МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра компьютерной алгебры и теории чисел

Представление натуральных чисел с использованием полиадических чисел

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студент 2 курса 227 группы

направления 02.04.01 – Математика и компьютерные науки,
код и наименование направления

профиль подготовки: Математические основы компьютерных наук

механико-математического факультета
наименование факультета, института, колледжа

МАДИБРОХИМОВА ИЛХОМДЖОНА ИСРОИЛОВИЧА
фамилия. имя, отчество

Научный руководитель
зав.каф., к. ф.-м.н, доцент ____________________ А.М. ВОДОЛАЗОВ
должность, уч. степень, уч.звание подпись, дата инициалы, фамилия

Зав. кафедрой
зав.каф., к. ф.-м.н, доцент ____________________ А.М. ВОДОЛАЗОВ
должность, уч. степень, уч. звание подпись, дата инициалы, фамилия

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы.

Рассматривается задача о представлении натурального числа x в виде суммы чисел

$$2^a 3^b, \qquad a, b \in \mathbb{N}\{0\} \tag{1}$$

В работе приводится алгоритм решения этой задачи, на первом шаге которого находят наибольшее число w вида (1), не превосходящее число x. Затем та же процедура применяется к числу $x - w$ и так далее, пока не будет получено число 0. Рассматриваются арифметические свойства целых полиадических чисел. Доказывается, что всякий бесконечная алгебраическая независимость полиадических чисел непрерывен. Здесь описываются некоторые классы арифметические свойства целых полиадических чисел в конечномерных пространствах, а также изучаются некоторые общие вопросы теории полиадические числа.

Цель работы.

1) Изучить натуральных чисел с использованием полиадических чисел.
2) Изучить $DBNS-$ разложение и факториальное представление натурального числа
3) Привести несколько примеров разложений чисел указанными выше способами

Описание структуры работы.

Магистерская работа состоит из введение, пяти разделов, заключения , списка использованных источников, содержащего 20 наименования и приложения. Работа содержит 84 страниц.

Краткая характеристика материалов работы.

В данной работе рассматриваются арифметические свойства натуральных чисел с использованием полиадических чисел. Доказывается, что всякий бесконечная алгебраическая независимость полиадических чисел непрерывен. Здесь описываются некоторые классы арифметические свойства целых полиадических чисел в конечномерных пространствах, а также изучаются некоторые общие вопросы теории полиадические числа.

Научная новизна и значимость работы.

Научная новизна состоит о представление натуральных чисел с использованием полиадических чисел.

Положения, выносимые на защиту.

1) Представление натуральных чисел слагаемыми определенного вида и ряд теорем.
2) $DBNS -$ разложение и факториальное представление натуральных чисел с численными экспериментами.
3) Преобразование периодических последовательности с подробными доказательства ряд теорем.
4) Эффективные оценки глобальных отношений на сериях типа Эйлера и ряд теорем с доказательством.

Основное содержание работы.

Раздел 1: Представление натуральных чисел слагаемыми определенного вида

Данную статья мы будем посвящать задаче о представлении натурального числа в виде суммы слагаемых определенного вида. Наша задача имеет старинную историю. С ней объединены многочисленные отличные результаты и незаконченные проблемы.

Современные компьютерные технологии вызывают определенный внимание к кое-каким частным случаям данной задачки. К примеру, в алгоритмах построения в степень нередко применяются представление натуральных чисел в системе с 2-мя причинами (DBNS – double base number system). В данной задачке получены асимптотические оценки для количества членов в разложении натурального числа этим методикой и для меньшего натурального числа, не представимого данным численностью слагаемых в системе с 2-мя причинами.

В нашей предлагаемой работе эти оценки важно устанавливаются. Для этого применяются довольно четкие оценки линейных форм от логарифмов, постановленным Салиховым [1].

Введем нужные обозначения. Пускай $P = \{p_1, \ldots, p_t\}$ означает большое количество произведений целых неотрицательных степеней чисел $p_1, \ldots, p_t$. Множество $A_{\pm}$ определяется как $A \cup (-A)$.

Жарден и Наркевич [2] обосновали, собственно что не существует такого натурального числа k, то что любое натуральное число n возможно вообразить суммой никак наиболее чем k слагаемых из множества A.

Из аксиомы Натансона [3] следует, то что для всякого натурального числа k имеется безграничное множество целых чисел n подобных, то что число k предполагает собою минимальное значимость l, для которых имеет место представление

$$n = a_1 + a_2 + \cdots + a_l \qquad a_1, a_2, \ldots a_l, \in A_{\pm}$$

Отметим посредством $F(k)$ наименьшее натуральное число, что невозможно вообразить в виде суммы наименее чем k слагаемых из большое количества A. Где величина $F_{\pm}(k)$ определяется подобным способом для множества $A_{\pm}$. Изучим задачу получения оценок с целю величин $F(k)$, $F_{\pm}(k)$. В работе [4] получены эти оценки с целю общего случая $P = \{p_1, \ldots, p_t\}$.

Теорема 1 [4; теорема 2]. Пусть $P = \{p_1, \ldots, p_t\}$ – конечное множество простых чисел и A – множество произведений целых неотрицательных степеней чисел из P . Пусть k – натуральное число. Пусть $F(k)$ обозначает наименьшее натуральное число, которое нельзя представить в виде суммы $\sum_{i=1}^{k} a_i$ с $a_i \in A \cup [0]$ а $F_{\pm}(k)$ обозначает наименьшее натуральное число, которое нельзя представить в виде суммы $\sum_{i=1}^{k} a_i$ с $a_i \in A_{\pm} \cup [0]$. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существуют число c, зависящее только от двух наименьших чисел из P , число C, зависящее только от ε, и абсолютная постоянная $C_{\pm}$такие, что

1) $F(k) > k^{ck}$для всех $k > 1$;

2) $F(k) \leq \mathrm{C}(kt)^{(1+\varepsilon)kt}$для всех $k > 1$;

3) $F_{\pm}(k) < \exp((kt)^{C_{\pm}})$ для всех $k > 1$;

Для упомянутой выше задачи возведения в степень зачастую важно понимание натуральных чисел в системе с 2 - мя причинами: 2 и 3.

Одна из весомых задач – получение асимптотической оценки длины представления числа n суммой слагаемых типа 2^a3^b с неотрицательными целыми a также b. Для разложения применяется «жадный» алгоритм, состоящий в том, собственно что из числа n вычитается наибольшее число вида 2^a3^b с неотрицательными цельными a и b. Вслед за этим с полученным числом выполняется также процедура и т.д.

В работе [5] установлена грядущая асимптотическая оценка.

Теорема 2 [5]. Длительность работы приведенного повыше алгоритма равна

$$O\left(\frac{\log_2 n}{\log_2 \log_2 n}\right), \qquad n \to +\infty.$$

В подтверждении данной аксиомы значимо применена аксиома Тайдемана [6], в которой ведущую роль играет оценка линейной формы от логарифмов чисел 2 и 3. В работе [5] замечено, то что оценка для величины неизменной, подразумеваемой в данном асимптотическом соотношении, довольно великовата и далека от значений, получаемых при практических вычислениях.

Непосредственно за счет применение довольно четких оценок линейных форм от логарифмов чисел 2 и 3, поставленных Салиховым [1], и получается получить уточнение приведенных повыше оценок.

Как раз, в работе [7] подтверждено, то что приведенное в теореме 2 асимптотическое соответствии выполняется при надлежащих критериях (формулируется ряд облегченных и короткий вид теоремы из.)

Теорема 3 [7]. При всяком $C \geq 33/8$ и любом $\varepsilon > 0$ при $n \geq N(C, \varepsilon)$ длительность работы приведенного повыше алгоритма не превосходит величины

$$C_0 \frac{lnn}{lnlnn},$$

где возможно считать, то что $C_0 = 6$.

Перейдем к уточнению оценок теоремы 1.

Теорема 4. Пусть A состоит из чисел вида $2^a 3^b$ с неотрицательными цельными a и b. Множество $A_\pm$ определяется, как $A \cup (-A)$. Обозначим сквозь $F(k)(F_\pm(k))$ – наименьшее натуральное число, которое невозможно представить в виде суммы наименее чем k слагаемых из множества $A(A_\pm)$. Тогда для каждого $\varepsilon > 0$ есть число k_0 подобно, то что при $k > k_0$ испольняется неравенства

$$\left(\frac{k}{6}\right)^{k/6} \le F(k) \le F_\pm(k) \le (2k)^{(1+\varepsilon)2k}.$$

Замечание. Неизменной k_0 в данной теореме не считается действенной. Итог с эффективной неизменной k_0содержит значительно нелучшую оценку сверху вида $F_\pm(k) < \exp((2k)^{C_\pm})$. Потому что объектом исследования считалось получение асимптотически более четкой оценки, требование эффективности неизменной спущено. Подчеркнем, то что совершенствования известного итога достигнуто в оценке снизу величины $F(k)$ за счет такого, то что была применена теорема Салихова [1] об оценке линейной формы от $\ln 2,\ \ln 3$. Оценка $F(k) > k^{ck}$, получившейся на основе теоремы Тайдемана, содержит значительно наименьшую, чем 1/6, значение (порядка 0.000001).

Преступим чтобы доказать теоремы 4. Ввиду теоремы 3 численность слагаемых k в представлении числа n суммой слагаемых вида $2^a 3^b$с неотрицательными цельными a и b удовлетворяет неравенству $k \ge 6 \ln n / \ln\ln n,$ или $k \ln\ln n \ge 6 \ln n,$ или же $\ln(\ln n) k \ge 6 \ln n$, где $(\ln n)^k \le n^6$. Таким образом, применяя неравенство $\left(\frac{1}{6}\right) k \ln\ln n \le \ln n$, получаем

$$n \ge (\ln n)^{\frac{k}{6}} \ge (\frac{1}{6k} \ln\ln n)^{k/6} \ge (\frac{1}{6} k)^{\frac{k}{6}}.$$

Подобным способом, $F(k)$, т.е. наименьшее число, которое невозможно представить в виде суммы наименее нежели k слагаемых из множества A, удовлетворяет неравенству

$$F(k) \geq (\frac{1}{6}k)^{\frac{k}{6}}.$$

Первую часть теоремы мы доказали.

Подчеркнем явное неравенство $F(k) \leq F_{\pm}(k)$ (в случае если получилось представить число в виде суммы слагаемых из A, в таком случае мы получим представление и в виде суммы слагаемых из $A_{\pm}$. Для получении оценки сверху с целью величины $F_{\pm}(k)$ мы следуем подтверждению теоремы 3 из работы [4]. В нем применена теорема Эвертса о подпространствах [8], которую мы сформулируем в последующем виде.

Лемма [8]; следствие 1]. Пусть числа c, d удовлетворяют неравенствам $c > 0$, $0 \leq d \leq 1$. Пусть $S_0 = \{2{,}3\}$, и пускай l – натуральное число. За это время есть только конечное число наборов цельных чисел $(x_0, x_1, \dots, x_l)$ этих, то что НОД$(x_0, x_1, \dots, x_l) = 1$ также выполняется равенство

$$(x_0 + x_1 + \cdots + x_l) = 0,$$

а для всякого собственного содержательного подмножества $\{i_0, i_1, \dots, i_s\}$ множества $\{0, 1, \dots, l\}$ обладает место неравенство

$$x_{i0} + x_{i1} + \cdots + x_{is} = 0$$

помимо этого,

$$\prod_{j=0}^{l} (|x_j|\,|x_j|2|x_j|3) \leq c(\max_{0\leq j\leq l}|x_j|)^d.$$

Замечание. Знаки $|x_j|2|x_j|3$ означают, в соответствии с этим, 2-адическое и 3-адическое нормирования целого числа x_j . Припомним, то что в если p – простое число и целое число x распределяется в точности на p^k, в таком случае $|x|_p = p^{-k}$.

Пусть n – целое число, не делящееся ни на 2, ни на 3, и пусть

$$n = a_1 + a_2 + \cdots + a_l \qquad a_1, a_2, \dots\ a_l \quad \in A_{\pm},\ l \leq k.$$

Возможно считать, что l наименьшее, таким образом то что любая сумма, состоящая не из всех слагаемых $a_1, a_2, \dots\ a_l$, никак не обращается в нуль. Согласно определению множества $A_{\pm}$НОД$(a_1, a_2, \dots\ a_l) = 1$. Используя лемму с $c = 1$, $d = 1/2$ к уравнению $a_0 + a_1 + \cdots + a_l = 0$, где $a_0 = -n$. Значит, для данного k есть только конечное число наборов целых чисел $(n, a_1, a_2, \dots\ a_l)$ с критериями, то что n – целое число, никак неделящееся ни на 2, ни на 3, и $l \geq k$ подобных, то что

$$n = a_1 + a_2 + \cdots + a_l, a_1, a_2, \dots a_l \in A_{\pm}, n \leq (\max_{0 \leq j \leq l} |a_j|)^{1/2}, \qquad n^2 \leq \max_{0 \leq j \leq l} |a_j|$$

Пусть N_0 означает наибольшее из чисел $|n|$ для всех этих наборов (если таких наборов нет, то $N_0 = 0$). Проанализируем натуральное число $n > N_0$, никак неделящееся ни на 2, ни на 3. За это время для всякого представления числа n в виде

$$n = a_1 + a_2 + \cdots + a_l, \qquad a_1, a_2, \dots , \qquad a_l \in A_{\pm}, \qquad l \leq k,$$

будет выполняются неравенства

$$|a_j| < n^2, \qquad j = 1, \dots, l.$$

Предположим что $a_j = \pm 2^{S_1} 3^{S_2}$ и в результате мы получим неравенство $max\{S_1, S_2\} < 2 \log_2 n$. Число подобных возможных наборов $(a_1, a_2, \dots a_l)$ для данного l не превосходит числа $2^l (2 \log_2 n)^{2l}$, а вероятных наборов $(a_1, a_2, \dots a_l)$, $l \leq k$, не более чем $2 \cdot 2^k (2 \log_2 n)^{2k}$. Тогда при $N \geq N_0$существует не более чем $N_0 \cdot 2^k (2 \log_2 N)^{2k}$ натуральных чисел $n \leq N$, никак неделящееся ни на 2, ни на 3, имеющих представление в виде суммы не больше k слагаемых из $A_{\pm}$. Количество натуральных чисел $n \leq N$, не делящееся ни на 2, ни на 3, не меньше, чем $N/3$. Значит, для такого, дабы нашлось число $n \leq N$, не имеющее требуемого представления, довольно, для того чтобы выполнялось неравенство

$$\frac{N}{3} > N_0 + 2 \cdot 2^k (2 \log_2 n)^{2k} = N_0 \cdot 2^{3k+1} (\log_2 N)^{2k},$$

Или же

$$N > 6N_0 \cdot 2^{3k} (\log_2 N)^{2k}.$$

Значит,

$$\log_2 N > 2k(\log_2 \log_2 N + \frac{3}{2} + \log_2 6N_0)$$

либо

$$2k < \frac{\log_2 N}{\log_2 \log_2 N + C_0}.$$

Пусть $N > (2k)^{(1+\varepsilon)2k}$. По причине монотонности функции $\frac{\log_2 x}{\log_2 \log_2 x + C_0}$ при больших x при довольно больших k имеем

$$\frac{\log_2 N}{\log_2 \log_2 N + C_0} > \frac{(1+\varepsilon)2k \log_2 2k}{\log_2 2k + \log_2\big((1+\varepsilon)\log_2 2k\big) + C_0} > 2k.$$

Отсюда,

$$F_{\pm}(k) \le (2k)^{(1+\varepsilon)2k}.$$

Теорема доказана.

Раздел 2: Численные эксперименты

Так как асимптотические закономерности могут давать искажение представление об истинном характере поведение величин, в заданном интервале были проведены соответствующие численные эксперименты со случайными числами.

Описание алгоритма генерирования $n -$ разрядного псевдослучайного числа

Вход: $n, k -$ разрядное положительное целое число; Выход: num $n -$ разрядное положительное целое число;

1) $0 \to num,$
2) $while\ k > \ num\ do,$
3) Генерировать одноразрядное псевдослучайное число z такое что $0 \le z \le 9,$
4) $(num \cdot 10) + z \to num$,
5) $print\ num$

   Статистические данные. Было проведено 10 выборок по 100 чисел каждая. Разрядность каждого из чисел выборки колеблется от 159 до 160 разрядов.

В таблицах приведены средние значение длин разложений.

	Выборка 1	Выборка 2	Выборка 3	Выборка 4
$a_k \cdot k!$	81	81	81	81
$2^a \cdot 3^b$	62	61	62	61

	Выборка 5	Выборка 6	Выборка 7
$a_k \cdot k!$	81	81	81
$2^a \cdot 3^b$	62	62	61
	Выборка 7	Выборка 9	Выборка 10
$a_k \cdot k!$	81	81	81
$2^a \cdot 3^b$	62	62	62

В этих приделах требуются таблица размером: $a_k \cdot k! - 5151$ для $2^a \cdot 3^b - 175839$.

Раздел 3: Арифметические свойства полиадических рядов с периодическими коэффициентами

Исследуются арифметические свойства полиадических чисел, т. е. рядов вида

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n n!,$$

где числа $a_n \in \mathbb{Z}$ и образуют периодическую последовательность $\{a_n\}$.

Полиадические числа

В работе приведены доказательства утверждений, сформулированных в статье [1]. Основные понятия теории полиадических чисел изложены в [2]. Элементы кольца целых полиадических чисел имеют каноническое представление в виде ряда

$$a = \sum_{n=0}^{\infty} a_n\, n!, \qquad (1)$$

где $a_n \in \{0, 1, \ldots, n\}$.

Кольцо целых полиадических чисел является прямым произведением колец целых p_i-адических чисел $\mathbb{Z}_{pi}$ по всем простым числам p_i , при этом ряд a сходится в любом кольце $\mathbb{Z}_{pi}$. Действительно, степень, в которой простое число p входит в разложение числа $n!$ на простые множители, равна $(n - S_n)/(p-1)$, где S_n– сумма цифр в p - ичном разложении числа n. Следовательно, для любого p_i при $n \to \infty$ справедливо соотношение

$$|a_n n!|_{pi} \to 0 \qquad (2)$$

что является достаточным условием сходимости ряда (1) в $\mathbb{Z}_{pi}$, соответствующую сумму будем обозначать $a^{(pi)}$.

Таким образом, бесконечный набор элементов $a^{(pi)} \in \mathbb{Z}_{pi}$, соответствующих всем простым числам p_i , можно рассматривать как совокупность координат элемента a кольца целых полиадических чисел, представленного в виде вектора. Поэтому для любого многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами полиадическое число $P(a)$ имеет в кольце $\mathbb{Z}_p$ координату $P\left(a^{(p)}\right)$.

Назовем полиадическое число a алгебраическим, если существует отличный от нуля многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами такой, что полиадическое число $P(a)$ равно нулю, т. е. для любого простого числа p в кольце $\mathbb{Z}_p$ выполнено равенство $P\left(a^{(p)}\right) = 0$

Полиадическое число, которое не является алгебраическим, естественно называть трансцендентным полиадическим числом. В этом случае для любого отличного от нуля многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами существует хотя бы одно простое число p такое, что в кольце $\mathbb{Z}_p$ выполнено неравенство $P\left(a^{(p)}\right) \neq 0$.

Будем называть полиадическое число бесконечно трансцендентным, если для любого отличного от нуля многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами существует бесконечное множество простых чисел p таких, что в кольце $\mathbb{Z}_p$ выполнено неравенство $P\left(a^{(p)}\right) \neq 0$.

Наконец, будем называть полиадическое число глобально трансцендентным, если для любого отличного от нуля многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами и любого простого числа p в кольце $\mathbb{Z}_p$ выполнено неравенство $P\left(a^{(p)}\right) \neq 0$.

Отметим, что из бесконечной трансцендентности a не следует трансцендентность $a^{(p)}$ хотя бы для одного простого числа p.

Назовем полиадические числа a_i, $i = 1, \ldots .. m,$ алгебраически зависимыми, если существует отличный от нуля многочлен $P(x_1, \ldots .. x_m)$ с целыми коэффициентами такой, что полиадическое число $P(a_1, \ldots .. a_m)$ равно нулю, т. е. для любого простого числа p в кольце $\mathbb{Z}_p$ выполнено равенство

$$P\left(a_1^{(p)}, \ldots .. a_m^{(p)}\right) = 0.$$

Алгебраически независимые, бесконечно алгебраически независимые и глобально алгебраически независимые полиадические числа a_i, $i = 1, \ldots .. m,$, определяются аналогично трансцендентному, бесконечно трансцендентному и глобально трансцендентному полиадическому числу.

Арифметические свойства полиадических чисел изучены относительно мало. С именем Эйлера связан ряд $\sum_{n=0}^{\infty} n\,!$, Гипотеза Курепы [3] относится к частичным суммам этого ряда и утверждает, что для любого простого числа $p > 2$ число

$$\sum_{n=0}^{p-1} n\,!,$$

не делится на p. Это означает, что

$$\left|\sum_{n=0}^{\infty} n\,!\right|_p = 1$$

для любого p Гипотеза Курепы до сих пор не доказана, хотя можно доказать бесконечную трансцендентность ряда $\sum_{n=0}^{\infty} n\,!$, что, в частности, следует из доказанных ниже теорем.

Интерес к полиадическим числам вызывает также то, что любое натуральное число M допускает единственное представление в виде

$$M = \sum_{n=1}^{N} a_n n\,! \qquad a_n \in \{0, 1, \dots, \mathrm{n}\}, \tag{2}$$

так называемое полиадическое (или факториальное) представление. Свойства этого представления в сравнении с разложением с двойной базой или в цепь с двойной базой изучались в [4].

Отметим, что справедливо следующее утверждение, доказанное в работе [5].

Утверждение. Для любого $p(x) \in \mathbb{Z}[x]$ имеет место равенство

$$\sum_{n=0}^{\infty} p(n) n! = A \sum_{n=0}^{\infty} n! + B \tag{3}$$

где $A, B \in \mathbb{Z}$, точные значения A и B приведены ниже

Действительно, пусть многочлен $p(x)$ имеет степень m. Представим его в виде

$$p(x) = a_m(x+1)(x+2)\dots\dots(x+m) + a_{m-1}(x+1)(x+2)\dots(x+m-1) +$$
$$+ a_2(x+1)(x+2) + a_1(x+1) + a_0$$

где $a_i \in \mathbb{Z}$, $i = 0, 1, \dots\dots\dots m.$

Тогда

$$\sum_{n=0}^{\infty} p\ (n)n! = \sum_{n=0}^{\infty} (\, a_m(n+m)! + \cdots + a_1(n+1)! + a_0 n!$$

$$= a_m\left(\left(\sum_{n=0}^{\infty} n!\right) - \sum_{n=0}^{m-1} n!\right) + \cdots a_1\left(\sum_{n=0}^{\infty} n! - 1\ \right) + \ a_0 n!$$

$$= (a_0 + \cdots + a_m)\left(\sum_{n=0}^{\infty} n!\ \right) - (a_m \sum_{\infty}^{m-1} n! + \cdots + a_1 1! + a_1)$$

где

$A = a_0 + \cdots + a_m \quad \in \mathbb{Z}\,, \qquad B = -(a_m \sum_{n=0}^{m-1} n! + \cdots + a_1) \quad \in \mathbb{Z}$

Равенства (4) и (3) служат источником полиадических формул, например,

$$\sum_{n=0}^{\infty} nn! = -1, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - 1)n! = 1.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мною был рассмотрен различные свойства натуральных чисел с использованием полиадических чисел. В первом разделе работы я рассмотрел теории натуральных чисел который связанны с ней и имеют ряд нерешенных проблем. Одно из основных свойств это возведение в степен и разложение чисел. Эффективность данных разложений мы можем увидеть из статистических выборок экспериментов с разложениями чисел.

В нашей время генерация псевдослучайных чисел является одной из важнейших задач информатики. В работе показал алгоритм псевдослучайных чисел. Статистические данные который мною был приведен позволяет нам сделать вывод, собственно что сгенерированные данным способом числа распределяются равномерно.