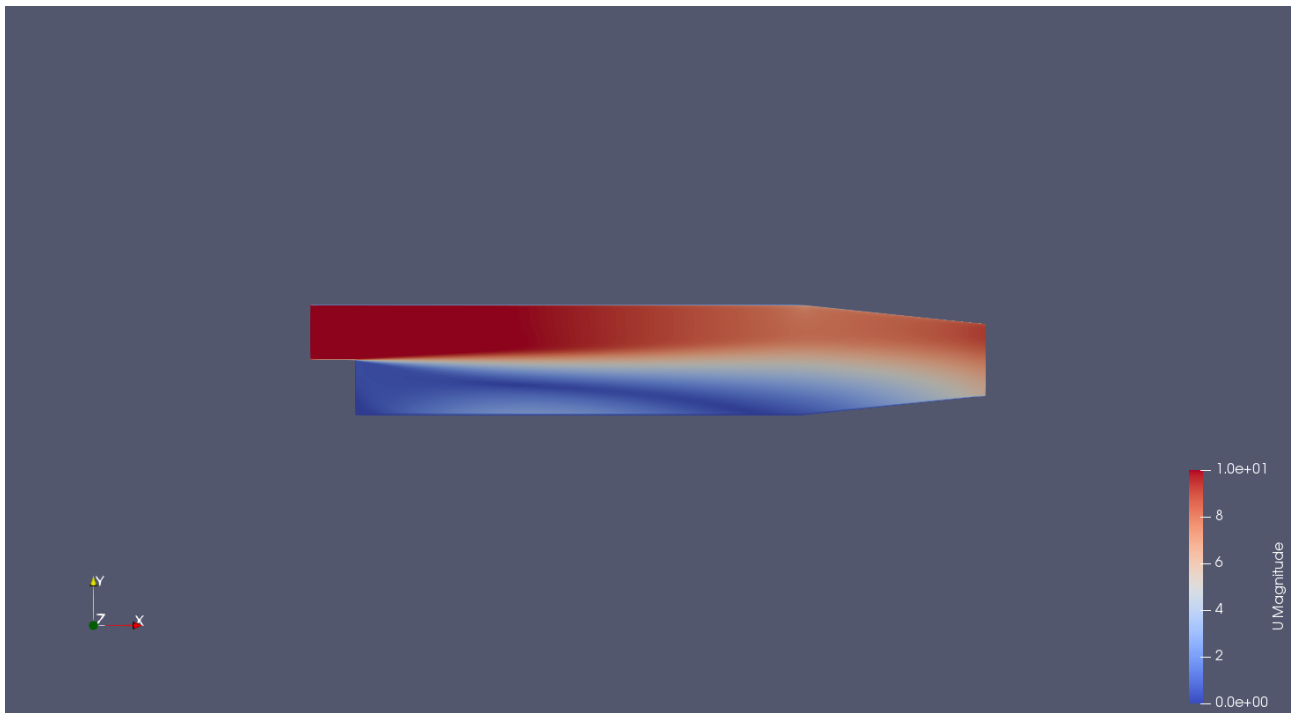


Рисунок 1 — Скорость жидкости, $\nu = 0.00001 \text{ м}^2/\text{с}$

При задании кинематической вязкости $\nu = 0.001 \text{ м}^2/\text{с}$ получается поток в соответствии с рисунком 2.

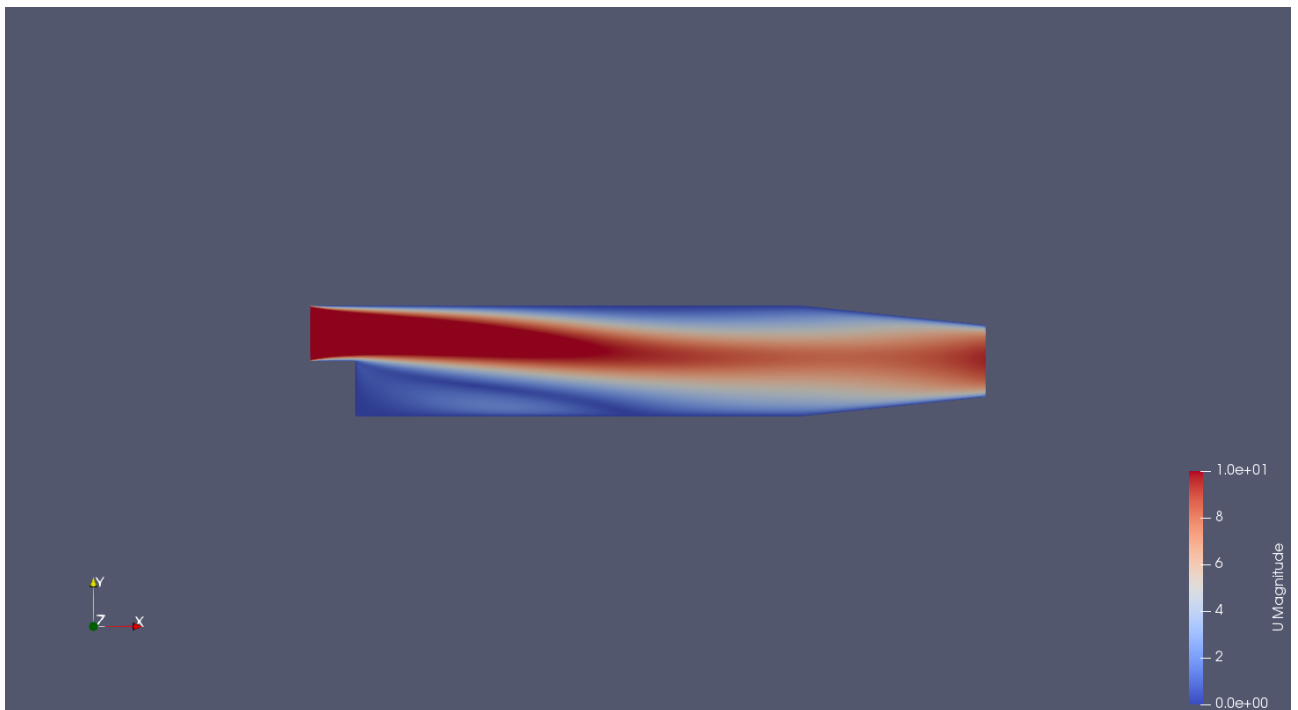


Рисунок 2 — Скорость жидкости, $\nu = 0.001 \text{ м}^2/\text{с}$

Под вязкостью понимается способность среды оказывать сопротивление наличию относительной скорости движения ее частиц. Поэтому чем больше кинематическая вязкость, тем более прямолинейно перемещаются частицы. Такое течение называется ламинарным. Ламинарное течение - это течение, при котором жидкость или газ перемещаются слоями без перемешивания и пульсаций, то есть без беспорядочных быстрых изменений скорости и давления.

Добавление препятствия. Для моделирования течения жидкости в ячейке с твердым объектом внутри ячейки необходима утилита snappyHexMesh. Сам объект строится по геометрии STL-файла.

Для получения STL-файла используется программное обеспечение OpenSCAD. OpenSCAD - это открытая система автоматизированного проектирования для параметрического создания твердотельных трёхмерных объектов. В отличие от большинства свободных программ для трёхмерного моделирования/проектирования (таких, как хорошо известное приложение Blender), OpenSCAD основное внимание уделяет не художественным аспектам трёхмерного моделирования, а автоматизации проектирования. OpenSCAD предоставляет два основных метода моделирования: во-первых, конструктивная блочная геометрия, а во-вторых, экструзия (выдавливание) двухмерных контуров.

Чтобы задать прямоугольное препятствие в OpenSCAD, в файл записываются следующие команды:

```
translate([0.15, -0.0254, -0.0005]) {  
cube([0.01, 0.04, 0.001]);}
```

В данном отрывке кода строка `cube([0.01, 0.04, 0.001])` указывает на создание параллелепипеда размером 0.01м по оси Ox , 0.04м по оси Oy и 0.001м по оси Oz , а команда `translate([0.15, -0.0254, -0.0005])` перемещает этот параллелепипед на 0.15м -0.0254м и -0.0005м по осям Ox , Oy и Oz соответственно. После выполнения данного кода необходимо произвести рендер фигуры и экспортировать файл в формате STL.

Перед запуском snappyHexMesh, пользователь должен произвести следующие операции:

1. Подготовить STL-файл для создания сетки.
2. Подготовить сетку, которая будет находиться на фоне встраиваемого препятствия.
3. Подготовить файл `snappyHexMeshDict` с необходимыми параметрами.

Чтобы в OpenFOAM была возможность преобразовать в сетку нужного размера STL-файл, его необходимо поместить в директорию `constant/triSurface`, после чего выполнить следующую команду:

```
surfaceFeatureExtract
```

Построение основной сетки все также происходит с помощью команды `blockMesh`.

Файл `snappyHexMeshDict` включает следующие подразделы, отвечающие за каждый этап построения сетки:

1. `geometry`.
2. `castellatedMeshControls`.
3. `snapControls`.
4. `addLayersControls`.
5. `meshQualityControls`.

В файле `snappyHexMeshDict` указывается STL-файл, по которому строится геометрия препятствия, параметры разбиения сетки, задание граничных слоев при переходе между сетками.

Для построения сетки сложной геометрии в терминал прописывается команда:

```
snappyHexMesh
```

Численное решение осуществляется с помощью алгоритмов SIMPLE и PIMPLE, в зависимости от выбора первоначальной задачи.

Таким образом, обтекание жидкостью прямоугольного препятствия осуществляется в соответствии с рисунком 3.

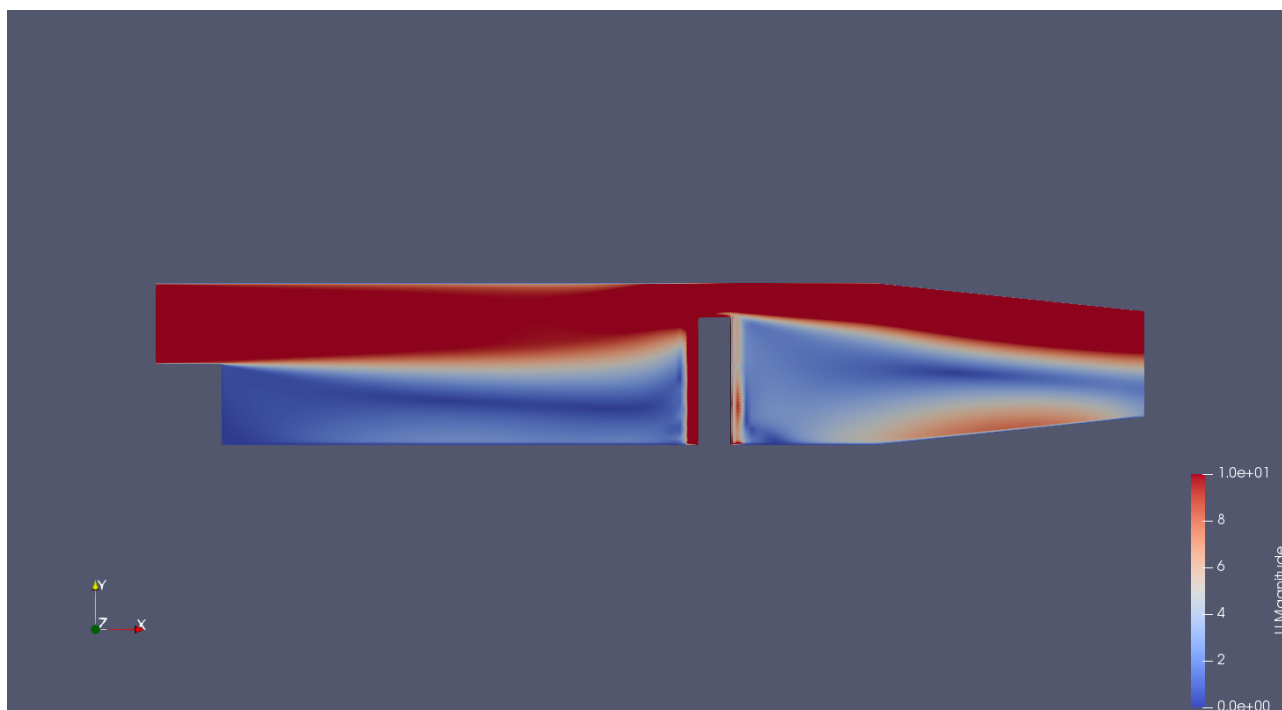


Рисунок 3 — Скорость жидкости, $\nu = 0.00001 \text{ м}^2/\text{с}$

Для добавления в канал препятствия трапецевидной формы в OpenSCAD записываются следующие команды:

```
points = [[0.08, -0.0254, -0.0005], [0.08, -0.0254, 0.0005],
[0.12, 0, -0.0005], [0.12, 0, 0.0005],
[0.16, 0, -0.0005], [0.16, 0, 0.0005],
[0.2, -0.0254, -0.0005], [0.2, -0.0254, 0.0005]];
```

```
faces = [[0,2,3,1], [2,4,5,3], [4,6,7,5],
[0,6,7,1], [0,2,4,6], [1, 3, 5,7]];
```

```
polyhedron(points, faces);
```

Результат обтекания данного препятствия представлен в соответствии с рисунком 3. Можно увидеть, что в этом случае в правой области канала создается несколько вихревых потоков, количество которых явно превышает количество вихрей в случае с прямоугольным препятствием. При этом значение максимальной скорости потока значительно в канале с прямоугольным препятствием значительно выше, чем с трапецевидным.

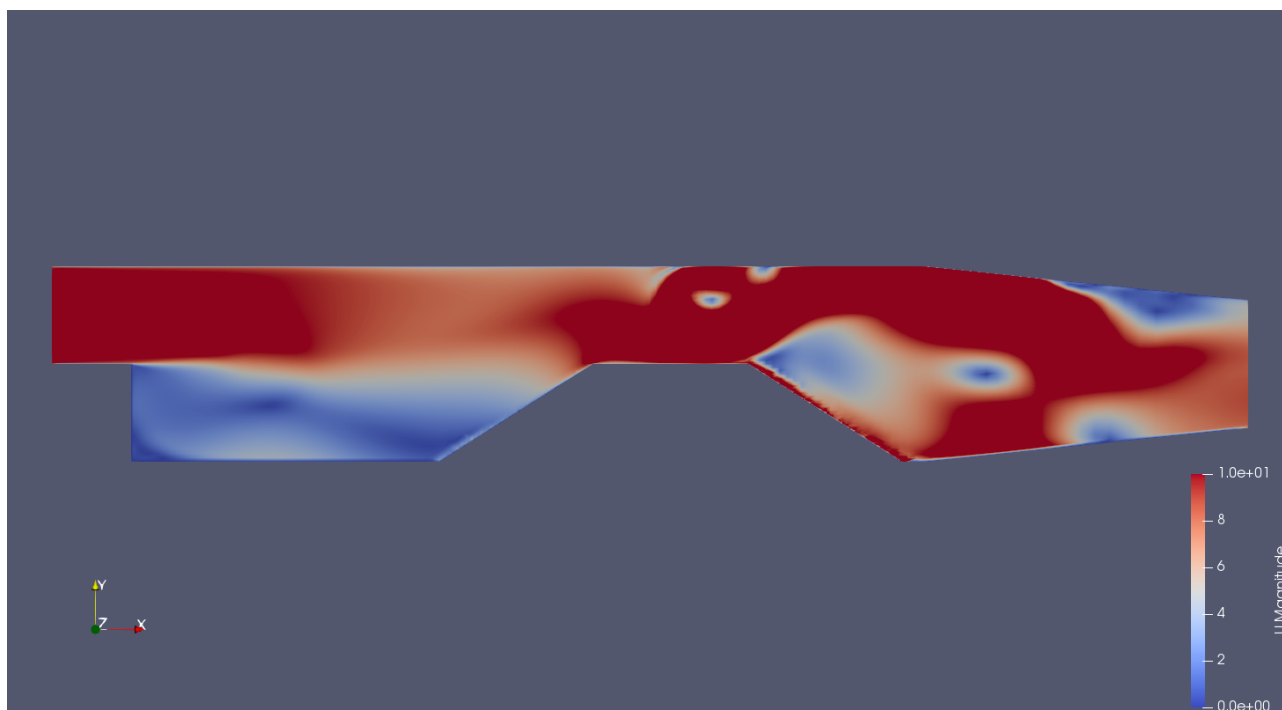


Рисунок 4 — Скорость жидкости, $\nu = 0.00001 \text{ м}^2/\text{с}$

Заключение. В данной бакалаврской работе были рассмотрены физические процессы течения вязкой жидкости и смоделировано обтекание препятствия в канале с уступом. Выявлены зависимости поведения потоков жидкости от меняющихся параметров среды. Были применены различные алгоритмы численного решения уравнений движения сплошной среды.

При сравнении препятствий прямоугольной и трапецевидной формы можно отметить, что в первом случае перепад давления больше, чем во втором. Однако, форма прямоугольного препятствия не позволяет образовываться многочисленным вихрям в задней части канала. Максимальная скорость также во много раз превосходит скорость втекаемого в левую грань потока. В случае с трапецевидным препятствием из-за большего зазора между верхней и нижней стенкой канала наблюдается меньшее абсолютное значение перепадов давления, но большее количество таких областей. Накатываясь по левой стороне препятствия, в хвостовой части канала создаются многочисленные вихри, которые с течением времени исчезают.