

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математического обеспечения вычислительных комплексов и
информационных систем

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ С ГЛОБАЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 2 курса 273 группы
направления 01.04.02 — Прикладная математика и информатика
факультета КНиИТ
Ивановой Анны Сергеевны

Научный руководитель
зав. кафедрой, д. ф.-м. н.

Д. К. Андрейченко

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н.

Д. К. Андрейченко

Саратов 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Параметрический анализ системы глобально связанных отображений ..	4
1.1 Системы глобально связанных отображений	4
1.2 Компьютерное моделирование системы глобально связанных логистических отображений	6
1.3 Результаты компьютерного моделирования	9
1.4 Системы глобально связанных отображений под действием шума.	10
2 Параметрический анализ системы глобально связанных осцилляторов .	13
2.1 Осцилляторы, демонстрирующие нелинейную динамику, с гло- бальной связью	13
2.2 Компьютерное моделирование системы глобально связанных осцилляторов Ландау-Стюарта	14
2.3 Трехпараметрический анализ системы глобально связанных ос- цилляторов Ландау-Стюарта	14
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	17
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	19

ВВЕДЕНИЕ

Распределенные динамические системы встречаются во многих областях науки и техники, включая физику, биологию, химию, математику, лингвистику, экологию и т. д. [1–4].

По своей структуре распределенные системы делятся на дискретные и непрерывные. Большой интерес представляют системы с глобальной связью, где каждый элемент связан с каждым.

Дискретные системы с глобальной связью реализованы таким образом, что каждый индивидуальный элемент демонстрирует сложную динамику, включая переход к хаосу, а связь выбрана простой [5–9]. Слагаемые, отвечающие за глобальную связь, одинаковы для всех элементов и представляют собой среднее поле.

Такие системы демонстрируют поведение, называемое кластеризацией, когда внутри кластера состояния индивидуальных элементов полностью совпадают.

Непрерывные системы с глобальной связью продуцируют общее среднее поле. В качестве индивидуального элемента выбираются системы, заведомо демонстрирующие сложную нелинейную динамику [8, 10–13]. В данной системе наблюдаются синфазный и несинфазный режимы.

Целью данной работы является параметрический анализ дискретных и непрерывных систем с глобальной связью, каждый индивидуальный элемент которых демонстрирует сложную динамику.

Цель включает в себя следующие задачи:

- Исследовать систему глобально связанных логистических отображений, провести многопараметрический анализ.
- Исследовать систему глобально связанных логистических отображений под действием идентичного и неидентичного шума.
- Рассмотреть динамику системы глобально связанных осцилляторов Ландау-Стюарта, провести многопараметрический анализ.

1 Параметрический анализ системы глобально связанных отображений

Наиболее общий случай — это системы с глобальной связью, то есть, каждый элемент связан с каждым.

Одним из важных свойств систем с глобальной связью является свойство *кластеризации*, то есть, мгновенные состояния индивидуальных элементов совпадают в любой момент времени (после n итераций). Таким образом, наличие глобальной связи стремится синхронизовать динамику отдельных элементов (состояния, демонстрирующие в начале процесса различную динамику, спустя некоторое время распределяются по кластерам, поведение элементов внутри которых полностью совпадает).

В данной работе основное внимание уделено параметрическому анализу системы глобально связанных отображений. Также рассматривается влияние шума на динамику такой системы.

1.1 Системы глобально связанных отображений

В качестве отображения, которое будет исследоваться в данной работе, выбрано логистическое отображение [14] вида

$$x_{n+1} = 1 - \lambda x_n^2 \quad (1)$$

В 1990 году Канеко [15] вводит в рассмотрение систему отображений с глобальной связью вида:

$$x_n(i) = (1 - \varepsilon)f(x_{n-1}(i)) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^N f(x_{n-1}(j)). \quad (2)$$

где $x_n(i)$ — динамическая переменная, соответствующая i -тому отображению в n -ый момент времени, ε — параметр глобальной связи. В качестве $f_{n-1}(i)$ выбрано логистическое отображение (1), где λ — параметр нелинейности.

В работах [16, 17] показано, что для полного описания динамики систем отображений с глобальной связью необходимо использовать два типа связи: диссипативную и инерционную.

Два типа связи можно объяснить на качественном уровне следующим образом. Пусть есть две популяции, каждая из которых развивается по похожим законам (рисунок 1а).

Предположим, что члены популяции размножаются (гибнут) в пределах своей популяции, а потом на короткое время получают возможность «мигрировать» между популяциями (рисунок 1b). Такая связь стремится выровнять мгновенные состояния подсистем. Ее принято называть диссипативной.

Другой способ состоит в том, что организмы получают возможность миграции, минуя цикл размножения и гибели в «своей» популяции (рисунок 1c). Такая связь способствует сохранению памяти о состоянии на предыдущем шаге, и ее естественно именовать инерционной связью.

Наконец, могут присутствовать оба типа связи (рисунок 1d). Такая связь называется комбинированной.

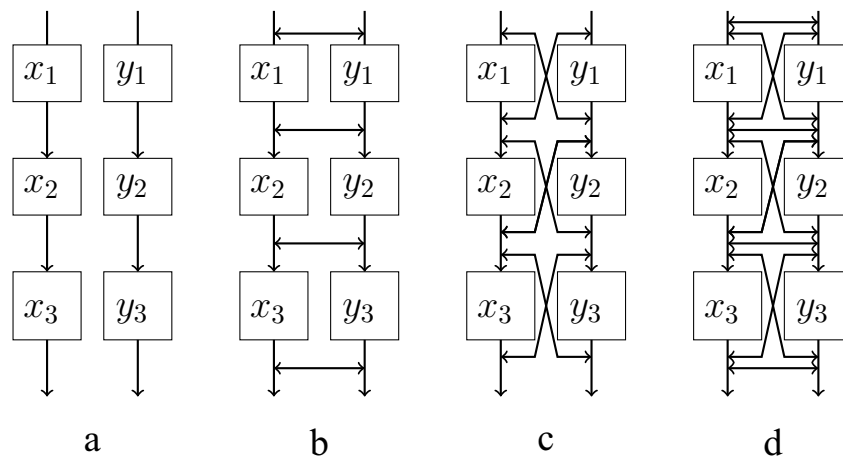


Рисунок 1 – Схематическое представление связи между популяциями. а – популяции, развивающиеся изолированно; б – диссипативная связь между популяциями; с – инерционная связь между популяциями; д – комбинированная связь.

В работе [16] введена система глобально связанных логистических отображений с двумя типами связи вида:

$$x_{n+1}(i) = (1 - \varepsilon_1)f(x_n(i)) - \varepsilon_2x_n(i) + \frac{\varepsilon_1}{N} \sum_{j=1}^N f(x_n(j)) + \frac{\varepsilon_2}{N} \sum_{j=1}^N x_n(j), \quad (3)$$

где $f(x) = 1 - \lambda x^2$ – нелинейная функция, соответствующая логистическому отображению, i перечисляет элементы сети, n обозначает дискретное время, N – общее количество элементов в системе, ε_1 и ε_2 – параметры диссипативной и инерционной связи соответственно, λ – параметр, отвечающий за нелинейность. Два последних члена в виде сумм не зависят от индекса j , другими словами, они одинаковы для всех элементов. Следовательно, их можно

интерпретировать как два средних поля, отвечающих двум типам глобальной связи.

Канеко [15] выделяет четыре типа аттракторов или режимов динамики системы в зависимости от количества и размера кластеров (относительных чисел заполнения $p_i = \frac{N_i}{N}$), причем эта классификация с очевидностью остается в силе для обобщенной модели.

1. Когерентный аттрактор: мгновенные состояния всех элементов совпадают в любой момент времени. Динамика системы во времени в этом случае не отличается от динамики одномерного логистического отображения.
2. Аттрактор с малым числом кластеров, каждый из которых содержит много элементов.
3. Режим с большим числом кластеров, небольшая часть которых содержит много элементов, а остальные — мало.
4. Режим, когда в системе имеется большое число кластеров, с малым числом элементов в каждом.

В соответствии с числом формирующихся в системе аттракторов вводится понятие фаз:

- когерентная фаза (coherent) (состояние с одним кластером доминирует в ансамбле),
- упорядоченная фаза (ordered) (состояния с небольшим количеством кластеров имеют самую высокую вероятность),
- частично упорядоченная фаза (partially ordered) (кластеры с малым и большим числом элементов появляются с сопоставимыми вероятностями)
- турбулентная фаза (turbulent) (число кластеров соответствует по порядку величины общему количеству элементов системы).

1.2 Компьютерное моделирование системы глобально связанных логистических отображений

Для вычисления фазового состояния в текущий момент времени используется метод простых итераций [18], который работает только в случае сходящегося решения. Поэтому обязательно отслеживается момент расходимости системы.

Использовался язык программирования Intel Fortran 19.1 с использованием среды Visual Studio 2019.

В ходе работы рассматривалась система $n = 100$ глобально связанных отображений. Диапазон изменения параметров: параметр нелинейности $\lambda \in [0, 2]$ (в программе переменная a), параметр диссипативной связи $\varepsilon_d \in [0, 0.5]$ (в программе — переменная e_d), инерционной связи — $\varepsilon_i \in [0, 0.5]$ (в программе e_i). Все диапазоны разделены на 100 итераций с шагом, соответственно, $ls = 0.02$ для параметра нелинейности λ и $es = 0.005$ для параметров связи.

Для определения количества получившихся кластеров используется функция распределения $Q(K)$, где K — количество кластеров. Для получения результата проводится $M = 10$ вычислений и полученный результат усредняется.

Для вычисления значений переменных x в каждой точке фазового пространства $\lambda, \varepsilon_d, \varepsilon_i$ случайным образом задаются начальные значения из интервала $[0, 1]$.

Дискретные отображения характеризуются наличием переходного процесса, т. е., для выхода на аттрактор должно пройти некоторое количество итераций, поэтому мгновенные значения переменных определяются после 1250 итераций.

Количество получившихся кластеров определяется по следующему алгоритму:

1. Для вычисления значений переменных $x[i]$ случайным образом задаются начальные значения из интервала $[0, 1]$.
2. Вычисляются значения элементов массива $x[i]$ после 1250 итераций (текущие состояния индивидуальных элементов).
3. В i -тый элемент массива d записывается количество элементов, равных $x[i]$. Остальные элементы, равные $x[i]$, обнуляются.
4. Подсчитывается количество ненулевых элементов массива d . Это и будет число кластеров $nc1$ для данного этапа вычислений.
5. Увеличивается на единицу значение $q[nc1]$ — функция распределения кластеров $Q(K)$.
6. Шаги 1–5 повторяются $M = 10$ раз. После этого значения массива q нормализуются.

В результате в массиве q записаны какие состояния возникали в данной системе ($q[i] > 0$ означает, что при расчетах встречалось i -кластерное состояние).

Фаза определяется следующим образом:

Когерентная фаза содержит только один кластер, следовательно, $q[1] = 1$

Упорядоченная фаза содержит малое число кластеров. Для этого находим

$$\text{sdon} = \sum_{j=1}^{\frac{N}{2}} q[j] \quad (\text{число кластеров} < 50) \quad \text{и} \quad \text{spon} = \sum_{j=\frac{N}{2}}^N q[j]$$

(число кластеров > 50). Если spon равно нулю и $q[1]$ меньше единицы, значит в системе реализована упорядоченная фаза (состояния с большим числом кластеров не встречались).

Частично упорядоченная фаза Если обе суммы spon и sdon больше нуля, следовательно, встречаются как состояния с малым числом кластеров, так и состояния с большим числом кластеров. Это частично упорядоченная фаза.

Турбулентная фаза Сумма spon равна единице, сумма sdon равна нулю. Следовательно, в системе встречаются только состояния с большим числом кластеров. А это соответствует турбулентной фазе.

Полученные результаты записываются в файл в следующем формате e_d , e_i , a , col , где col — количество кластеров при данных значениях управляющих параметров. Значение col , равное единице, отвечает за когерентную фазу и обозначается на диаграмме синим цветом, в случае, если количество кластеров $2 \leq ncl \leq 10$, в файл записывается количество кластеров и на диаграмме они обозначаются различными оттенками зеленого и голубого цветов, в случае, если $10 \leq ncl \leq \frac{N}{2}$, в файл записывается значение col , равное 11 и на диаграмме это состояние обозначается цветом GreenYellow. В случае частично упорядоченной фазы в файл записывается значение col , равное 12 и обозначается желтым цветом. Турбулентной фазе соответствует значение col , равное 14 и красный цвет на диаграмме. Режиму расходимости соответствует значение col , равное 15 и белый цвет. Полученный файл содержит 1000000 строк ($100 \times 100 \times 100$) и имеет размер около 80Мб.

Время выполнения расчетов занимает около 20 минут. Разработать параллельный алгоритм не удалось. Наличие среднего поля, зависящего от теку-

щих значений всех элементов системы, не позволяет провести корректные параллельные вычисления. Если распараллелить вычисления таким образом, что значения различных элементов системы будут считаться на разных потоках, то время работы не уменьшается и результат не соответствует не параллельному алгоритму.

1.3 Результаты компьютерного моделирования

На рисунке 2 представлены фазовые диаграммы в сечении пространства параметров плоскостью $\varepsilon_d - \varepsilon_i$ при различных значениях параметра нелинейности λ . На рисунке 2а представлен случай, когда одномерное логистическое отображение демонстрирует первое удвоение периода ($\lambda = 0.75$). Видно, что увеличение параметра диссипативной связи приводит к полной синхронизации системы (демонстрируется когерентное поведение), увеличение параметра инерционной связи приводит к появлению двухкластерного состояния. Увеличение параметра нелинейности приводит к появлению более сложной динамики: появляется турбулентная фаза, а также режим расходимости (рисунки 2b–c). Видно, что частично упорядоченная фаза появляется даже при переходе от однокластерного состояния к двухкластерному (рисунок 2d), что подтверждает предположение о том, что эта фаза действительно возникает из-за увеличения времени переходного процесса.

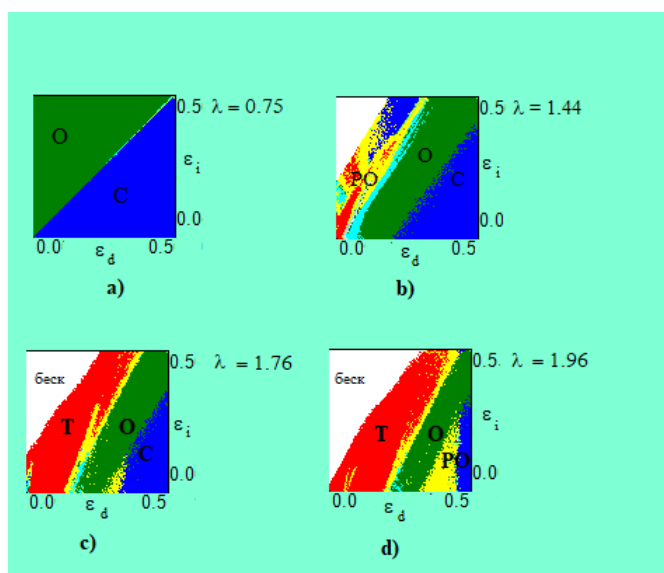


Рисунок 2 – Фазовые диаграммы в сечении пространства параметров глобально связанных логистических отображений плоскостью $\varepsilon_d - \varepsilon_i$ при различных значениях параметра нелинейности λ . Символы обозначают фазы: С — когерентная, О — упорядоченная, Т — турбулентная.

1.4 Системы глобально связанных отображений под действием шума

Реальные системы часто находятся под действием различных отклонений, поэтому возникает вопрос останется ли феномен кластеризации, если система будет находится под действием шума.

Рассматривается равномерный шум, с интенсивностью от -0.5 до 0.5 . Система содержит 100 элементов, погруженных в общее среднее поле. Возможно два типа введения шума. Первый — это идентичный шум, т. е., когда каждый элемент находится под воздействием шума одинаковой амплитуды и интенсивности. Второй — неидентичный шум, когда к каждому элементу добавлен шум различной интенсивности.

Система (3) под действием идентичного шума имеет вид

$$x_{n+1}(i) = (1 - \varepsilon_1)f(x_n(i)) - \varepsilon_2x_n(i) + \frac{\varepsilon_1}{N} \sum_{j=1}^N f(x_n(j)) + \frac{\varepsilon_2}{N} \sum_{j=1}^N x_n(j) + \varepsilon_s\eta_n, \quad (4)$$

Система (3) под действием неидентичного шума:

$$x_{n+1}(i) = (1 - \varepsilon_1)f(x_n(i)) - \varepsilon_2x_n(i) + \frac{\varepsilon_1}{N} \sum_{j=1}^N f(x_n(j)) + \frac{\varepsilon_2}{N} \sum_{j=1}^N x_n(j) + \varepsilon_s\eta_n(i), \quad (5)$$

где ε_s — амплитуда шума, η — равномерно распределенный шум.

На рисунке 3 представлены фазовые диаграммы при амплитуде шума $\varepsilon_s = 0.001$ для случая неидентичного (а, б) и идентичного (с, д) шума. Слева показан случай чисто диссипативной, справа — чисто инерционной связи. Здесь цифрами и различными цветами показаны состояния с различным числом кластеров (от 1 до 10), упорядоченная фаза с большим числом кластеров (10–50), буквами Р0 — частично упорядоченная и Т — турбулентная фаза. Видно, в случае идентичного шума для такой малой амплитуды изменений в процессе формирования кластеров не наблюдается. В случае диссипативной связи происходит большее размывание границ перехода от одной фазы к другой, чем в случае инерционной связи. В случае неидентичного шума кластеризации не наблюдается, система может демонстрировать только турбулентную и частично упорядоченную динамику (где число кластеров > 50). Видно, что при наличии неидентичного шума система с глобальной связью

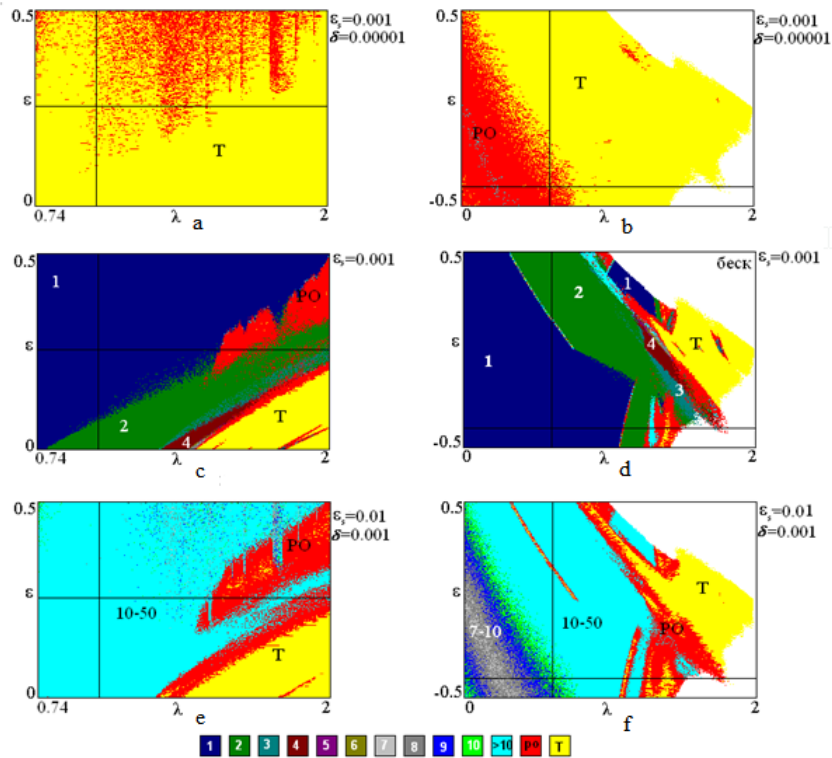


Рисунок 3 – Фазовые диаграммы для системы (5) (a – b и e – f) для случая неидентичного шума и системы (4) (c – d) для случая идентичного шума. Слева — для чисто диссипативной глобальной связи, справа — для чисто инерционной глобальной связи

в области когерентного состояния демонстрирует частично упорядоченную динамику, другие фазы приводят к режиму полной асинхронности.

Поэтому, в случае неидентичного шума нельзя говорить о кластерах, так как к каждому элементу добавлена своя шумовая добавка и самопроизвольного совпадения мгновенных состояний элементов не происходит. Однако, можно говорить о «кластерах», как о группах элементов, совпадающих с определенной точностью δ . На рисунке 3 (e, f) показаны фазовые диаграммы для «кластеров», совпадающих с точностью $\delta = 0.001$. Видно, что имеются упорядоченные состояния с большим числом «кластеров», причем в случае инерционной связи наблюдаются области и с меньшим количеством «кластеров», что говорит о том, что система с инерционной глобальной связью оказывается более устойчивой к влиянию шума, чем система с диссипативной глобальной связью.

Таким образом было проведено параметрическое исследование системы отображений с двумя типами глобальной связи. Было проведено исследование влияния диссипативной и инерционной связи на динамику системы (2).

Показано, что увеличение диссипативной связи приводит к синхронизации системы, в то время, как инерционная связь стремится увеличить количество кластеров в системе.

Наличие шума в системе глобально связанных отображений приводит к нарушению режима кластеризации в случае неидентичного шума и «размыванию» областей перехода от одного режима к другому в случае идентичного шума. Но при введении понятия «кластера» оказывается, что наличие диссипативной связи приводит к более быстрому разрушению кластеризации, чем в случае инерционной связи. При наличии шума также наблюдается режим универсальности и скейлинга, следовательно, системы глобально связанных отображений вида (2) действительно демонстрируют универсальное поведение и могут использоваться для описания реальных дискретных моделей.

2 Параметрический анализ системы глобально связанных осцилляторов

2.1 Осцилляторы, демонстрирующие нелинейную динамику, с глобальной связью

В качестве примера рассмотрим систему, связь в которой выбрана достаточно сложным способом, чтобы она являлась заведомо нелинейной. Это N глобально связанных осцилляторов Ландау-Стюарта [19]:

$$\begin{aligned} \dot{A}_k &= (1 + i\omega_a)A_k - |A_k|^2 A_k + e^{i\xi}, \\ \dot{B} &= -\gamma B + i\omega_b B + i\eta|B|^2 B + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{k=1}^N A_k, \end{aligned} \quad (6)$$

где $N = 100$ — число элементов в системе, A_k — динамические переменные, B — переменная, отвечающая за глобальную связь, ξ — фаза, ω_a, ω_b — собственные частоты, соответственно осцилляторов и переменной глобальной связи, γ — параметр диссипации, η — параметр нелинейности, ε — параметр глобальной связи.

Переменные являются комплексными, поэтому, реальная размерность системы $N_0 = 2N + 2$. Принимая, $A = a_r + ia_i, B = b_r + ib_i$, перепишем систему (6) в реальных переменных:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{rk} &= a_{rk} - \omega_a a_{ik} - (a_{rk}^2 + a_{ik}^2)a_{rk} + (\cos \xi - \sin \xi)b_r, \\ \dot{a}_{ik} &= a_{ik} - \omega_a a_{rk} - (a_{rk}^2 + a_{ik}^2)a_{ik} + (\cos \xi + \sin \xi)b_i, \\ \dot{b}_r &= -\gamma b_r - \omega_b b_i - \eta(b_r^2 + b_i^2)b_i + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{k=1}^n a_{rk}, \\ \dot{b}_i &= -\gamma b_i - \omega_b b_r - \eta(b_r^2 + b_i^2)b_r + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{k=1}^n a_{ik}. \end{aligned} \quad (7)$$

В работе [19] для значений управляющих параметров $\omega_a = \omega_b = 1, \gamma = 5, \eta = 1000, \xi = 0.475\pi$ было теоретически рассчитано значение бифуркационного параметра глобальной связи. При $\varepsilon > \varepsilon_q = 0.099$ в системе происходит потеря синхронности.

2.2 Компьютерное моделирование системы глобально связанных осцилляторов Ландау-Стюарта

Моделирование проводилось в среде Video Studio 2019 на языках программирования Intel Fortran 19.1 (вычисления) и C++ (визуализация).

Для численного решения дифференциальных уравнений выбран метод Рунге-Кутты 4 порядка [18]. Полный код метода приведен в приложении ?? в файле RK4.f90. Шаг метода 0.05, проводится 10000 итераций.

Параметры, используемые в ходе моделирования: ω_a — собственная частота осцилляторов (ω_a в уравнении (7)), ω_b — собственная частота переменной глобальной связи (ω_b), g — параметр диссипации (γ), f — фаза (ξ), r — параметр нелинейности (η), e — параметр глобальной связи (ε).

Для простоты все значения переменных a_{rk}, a_{ik}, b_r, b_i уравнения (7) записываются в один массив y размерностью $k = 2n + 2$. Первые n элементов массива соответствуют реальным значениям динамических переменных A_k , следующие n элементов массива соответствуют мнимым значениям динамических переменных A_k , последние два элемента — реальное и мнимое значение переменной B , отвечающей за глобальную связь уравнения (6).

Начальные значения переменных задаются для каждого изменения параметров системы. Для j -ого осциллятора реальное значение равно $\sin(\frac{2\pi}{n} \times j)$, для мнимого — $\cos(\frac{2\pi}{n} \times j)$. Для переменной, отвечающей за глобальную связь, реальное значение выбирается случайным образом в диапазоне $[0.1, 1.1]$.

Вычисления проводились для 100 осцилляторов. Переходной процесс занимал 100 итераций, для окончательных вычислений проводилось также 100 итераций. Рассчитывалась амплитуда среднего поля ($am1$) ($K = \sqrt{b_r^2 + b_i^2}$) и минимальное расстояние между кластерами ($amin$).

2.3 Трехпараметрический анализ системы глобально связанных осцилляторов Ландау-Стюарта

На основе проведенных исследований был сделан вывод о том, что основными параметрами исследования являются параметр глобальной связи ε , параметр диссипации γ и фаза ξ . На примерах ниже проведен анализ системы (7) при значениях собственной частоты осцилляторов $\omega_a = 1$, собственной частоты среднего поля $\omega_b = 2.5$, параметра нелинейности $\eta = 0.5$.

Вычисления проводились для следующих диапазонов параметров: пара-

метр глобальной связи $-0.05 \leq \varepsilon \leq 6$, параметр диссипации $-0 \leq \gamma \leq 15$, фаза $-0 \leq \xi \leq \pi$.

Шаг вычислений $\delta_i = \frac{x_{max} - x_{min}}{100}$, где x_{min} — это минимальное значение, а x_{max} — максимальное значение изменяемых параметров, следовательно, для параметра глобальной связи сдвигу на один пиксел на экране соответствует сдвиг на 0.0595 в мировых координатах; для параметра нелинейности шаг равен 0.15, шаг для фазы равен 0.01.

Всего проводится $100 \times 100 \times 100$ вычислений. Результаты вычислений заносятся в файл формата $\varepsilon, \gamma, \xi, K, dist$, где $dist$ — минимальное расстояние между кластерами. Полученный файл содержит 1000000 строк и имеет размер 118 Мб.

Расчеты требуют существенных временных затрат. Так как присутствует глобальная связь, использовать параллельные алгоритмы нецелесообразно, так как появляются ошибки вычислений из-за того, что необходимо вычислять среднее поле, которое содержит текущие значения всех динамических переменных. Метод Рунге-Кутты при текущих параметрах метода производит 10000 итераций, на каждой итерации четыре раза вычисляются значения массива размерностью 202, следовательно, для каждого значения пространства параметров ($\varepsilon - \gamma - \xi$) требуется выполнить 1.6×10^9 вычислений. Всего выполняется $\approx 2 \times 10^{15}$ вычислений. Вычисления проводились для параметра глобальной связи были поделены на четыре части (от 0 до 24 шага, от 25 до 49 шага, от 50 до 74 шага и от 75 до 99 шага) и вычислялись параллельно. Расчеты заняли в районе четырех суток ± 2 часа.

Для визуализации вычислений было построено приложение с использованием Windows Forms в среде Visual Studio 2019 на языке C++.

Приложение содержит три поля NumericUpDown, с помощью которых выбираются текущие значения параметров. Минимальные, максимальные значения и шаг измерений совпадают с записанными в файл. Значения параметров выбираются с помощью стрелок поля. Вручную вводить данные нецелесообразно, так как сложно выбрать значения, которые совпали бы с записанными в файле. На трехмерном рисунке справа красными линиями показаны проекции карты синхронизации, которые будут строиться.

При нажатии на кнопку «Выбрать координаты» предлагается выбрать необходимый файл. Все строки файла записываются в три вектора вида

vector<list<float>>.

Для каждого вектора фиксируется один из исследуемых параметров (равный выбранным значениям в соответствующем поле NumericUpDown), остальные два параметра и минимальное расстояние между кластерами записываются в список list<float> tmp. Амплитуда среднего поля записывается в файл, но для данного исследования не используется. Полученный список добавляется в соответствующий вектор. Каждый вектор в итоге содержит 10000 элементов типа list<float>.

После заполнения векторов рисуется три проекции ($\varepsilon - \xi$, $\varepsilon - \gamma$, $\gamma - \xi$) карты синхронизации размером 100×100 .

При различных значениях фиксированных параметров на картах синхронизации наблюдаются различные типы перехода от синфазного к несинфазному состоянию: процесс является циклическим, но линия перехода становится более извилистой (рисунок 4). Видно, что при малых значениях фазы система глобально связанных осцилляторов Ландау-Стюарта демонстрирует синфазный режим (области несинфазного режима становятся тоньше)

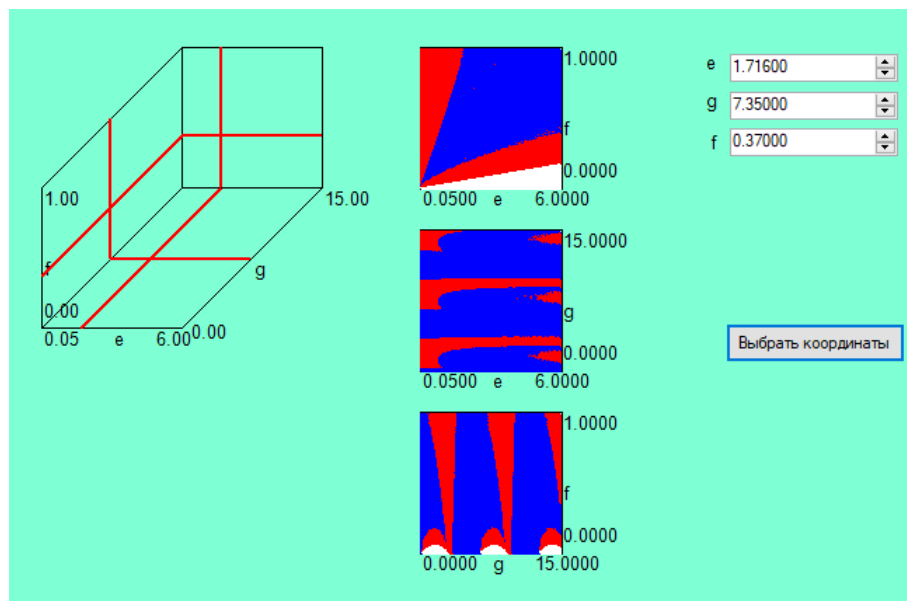


Рисунок 4 – Проекция карты синхронизации при фиксированных значениях параметров $\gamma = 7.35$ (верхняя проекция), $\xi = 0.37$ (средняя проекция), $\varepsilon = 1,716$ (нижняя проекция)

Таким образом, проведенный анализ продемонстрировал наличие сложных конструкций при переходе от синфазного к несинфазному режиму, показал, что такой переход является циклическим и что малое значение фазы приводит к расходимости решения системы глобально связанных осцилляторов Ландау-Стюарта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было проведено исследование систем, демонстрирующих сложную динамику, с глобальной связью.

В качестве дискретной системы были выбраны системы логистических отображений с двумя типами глобальной связи: диссипативной и инерционной. Был проведен анализ динамики такой системы на пространстве «параметр, отвечающий за нелинейность — параметр, отвечающий за диссипативную связь — параметр, отвечающий за инерционную связь».

Было показано, что

1. В данной системе реализуется переход от когерентного (в системе реализован один кластер) состояния к турбулентному (в системе отсутствует режим кластеризации). Диссипативная связь приводит к большей синхронизации системы, увеличение параметра связи приводит к увеличению области когерентного и упорядоченного состояния (с малым числом кластеров) на пространстве параметров. Инерционная связь, наоборот, приводит к большей раассинхронизации системы. Область синхронных состояний уменьшается, но наблюдаются области синфазного состояния в области значений параметра нелинейности, где индивидуальное логистическое отображение демонстрирует хаотическую динамику.
2. Наличие в системе глобально связанных отображений идентичного шума (когда к каждому элементу добавлен шум одинаковой амплитуды и интенсивности) не приводит к разрушению кластеризации. Увеличение амплитуды шума приводит к размыванию границы переходов от одного состояния к другому.
3. Наличие в данной системе неидентичного шума (к каждому элементу добавлен шум различной интенсивности) приводит к полному разрушению режима кластеризации. Однако можно говорить о «кластерах», как о состояниях, совпадающих с определенной точностью. Если точность совпадает с амплитудой шума, в системе реализуются режимы «кластеризации», подобные динамике системы в отсутствие шума.
4. В системе глобально связанных отображений реализуется скейлинг: если система в какой-то точке пространства параметров демонстрирует определенное поведение, то пересчет начальных условий и всех параметров на определенные значения, приводит к той же динамике.

В качестве непрерывной системы глобально связанных осцилляторов использовались осцилляторы Ландау-Стюарта.

Было показано, что

1. Система демонстрирует синфазный, когда в системе реализован один или несколько кластеров, и несинфазный режимы. В случае синфазного режима минимальные расстояния между индивидуальными элементами равны нулю, а амплитуда среднего поля, наоборот, отлична от нуля. В случае несинфазного режима амплитуда среднего поля равна нулю.
2. Было исследовано поведение системы с глобальной связью от параметра глобальной связи и определены некоторые значения данного параметра при переходе от синфазного к несинфазному режиму в зависимости от значений других управляющих параметров.
3. Была построена карта синхронизации на пространстве параметров «параметр глобальной связи — параметр диссипации — параметр, отвечающий за фазу». Показано, что линия перехода от синфазного к несинфазному режиму имеет сложную конструкцию, малое значение параметра, отвечающего за фазу, приводит к расходимости данной системы и переход от синфазного к несинфазному режиму является циклическим.

В дальнейшем планируется исследовать кластеры на устойчивость и более подробно исследовать динамику полученных состояний.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Neda, Z.* Self-organizing processes: The sound of many hands clapping / Z. Neda, E. Ravasz, Y. Brechet, T. Vicsek, A.-L. Barabasi // *Nature*. — 2000. — Vol. 403. — Pp. 849–850.
- 2 *Zanette, D. H.* Globally coupled bistable elements as a model of group decision making [Электронный ресурс] / D. H. Zanette. — 1999. — URL: <https://arxiv.org/pdf/adap-org/9905006.pdf> (Дата обращения 20.05.2020). Загл. с экр. Яз. англ.
- 3 *Sole, R. V.* Self-Organization in Complex Ecosystems / R. V. Sole, J. Bascompte. — Princeton: Princeton University Press, 2006.
- 4 *Hopfield, J. J.* Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities / J. J. Hopfield // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 1982. — Vol. 79, no. 8. — Pp. 2554–2558.
- 5 *Albert, R.* Statistical mechanics of complex network / R. Albert, A.-L. Barabasi // *Review of Modern Physics*. — 2002. — Vol. 74, no. 1. — Pp. 47–97.
- 6 *Amritkar, R. E.* Self-organized and driven phase synchronization in coupled map networks / R. E. Amritkar, S. Jalah // *Physica A*. — 2003. — Vol. 321.
- 7 *Анищенко, В. С.* Механизмы рождения и свойства химерных состояний в ансамбле нелокально связанных дискретных отображений / В. С. Анищенко, С. А. Богомолов, Т. Е. Вадивасова, Г. И. Стрелкова // *Компьютерные науки и информационные технологии : Материалы Междунар. науч. конф.* — 2016. — С. 48–52.
- 8 *Hizanidis, J.* Chimera-like states in modular neural networks / J. Hizanidis, N. E. Kouvaris, G. Zamora-Lopez, A. DazGuilera, C. G. Antonopoulos // *Scientific reports*. — 2016. — Vol. 6. — P. 19845.
- 9 *Иванова, А. С.* Волна кластеризации в цепочке систем, каждая из которых содержит набор элементов с внутренней глобальной связью / А. С. Иванова, С. П. Кузнецов // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. — 2003. — Т. 11, № 4–5. — С. 80–88.
- 10 *Рыбалова, Е. В.* Появление и синхронизация solitary state chimera в связанных ансамблях нелинейных осцилляторов / Е. В. Рыбалова, В. С. Анищенко

- ко // *Компьютерные науки и информационные технологии : Материалы Междунар. науч. конф.* — 2018.
- 11 *Pikovsky, A.* Dynamics of globally coupled oscillators: Progress and perspectives / A. Pikovsky, M. Rosenblum // *Chaos*. — 2015. — Vol. 25. — URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4922971> (Дата обращения 15.05.2020). Загл. с экр. Яз. англ.
 - 12 *Kuramoto, Y.* Chemical Oscillations, Waves and Turbulence / Y. Kuramoto. — Berlin: Springer, 1984.
 - 13 *Kuznetsov, S. P.* Chaos and hyperchaos of geodesic flows on curved manifolds corresponding to mechanically coupled rotators: Examples and numerical study [Электронный ресурс] / S. P. Kuznetsov. — URL: <https://arxiv.org/abs/1810.08002> (Дата обращения 25.05.2020). Загл. с экр. Яз. англ.
 - 14 *Feigenbaum, M. J.* Universal behavior in nonlinear systems / M. J. Feigenbaum // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1983. — Vol. 7, no. 1–3. — Pp. 16–39.
 - 15 *Kaneko, K.* Clustering, coding, switching, hierarchical ordering, and control in network of chaotic elements / K. Kaneko // *Physica D*. — 1990. — Vol. 41, no. 2. — Pp. 137–172.
 - 16 *Иванова, А. С.* О динамике на пороге возникновения хаоса в модельных системах, построенных на базе логистических отображений с инерционной и диссипативной глобальной связью / А. С. Иванова, С. П. Кузнецов // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. — 2002. — Т. 10, № 6. — С. 42–53.
 - 17 *Kuznetsov, S. P.* Renormalization group, universality and scaling in dynamical systems of coupled map lattices / S. P. Kuznetsov // *Theory and application of coupled map lattices* / Ed. by K. Kaneko. — Chichester; New York: Wiley, 1993.
 - 18 *Бахвалов, Н. С.* Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — М.: Бинوم: Лаборатория знаний, 2008.
 - 19 *Rosenblum, M.* Self-organized quasiperiodicity in oscillator ensembles with global nonlinear coupling / M. Rosenblum, A. Pikovsky // *Physical Review Letters*. — 2007. — Vol. 98, no. 6. — P. 064101.