МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра компьютерной алгебры и теории чисел

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ СДВИГОВ В ЛОКАЛЬНЫХ ПОЛЯХ НУЛЕВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса 227 группы

направления 02.04.01 –Математика и компьютерные науки
код и наименование направления

профиль подготовки: Математические основы компьютерных наук

механико-математического факультета
наименование факультета, института, колледжа

ИБРАХИМ ИДЕ
фамилия, имя, отчество

Научный руководитель
зав.каф., к.ф.-м.н., доцент ______ А.М. Водолазов
должность, уч. степень, уч. звание подпись, дата инициалы, фамилия

Зав. кафедрой
зав.каф., к.ф.-м.н., доцент ______ А.М. Водолазов
должность, уч. степень, уч. звание подпись, дата инициалы, фамилия

Саратов 2020

Введение

В данной работе рассматриваются свойства ортогональных системы. Доказывается, что всякий ортогональные системы сдвигов в p-адических полях пространстве непрерывен. Однако существуют разрывные операторы с плотной областью определения, сохраняющие ортогональные произведение. Существуют неизометрические ортогональные системы. Здесь описываются некоторые классы ортогональные системы сдвигов в конечномерных пространствах, а также изучаются некоторые общие вопросы теории ортогональные системы сдвигов пространств. Кроме того, рассматриваются системы сдвигов в локальных полях нулевой характеристики пространствах. Целями работы является изучение ортогональные системы сдвигов в локальных полях нулевой характеристики, а также построение функций с ортогональной системой сдвигов в поле p-адических чисел. Работа состоит из раздела с определениями, введение, основной части, заключения и списка литературы.

Пусть K – локальное поле, являющиеся конечным расширением поля $\mathbb{Q}_p$ p-адических чисел. Поле K является нормированным с нормой $\| \cdot \|_K$, является нормированным с нормой $\mathbb{Q}_p$. $\mathbb{Z}_K = \{x \in K \mid \| x \| \leq 1\}$–кольцо целых в K с единственным максимальным идеалом $\mathbb{P}_K = \{x \in K \mid \| x \| < 1\} = \pi\mathbb{Z}_K$. Любое число $x \neq 0$ из K единственным образом представимо в виде

$$x = \pi^\gamma \sum_{k=0}^{\infty} x_k \pi^k,$$

Дробной частью числа называется $\{x\}_p i = p^\gamma \Sigma_{k=0}^{-\gamma-1} x_k \pi^k$, множество H_0 состоит из чисто дробных чисел $x = \{x\}_\pi$. Множество $B_\gamma(a) = \{x \in \mathbb{K} \|\| x - a \|_k \leq p^\gamma\}$ является $\pi-$адическим шаром. Обозначим $D_N(M)$, где $N, M \in \mathbb{N}$, множество локально постоянных функций носитель которых содержится в $B_N(O)$ и являющихся π^M – периодическими.

Для построения кратномасштабного анализа на K одним из важных условий является существование функции φ сдвиги, которой на элементы из H_0 образуют ортонормированную систему в $L_2(\mathbb{K})$. В случае полей p-адических чисел этот вопрос изучен С.Ф. Лукомским. Мы изучаем способы нахождения таких функций в случае локальных полей.

Теорема. *Если поле K отлично от поля $\mathbb{Q}_p$ при $p = 2, 3$, в этом случае надо взять $M \geq 2$, то множество $\varphi \in D_N(M)$, сдвиги которых на элементы из H_0 образуют ортонормированную систему в $L_2(\mathbb{K})$ содержат не менее $q^{N+M} - 4(q^{N-1} - 1)$ линейно независимых функции в пространстве $D_N(M)$.*

Нами получен алгоритм нахождения таких функций и способы определения коэффициентов разложения по системе сдвигов этих функций.

1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Приведем необходимые свойства локальных полей нулевой характеристики, более подробно смотри [7]. Пусть является конечным расширением поля -адических чисел степени. На поле F существует нормирование являющееся продолжением p-адического нормирования, которое для элементов Q иющих ра

$$x = p^t \sum_{i=0}^{\infty} a_i p^i$$

где $t \in \mathbb{Z}, a_i \in \{0, ..., 1..., p-1\} a_0 \neq 0$ определяется, как $\parallel x \parallel_p = p^- t$.Условие продолжимости нормы означает, что для элементов $x \in \mathbb{Q}_P \subset F$ имеем $\parallel x \parallel = \parallel x \parallel_P$. Множество

$$\mathbf{O} = \{x \in F | \parallel x \parallel \leq 1\}$$

является кольцом и называется кольцом целых чисел поля F.кольцо O содержит единственный максимальный идеал, который является главным:
$\mathbf{P} = {}_\pi\mathbf{O} = \{x \in F | \parallel x \parallel \leq 1\}$ Фактор-кольцо $\mathbf{K} = \mathbf{O}/_\pi\mathbf{O}$ является полем, изоморфным $\mathbf{GF}(p^s)$ Обозначим через$\mathbf{A}$ множество представителей смежных классов $\mathbf{O}/_\pi\mathbf{O}$ а через $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_s$.такие представители, смежные классы которых при изоморфизме являются базисом расширения поля $\mathbf{GF}(p^s)$ над полем $\mathbf{GF}(p)$ Для любого $_i \in$ существует единственное представление в виде $a_i = a_{i1}\varepsilon 1 + ... + a_{is}\varepsilon_s$, где $a_i j \in \{0, 1, ..., p-1\}$ Каждый элемент $x \in \mathbf{F}$ допускает единственное разложение

$$x = \pi^\gamma (a_0 + a_1\pi + a_2\pi^2 + ...)$$

, где $a_0 \neq 0, a_i \in \mathbf{A}, \gamma \in \mathbb{Z}, \quad \pi^e = \mathbf{p}$ и $\quad es = n$. Норма элемента $\parallel x \parallel = p^- \gamma / e$. Базисом расширения поля $\mathbf{F}$ над $\mathbb{Q}$ является элементы $\varepsilon_i \pi^j$ при $i = 1, ..., s$ и $j = 0, ..., e-1$. Множество $\mathbf{B}_\gamma(a) = \{x \in \mathbb{F} \quad | \parallel x - a \parallel \leq p^{\gamma/e}\}$ является π-адическим шаром Дробной частью элемента называется

$$\{x\}_F = \pi^\gamma \sum_{K=0}^{-\gamma-1} a_k \pi^k$$

Множество $\mathbf{I}_F$ состоит из чисто дробных чисел $x = \{x\}_F$ и $\mathbf{I}_F(N) = \mathbf{I}_F \bigcap \mathbf{B}_N(0)$. Обозначим $D - N(M)$,где $N, M \in \mathbb{N}$ множество локально постоянных функции носитель которых содержится в $\mathbf{B}_N(0)$ и являющихся постоянными на множествах $a + \pi^M \mathbf{O}$

1.1 Ортогональная система сдвигов

Фактор-группа$G = \pi^N\mathbf{M}/\pi^M\mathbf{O}$ является конечной абелевой груп- пой порядка $p^s(N+M) = q$. Пусть$_0, X_1, ...X_{q-1}$ - множество аддитив- ных характеров группы G. Они образуют ортонормированный базис в пространстве комплекснозначных функций на G. Определим функции ψ_i на F следующим образом:

$$\psi_i(x) = \begin{cases} X_i(x) & \text{если } x \in \pi^{-N}\mathbf{O} \\ 0, & \text{если } x \notin \pi^{-N}\mathbf{O} \end{cases}$$

Эти функции являются аддитивными на F, $\psi_i(x-y) = \psi_i(x)\overline{\psi_i(y)}$ и образуют ортогональный базис для $D - N(M)$ над $\mathcal{C}$ так как

$$\int\limits_F \psi_i(x)\overline{\psi_i(x)}dx = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ p^{sN}, & i = j \end{cases}$$

и для $\varphi \in D - N(M)$ имеет место разложение

$$\varphi(x) = \sum_{i=0}^{q-1} c_i\psi_i(x)$$

Обозначим через $H_F(N) = \{h \mid h = a - b, \text{ где } a, b \in \mathbf{I}_F(N)\}$.
Теорема 1.Для функции $\varphi \in D - N(M)$ система сдвигов $(\varphi(x-a))_a \in I_F$ ортонормирована тогда и только тогда когда

$$\sum_{i=0}^{q-1} |c_i|^2\psi_i(h) = \begin{cases} p^{-sN}, \text{ если} & h = 0, \\ 0, \text{ если} & h \neq 0 h \in H_F(N). \end{cases} \tag{1.1}$$

Доказательство. Пусть a, b из I_F, тогда
$\langle\varphi(x-a), \varphi(x-b)\rangle = \int\limits_F \varphi(x-a)\overline{\varphi(x-b)}dx$

$$= \int_F \varphi(x-(a-b)\overline{\varphi(x)}dx = \int_F \sum_{i=0}^{q-1} c_i\psi_i(x-(a-b)) \sum_{i=0}^{q-1} \overline{c_i\psi_i(x}dx$$

$$= \sum_{i=0}^{q-1}\sum_{i=0}^{q-1} c_i\overline{c_j}\psi_i(b-a) \int\limits_F \overline{\psi_i}(x)\psi_j(x)dx$$

$$= \sum_{i=0}^{q-1}\sum_{i=0}^{q-1} c_i\overline{c_j}\psi_i(b-a)\delta_{i,jp^sN} = \sum_{i=0}^{q-1} |c_i|^2\psi_i(b-a)_p^sN$$

a=b ,То получаем первую строчку теоремы . При $b-a \notin \pi^{-N}\mathbf{O}$
Все $\psi_i(a-b)=0$ И ортогональность сдвигов для таких a,b выполняется . Пусть $b-a \in \pi_{-N}\mathbf{O}$ тогда или $a,b \in I_F(N)$ или $a,b \notin I_F(N)$ но в случае существуют $a_1,b_1 \in I_F(N)$ И $b_1-a_1=b-a \in I_F(N)$ что И доказывает теорему 1.

Изучим более подробно множества $H_F(N)$.
Лемма 1.Для множества $H_F(N)$ верно оценка $\sharp_F(N) \leq 2^n p^s N-1$.

Доказательство.Пусть вначале$F=\mathbb{Q}_l$, тогда $h=a-b \in H_F(N)$ тогда и только тогда когда $h=a-NP^{-N}+...+a_{-1P^{-1}}$ если $a \geq b$ или
$h=a-NP^{-N}+...+a_{-1P^{-1}}+\sum\limits_{i=0}^{\infty}\langle p-1\rangle p^i$ если $a \leq b$. Учитывая случай $a=b$ получаем $\sharp H_{\mathbb{Q}_l}(N)=2p^N-1$.

Аддитивная группа поля F изоморфна прямой сумме n экземпляров поля$\mathbb{Q}_l$.Пусть $N=eq+r, 0 \leq r < e$.Элемент $h \in H_F(N)$ имеет разложение

$$h=a_{-N,1}\,\varepsilon_1\pi^{-N}+...+a_{-N,s}\,\varepsilon_s\pi^{-N}+...+a_{-1,1}\,\varepsilon_1\pi^{-1}+...+a_{-1,s}\,\varepsilon_s\pi^{-1}$$

где $a_{-i,j} \in \{0,...,p-1\}$ и $i \in \{-N,...,-1\}, J \in \{1,...,s\}$. Сгруппиразложение $a_{-N,i}\,\varepsilon_i\pi^{-N},...,a_{-i,i}\,\varepsilon_i\pi^{-1}$ с шагом e

$$a_{-N+t,i}\,\varepsilon_i\pi^{-N+t}+a_{-N+t+e,i}\,\varepsilon_i\pi^{-N+t+e}...+a_{-N+t+qe,i}\,\varepsilon_i\pi^{-N+t+qe}$$

$=\varepsilon_i\pi^{-N+t}\langle a_{-N+t,i}+a_{-N+t+e,i}\,p+...+a_{-N+t+qe,i}\,p^q\rangle$, Где при $r \leq e-1$ суммы имеют q слагаемых. Применяя формулу
$\#H_{\mathbb{Q}}(N)=2p^N-1$, оцениваем

$$\#H_F(N) \leq (2p^{q+1}-1)^{rs}(2p^q-1)^{(e-r)s}$$

$$\leq (2p^{q+1}-1)^{rs}(2p^q)^{(e-r)s}-1=2^n p^{sN}-1,$$

.
Что И доказывает лемму.
Теорема 2. Пусть F - локальное поле характеристики ноль. Если $M>\frac{e}{\log_{2P,}}$ то множество функций $\in D_{-N}()$, сдвиги которых на элементы из I_F образуют ортонормированную систему в $L_2(F)$,содержит не тождественную функцию. Количество таких линейно независимых функций в пространстве $D_{-N}()$ не менее

$P^s(N+M) - 2^n p^{sN} + 1.$

Для доказательства теоремы докажем ряд вспомогательных утверждений. Рассмотрим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + ... + x_n = n \\ \alpha_{11}x_1 + ... + \alpha_{1n}x_n = 0 \\ ... \\ \alpha_{m1}x_1 + ... + \alpha_{mn}x_n = 0 \end{cases} \tag{1.2}$$

В которой И вектор является решением этой системы.Определим для системы вспомогательную систему

$$\begin{cases} Re(\alpha_{11})x_1 + ... + Re(\alpha_{1n})x_n = 0 \\ ... \\ Re(\alpha_{m1})x_1 + ... + Re(\alpha_{m1})x_n = 0 \\ Im(\alpha_{11})x_1 + ... + Im(\alpha_{1n})x_n = 0 \\ ... \\ Im(\alpha_{m1})x_1 + ... + Im(\alpha_{m1})x_n = 0, \end{cases} \tag{1.3}$$

Где Re(z),Im(z) -действительная И соответственно мнимая часть комплексного числа z. **Лемма 2.** Любое решение $overline\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ...\alpha_n)$ системы (2.4) у которого все коодинаты $\alpha_i \geq 0$, можно найти как линейну

$$\overline{\alpha} = (\overline{\alpha}' + m(\overline{\alpha}')\overline{\alpha_0})\frac{n}{nm(\overline{\alpha}') + \sum_{i=1}^{n}\alpha_i'} \tag{1.4}$$

где константа $m(\overline{\alpha}')$ определена равенством

$$m(\overline{\alpha}') = \begin{cases} \min\{\alpha_i'\}, & \text{если существует } \alpha_i' < 0, \\ 0, & \text{если все } \alpha_i' \geq 0, \end{cases} \tag{1.5}$$

$\overline{\alpha_0} = (1, 1, ..., 1) \in \mathbb{R}^n$ и $\overline{\alpha}'$ произвольное решение системы (2.3) отличное от $-m(\overline{\alpha}')\overline{\alpha}_0$.

Доказательство. Пусть -неотрицатеьное решение системы (2.2),Т.е. $\alpha_i \geq 0$. Тогда при всех j

$$\alpha_{j1}\alpha_1 + ... + \alpha_{jn}\alpha_n = 0,$$

и значит

$$Re(\alpha_{j1}\alpha_1 + ... + \alpha_{jn}\alpha_n) = 0 \qquad Im(\alpha_{j1}\alpha_1 + ... + \alpha_{jn}\alpha_n) = 0.$$

$Re(\alpha_{j1}\alpha_1 + ... + \alpha_{jn}\alpha_n) = Re(\alpha_{j1})\alpha_1 + ... + Re(\alpha_{jn}\alpha_n) = 0,$

$Im(\alpha_{j1}\alpha_1 + ... + \alpha_{jn}\alpha_n) = Im(\alpha_{j1})\alpha_1 + ... + Im(\alpha_{jn}\alpha_n) = 0.$

Следовательно $\overline{\alpha}$ - решение системы (2.3) . и равенство (2.4) выполнено при $\overline{\alpha'} = \overline{\alpha}$ В этом случае $m(\overline{\alpha'}) = 0$ так как все $\alpha_i \geq 0$
$\sum_{i=0}^{n} \alpha_i = 0.$

Пусть теперь$\overline{\alpha'}$ - произвольное решение системы (2.3). Проверим, что $\overline{\alpha}$ определенное по формуле (2.4), является решением системы (2.2) и все компоненты $\overline{\alpha_i} \geq 0$. Последнее условие следует из опре- деления $m(\overline{\alpha'})$. Так как $\overline{\alpha'}$ является решением системы (2.3), то $\overline{\alpha'}$ есть решение системы (2.2) без первого уравнения. Учитывая, что $\overline{\alpha_0} = (1, 1, ...,)$ есть решение системы (2.2), то $\overline{\alpha}$ является решением системы (2.2) без первого уравнения. А так как $\overline{\alpha} \neq -m(\overline{\alpha'})\overline{\alpha_0}$, то из (2.4) следует, что $\overline{\alpha}$ удовлетворяет и первому уравнению. Лемма доказана.
Лемма 3. Если $\overline{\alpha_0}, \overline{\alpha_1{}'}, ..., \overline{\alpha_r}$ - фундаментальная система решений системы (2.3), то соответствующие решения $\overline{\alpha_1}, ..., \overline{\alpha_r}$ (2.2) линейно независимы.

Доказательство. Пусть $\gamma_1\overline{\alpha_1} + ... + \gamma_r\overline{\alpha_r} = 0$ и существует $\gamma_j \neq 0$.

$$\gamma_1(\overline{\alpha_1{}'} + m(\overline{\alpha_1{}'})\overline{\alpha_0}) + ... + \gamma_r(\overline{\alpha_r{}'} + m(\overline{\alpha_r{}'})\overline{\alpha_0}) = 0,$$

$$\gamma_1\overline{\alpha_1{}'} + ... + \gamma_r\overline{\alpha_r{}'} + (m(\overline{\alpha_1{}'}) + ... + m(\overline{\alpha_r{}'}))\overline{\alpha_0}) = 0,$$

и так как существует $\gamma_j \neq 0$, то это противоречит линейной незави- симости векторов $\overline{\alpha_0}, \overline{\alpha_1'}, \overline{\alpha_r{}'}$.

Доказательство теоремы 2. Рассмотрим систему линейных урав- нений (2.1) из теоремы 1. После умножение всех уравнений на qp^{sN} эта система приводится к системе (2.2). Из свойства ортогональности характеров следует, что $\overline{\alpha_0} = (1, ..1)$ является решением системы. Эта система имеет $p^s(N + M)$ ра неизвестных и не более $2^N p^{Ns} - 1$ уровне- ней. Без первого уравнения остается $2^N p^{Ns} - 2$ уравнений, но уравне ния, соответствующие$h - h$, являются комплексно сопряженными силу свойств аддитивности функции ψ_i, а мы ищем действительные решения, поэтому можно оставить половину уравнений 2^{n-1}, в вспомогательная система имеет $2^n p^{Ns} - 2$ уравнений. Следовательно из лемм 2 и 3 получаем, что система линейных уравнении из теоремы 1 имеет не меньше $k = p^s(N + M) - (2^n p^{Ns} - 2) - 1$ линейно независи- мых решений. Ясно, что $P^s(N+M) - 2^n P^{Ns} = (P^{sM} - 2^n)P^{Ns} > 0$ если $(P^{sM} - 2^n)P^{Ns} > 0$, т.е.$M > \frac{e}{\log_2 p'}$

, так как $n = se$. В случае поля $\mathbb{Q}_P$, k > 1 ,кроме случая, когда $P = 2$ и $M = 1$.

Замечание 1. В [2] для поля доказано, что система из теоремы 1 имеет единственное действительное решение при условии, что небо- теме P^N коэффициентов отлично от нуля. Это так, если функция удовлетворяет масштабирующему уравнению. Мы показываем, что если отказаться от этого условия, то появляются другие действительные решения.

Замечание 2. В случае поля $\mathbb{Q}_p$ всегда есть нетождественная функция, обладающая системой ортогональных сдвигов, исключение только при $P = 2$ и $M = 1$, что доказано в [6].

1.2 Построение функций с ортогональной системой сдвигов в поле p-адических чисел

Пусть $\mathbb{Q}_p$ p поле p-адических чисел. Любое p-адическое число $x \neq 0$ единственным образом представимо в виде

$$x = P^{\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} x_K p^K$$

где $x_K = \{0, 1, ..., p-1\}$ и $x_0 \neq 0, \gamma \in \mathbb{Z}$.Дробной частью числа x называется $\{x\}_p = P^{\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} x_K p^K$,множество $B_{\gamma}(a) = \{x \in \mathbb{Q}_p \parallel\parallel x - a \parallel_p \leq p^{\gamma}\}$ является p-адическим шаром. Обозначим $D_N(M)$ где $N, M \in \mathbb{N}$,множество локально постоянных функций носитель которых содержиться в $B_N(0)$ и являющихся P^M периодическими.

Для построения кратномаштабного анализа на $\mathbb{Q}_P$ [1] одним из важных условий является существование функции φ ? сдвиги, которой на элементы из H_0 ортонормированную систему в $L_2(\mathbb{Q}_P)$. При $P = 2$ и $M = 1$ 'этот вопрос был изучен в [2]. Мы изучаем способы нахождения таких функций при других значениях P.

Теорема 1. Если p- нечетное простое или при $= 2$ и $M \geq 2$,то множество $\varphi \in D_N(M)$, , сбвиги которых на элементы из H0 образуют ортонормированную систему в $L_2(\mathbb{Q}_P)$ содержат не менее $N + M - 4(P^{N-1-1})$ линейно независимых функци в пространстве $D_N(M)$

Нами получен алгоритм нахождения таких функций и способы определения коэффициентов разложения по системе сдвигов этих функций.

1.3 ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Пусть поле $\mathbb{Q}_p$ p-адических чисел. Любое p-адическое число $x \neq 0$ единственным образом представимо в виде

$$x = \pi^{\gamma} \sum_{k=0}^{\infty} x_k p^k,$$

где $x^k \in \{0, 1, ..., p-1\}$ и $x \neq 0$, $\gamma \in \mathbb{Z}$. Дробной частью числа x называется $\{x\}_p i = p^{\gamma} \Sigma_{k=0}^{-\gamma-1} x_k \pi^k$, множество H_0 состоит из чисто дробных чисел $x = \{x\}_p$. $x = \{x\}_{\pi}$. Множество $B_{\gamma}(a) = \{x \in \mathbb{Q}_p \, |||| \, x - a \, \|_p \leq p^{\gamma}\}$ является $\pi-$адическим шаром. Обозначим $D_N(M)$, где $N, M \in \mathbb{N}$, множество локально постоянных функций носитель которых содержится в $B_N(O)$ и являющихся p^M — периодическими. Преобразование Фурье функции $\varphi \in D_N(M)$ определяется равенством

$$\hat{\varphi}(\xi) = \int_{\mathbb{Q}_p} \chi_p(\xi x) dx, \quad \xi \in \mathbb{Q}_p$$

где $\chi_p(\xi \cdot x) = e^{2\pi \{\xi \cdot x\}_p}$ есть аддитивные характер поля $\mathbb{Q}_p$.

Для того что бы сдвиги функции φ на элементы из H_0 образовывали ортонормированную систему в $L_2(\mathbb{Q}_p)$ она должна удовлетворять условиям.

Теорема 1.1. *Пусть $M, N \in \mathbb{N}; \varphi \in D_N(M);$. Система сдвигов $(\varphi(x-h))_{h \in H_0^{(N)}}$ — будет ортонормированной тогда и только тогда, когда*

$$\sum_{s=0}^{p^{N+M}-1} | \, \hat{\varphi}(\frac{s}{p^N + M}) \, |^2 \, \chi_p(\frac{sk}{p^N + M}) =$$

$$= \begin{cases} p^N, & \text{если } k = 0, \\ 0, & \text{если } k \in \{1, ..., p^N - 1\}, \\ 0, & \text{если } k \in \{1 + (p^{N+M} - p^N), ..., p^N - 1 + (p^{N+M} - p^N)\} \end{cases}$$

Сложность построения функции φ по решениям системы уравнений из теоремы 1 заключается в нахождение неотрицательных действительных решений системы с комплексными коэффициентами.

Теорема 1.2. *Если $p > 3$- простое, а при $p = 2, 3$ и $M \geq 2$, то множество φ $D_N(M)$, сдвиги которых на элементы из H_0 образуют ортонормированную систему в $L_2(\mathbb{Q}_p)$ содержат не менее $p^{N+M} - 4(p^{N-1} - 1)$ линейно независимых функций в пространстве $D_N(M)$*

Нами получен алгоритм нахождения таких функций и способы определения коэффициентов разложения по системе сдвигов этих функций.

Замечание 1.1. *Теорема **3.2** имеет место и в случае локальных полей нулевой характеристики. Эти поля являются расширениями полей p-адических чисел. Для этих полей имеется мало результатов про вейвлет ситемы. Построение функций из теоремы **3.2** может предсталять интерес, так как они являются многомерными как функции над* $L_2(\mathbb{Q}_p)$. *В случае локальных полей простой характеистики теория вейвлет систем разработанна намного лучше.*

Заключение

В ходе выполнения данной работы были рассмотрены ортогональные системы сдвигов в p-адических полях и их свойства, были изучены системы сдвигов в локальных полях нулевой характеристики, а также в построение функций с ортогональной системой сдвигов в поле p-адических чисел пространствах. Поставленные цели курсовой работы выполнены.

Данной работы описывается p-адичнозначное гауссово интегрирование и пространства функций, интегрируемых с квадратом.