

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

*Кафедра компьютерной физики  
и метаматериалов на базе Саратовского филиала  
Института радиотехники и электроники  
имени В. А. Котельникова РАН*

**РАСЧЕТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ  
МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ КОЛЕЦ ГЕЛЬМГОЛЬЦА**

**АВТОРЕФЕРАТ  
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ (БАКАЛАВРСКОЙ) РАБОТЫ  
студентки 4 курса 431 группы направления 03.03.02 «Физика»  
физического факультета  
Котенко Татьяны Сергеевны**

Научный руководитель  
к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

О.А.Черкасова

Зав. кафедрой:  
д.ф.-м.н., профессор

\_\_\_\_\_

В.М. Аникин

Саратов 2020 год

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** С развитием вычислительной техники появилась возможность проводить расчеты сложных магнитных структур для проектирования различных устройств. Такой подход позволяет получить более широкое представление о структуре поля в исследуемой системе. Расчеты магнитных и электрических систем или конструкций, создающих требуемое магнитное поле, в программах конечно-элементного анализа основываются на уравнениях Максвелла. При этом магнитные и электрические свойства используемых материалов в основном моделируются с помощью простых скалярных моделей. Для создания электромагнитных полей можно применять высокочастотные катушки Гельмгольца, использующиеся с однородными, но изменяющимися во времени электромагнитными полями. Данные элементы необходимы для приборов, которые, к примеру, используют для измерения электромагнитных полей внешней среды, при поверке устройств или в исследовательских экспериментах. В силу того, что плотность электромагнитного поля прямо пропорциональна току, для создания мощного электромагнитного поля требуется большой ток.

**Целью работы** является построение математической модели колец Гельмгольца и моделирование на ее основе однородность магнитного поля.

Сформулированная цель требует решение следующих **задач**:

1. Выбор физической модели и соответствующих формул электро- и магнитостатики;
2. Создание математической модели, которая позволит описать кольца Гельмгольца;
3. Моделирование магнитного поля, создаваемого двумя катушками;
4. Расчет основных характеристик катушек Гельмгольца.

Моделирование – это исследование какого-либо объекта или системы объектов путем построения и изучения их моделей. Это использование

моделей для определения или уточнения характеристик и рационализации способов построения вновь конструируемых объектов.

На идее моделирования базируется любой метод научного исследования, при этом, в теоретических методах используются различного рода знаковые, абстрактные модели, в экспериментальных - предметные модели. При исследовании, сложное реальное явление заменяется некоторой упрощенной копией или схемой, иногда такая копия служит лишь только для того, чтобы запомнить и при следующей встрече узнать нужное явление. Иногда построенная схема отражает какие-то существенные черты, позволяет разобраться в механизме явления, дает возможность предсказать его изменение. Одному и тому же явлению могут соответствовать разные модели. Задача исследователя - предсказывать характер явления и ход процесса. Иногда, бывает, что объект доступен, но эксперименты с ним дорогостоящи или привести к серьезным экологическим последствиям. Знания о таких процессах получают с помощью моделей.

В данной работе мы рассмотрим принцип действия катушек, распространение магнитного поля в зависимости от свойств катушек, окружающей среды и их расположения. В работе будем использовать готовое моделирование в программе Comsol, для сравнения своего моделирования. Для моделирования, мы будем использовать бесплатную программу ELCUT Студенческий 6.4.

**Структура работы** : введение, 5 глав, заключение. Список использованных источников содержит 32 наименований. Содержит 36 страниц и 23 рисунка.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы дипломной работы, указываются цели, задачи и структура работы.

**Первая глава** дипломной работы имеет обзорный характер. В ней было рассмотрено общее понятие и принцип работы катушек Гельмгольца. Катушки Гельмгольца – это система, состоящая из пары идентичных колец, которые расположены на одной оси на расстоянии, равнозначном их радиусу. Был проанализирован принцип действия катушек Гельмгольца, где пришли к выводу, что электромагнитное поле, имеющееся на оси устройства обладает высоким уровнем продольной однородности. Также выяснили, что систему из двух витков использовать не представляется возможным в силу того, что ток, который требуется для формирования даже небольших электромагнитных полей будет слишком большим. В силу того, что величина поля электромагнитной индукции прямопропорциональна силе тока, проходящего через сечение катушек Гельмгольца, то есть произведению силы тока и количества витков  $NI$ , то при практическом создании системы применяют кольца с большим количеством витков, но меньшей силой тока. Однако размер катушки необходимо формировать опираясь на размер участка обмотки, который гораздо меньше, чем их средний радиус  $R_0$ , и располагать на расстоянии  $d_0 \approx R_0$ , которое следует начинать считать от центральных частей катушек. Следовательно, при сложении полей вклады этих нецентральных пар витков усредняются, а высокая степень однородности поля остается в большом объеме, невзирая на конечный размер секции катушки. Благодаря многочисленным исследованиям "эффективный радиус"  $R_{эф}$  при использовании толстых катушек можно вычислить так: учитывая, что нулевой показатель второй производной от  $B_1(z)$  оказывает, что показатель первой производной обладает максимальным значением, то есть при удалении от обозначенной точки сила электромагнитного поля снижается

стремительно. Промежуток от данной точки до центральной части катушек является  $R_{эф}$ , то есть равно расстоянию, которое имеется между центральными частями катушек. В случае, когда размер сечения обмотки катушек маленький в сравнении с их средним радиусом  $R_0$ , то  $R_{эф} \approx R_0$ .

**Вторая глава** дипломной работы посвящена методам расчёта колец Гельмгольца. При исследовании метода последовательного резонанса выяснили, что частота производимого магнитного поля и электрическое сопротивление катушек Гельмгольца неразрывно связаны. Если растёт один показатель, то сразу же увеличивается и второй ( $Z = j\omega L$ ). Для того, чтобы получить большую силу тока необходимо очень высокое напряжение, которое можно получить благодаря высокой частоте электрического сопротивления катушек; в системах, где требуется высокий показатель электромагнитного поля через катушки должен проходить ток с большей силой. Исходя из этого можно с уверенностью сказать, что преобразовать 5 кВ электрического напряжения при частоте 200 кГц достаточно сложно. Если требуется получить из большой силы тока высокочастотное электромагнитное поле, то можно использовать метод последовательного резонанса. Для того, чтобы высокочастотные катушки Гельмгольца функционировали в резонансной системе, в устройство необходимо включить последовательный конденсатор. В этом случае электрическое сопротивление противоположно относительно катушки. Благодаря этому последовательный конденсатор преобразуется в элемент компенсации электрического сопротивления. При использовании резонансной частоты реактивный импеданс полностью компенсирует реактивный импеданс катушки, то есть реактивные импедансы как катушки, так и последовательного конденсатора имеют идентичную величину, но противоположные знаки. В итоге остается только сопротивление катушки индуктивности, которое является помехой. Усилитель сигнала генератора (TS250) может пропускать большой ток через катушки Гельмгольца (LCR-цепь) даже на высокой частоте, то есть протеканию тока препятствует только

резистивная составляющая импеданса. Этот метод позволяет усилителю сигнала давать более высокий ток высокочастотным катушкам, но его лучше применять исключительно в ограниченном диапазоне возле резонансной частоты. Если в системе задать высокую частоту и большую силу тока, то напряжение может быть очень значительным и достигать показателей в тысячи вольт. Так, если через высокочастотную катушку Гельмгольца с индуктивностью 2 мГн пропустить ток в 1 А с частотой 200 кГц, то напряжение на последовательном конденсаторе будет 2512 В. При этом необходимо учитывать, что последовательный конденсатор должен быть рассчитан на данное напряжение.

При анализе метода резонансного усиления тока, пришли к выводу, что он может увеличить ток катушек Гельмгольца вдвое, благодаря чему можно на выходе получить силу тока катушки, который в 2 раза больше силы тока усилителя сигнала генератора. Именно поэтому резонанс служит оптимальным способом увеличить силу тока и электромагнитное поле. Для включения катушек Гельмгольца с применением резонансного увеличения силы тока необходима пара конденсаторов с идентичной емкостью. При этом один конденсатор должен быть последовательно соединен с катушками, а другой – параллельно им. Электрическое сопротивление катушек Гельмгольца при использовании резонансной частоты обладает только резистивным характером. Оно в 4 раза больше паразитного сопротивления. Катушки, применяемые для схемы резонансного увеличения силы тока, необходимо располагать так, чтобы их импеданс был наиболее низким.

При рассмотрении метода прямого управления, заключили, что если эксперимент проводится на низких частотах, а катушки имеют малую индуктивность, и оба фактора имеют место, то катушками Гельмгольца можно управлять непосредственно с помощью усилителя сигнала генератора – устройства TS250, которое производит фирма Accel Instruments. Из-за низкой частоты и маленькой индуктивности сопротивление катушки небольшое для прямого возбуждения непосредственно генератором.

Необходимо взять во внимание, что небольшая паразитарная резистентность игнорируется. Напряжение является максимальным, когда ток и частота максимальны. Наконец, катушки Гельмгольца должны быть подключены к высокочастотному источнику сигнала, который может быть сформирован, например, с помощью усилителя TS250. Исследованные ранее электромагнитные катушки Гельмгольца имеют свойство накопления большого количества энергии, что повышает вероятность поражения током.

**В третьей главе** рассматривалось моделирование в Elcut. Расчеты всех составляющих элементов, данные токовых единиц, количество витков – все это учитывалось при создании модели, как и во время аналитических вычислений. Для того чтобы в более простом виде представить систему «кольцевые катушки Гельмгольца – соленоид» была создана визуализация. В силу того, что в линии «кольца-соленоид» они включаются друг за другом, то сначала создается модель работы соленоида, а затем колец.

При исследовании распространения магнитного поля в центре соленоида пришли рассмотреть на примере создание задачи и построение модели в Elcut. После создания модели указали, что необходимо распределить физические свойства для её объектов: указать свойства метки блоков, в нашем случае их три воздух, катушка 1 и катушка 2, метки ребер ( $A=0$ ) и метки вершин (катушка 1 и катушка 2). В свойствах каждой катушки установили значение тока в 1 ампер. Для построения более сложных геометрических моделей лучше всего использовать программный продукт SolidWorks и после этого импортировать в Elcut. После того, как построили модель и внесли необходимые данные, можно перейти к решению задачи. Для того чтобы задача была решена необходимо создать триангулярную сетку для каждого объекта модели, после чего решить задачу. То есть в данной работе проведено исследование зависимости распределения магнитного поля создаваемого двумя круговыми токами в зависимости от различных параметров системы. Отметим, что магнитное поле существенно изменяется при удалении от осевой линии Данное исследование реализовано

по средствам численного моделирования с использованием метода конечных элементов.

Далее были приведены характеристики, расчёты и показатели качества катушек, где выяснили, что главная цель оптимизации конструктивных особенностей катушки заключается в достижении экстремума характеристической функции с сопутствующей задачей максимизации области однородности катушки. Сопротивление, емкость и индуктивность – критические параметры катушки. Для сравнения конструкций катушек был введен ряд критериев качества. Чтобы определить область однообразия генерируемого поля  $B(r)$  в рабочем объёме и слое катушки однообразия, необходимо указать показатель в виде относительной погрешности создаваемого значения поля от вероятного. Так, для конструкций с аксиальной (осевой) симметрией зона однородности электромагнитной индукции регулярно создаваемого поля  $B_0$  можно выявить по таким показателям:

$$\varepsilon_z(r) = \frac{B_z(r) - B_0}{B_0};$$

$$\varepsilon_r(r) = \frac{B_r(r)}{B_0}.$$

Если необходимо рассчитать амплитуду магнитной индукции, то можно использовать следующие критерии:

$$\varepsilon_{med} = \frac{1}{V} \int_V |\varepsilon_a(r)| d^3r;$$

$$\varepsilon_a(r) = \frac{\sqrt{B_z^2(r) + B_r^2(r)}}{B_0} - 1 \approx \varepsilon_z(r) + \frac{1}{2} \varepsilon_r^2(r) (1 - \varepsilon_z(r)).$$

В соответствии с введёнными критериями для области однородности могут быть построены графики контуров для участков рабочей зоны катушек. Установив определённый уровень критерия, можно определить размер области монотонности, которая соответствует этому значению. Такой подход к оптимизации геометрических размеров требует вычисления и обработки огромного количества сечений.



Можно уменьшить объем вычислений, если ввести в рабочую область катушки интегральные критерии качества, такие как стандартные и средние по модулю критерии для данного объема  $V$ .

В данной работе применяли такие показатели:

$$\varepsilon_{med} = \frac{1}{V} \int_V |\varepsilon_a(r)| d^3r.$$

Иные показатели, благодаря которым можно уменьшить число расчетов, являются экстремумы, которых удалось достигнуть в рабочей зоне  $V$ , к примеру:

$$\varepsilon_{max} = \max_{r \in V} \{|\varepsilon_a(r)|\}.$$

Недостатком этих критериев является необходимость уточнения и варьирования формы рабочего пространства.

При исследовании поля катушки Гельмгольца, пришли к выводу, что кольцевые катушки Гельмгольца – это основа для разнообразных систем, которые формируют однородное электромагнитное поле: катушки Бэкера, катушки МакКихана, катушки Браунбека и катушки биплана Моргана. Направленные друг на друга кольца Гельмгольца можно также представить как систему из пары осей с кольцевыми обмотками, где количество амперированных витков можно определить, рассчитав  $NI$ , где  $N$ -число витков в обмотке, а  $I$ -ток в витке.

$$B(r) = \sum_{a=1}^2 \frac{\mu_0 i_a}{4\pi} \int_{L_a} \frac{dr_a \times (r - r_a)}{|r - r_a|^3}.$$

Магнитная индукция имеет осевую симметрию и характеризуется аксиальной радиальной  $B_r$  компонентами:

$$B_z = \mu_0 \frac{NI}{2\pi} \left\{ \int_0^\pi \frac{R(R - r \cos \alpha) d\alpha}{[r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha + (z - H)^2]^{\frac{3}{2}}} + \int_0^\pi \frac{R(R - r \cos \alpha) d\alpha}{[r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha + (z + H)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\};$$

$$B_r = \mu_0 \frac{NI}{2\pi} \left\{ \int_0^\pi \frac{R(z - H) d\alpha}{[r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha + (z - H)^2]^{\frac{3}{2}}} + \int_0^\pi \frac{R(z + H) d\alpha}{[r^2 + R^2 - 2Rr \cos \alpha + (z + H)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}.$$

Аксиальная составляющая в центре системы равна

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{S} \sin^2 \psi = \mu_0 NI \frac{R^2}{S^3}.$$

**В четвертой главе** производилось моделирование в COMSOL. Для проверки адекватности выполненного моделирования сравнили полученные результаты с результатами моделирования в другой программной среде. За рабочую область приняли зону, где погрешность одного электромагнитного поля, допустимая для понимания работоспособности инклинометра магнитометров, составляет не более 1%. Опираясь на первоначальные данные по выражению (31), вычислили количество витков обмоточного провода на каждом кольце Гельмгольца. Заключение, что полученные данными авторами результаты полностью согласуются с нашими данными.

Также произвели расчёт соленоида, где выяснили, что диаметр соленоида должен иметь максимальные значения и при этом помещаться между кольцами. Исходными данными для расчёта основных параметров соленоида будем считали следующие: радиус катушки  $R_k = 0,145$  м; действующий ток  $I = 0,3$  А; длина катушки  $l_k = 0,3$  м; диаметр провода  $d_p = 0,00045$  м; индукция магнитного поля соленоида  $B = 0,000060$  Тл.

Напряжённость магнитного поля рассчитывалась из уравнения Максвелла:

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,000060}{1,257 \cdot 10^{-6}} = 47,73 \frac{A}{M}$$

Магнитную индукцию, создаваемую соленоидом вычислили из выражения для показателей напряжения электромагнитного поля соленоида:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot n}{2} \cdot \left( \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{l-x}{\sqrt{R^2 + (l-x)^2}} \right),$$

где  $B$  – индукция создаваемого магнитного поля, Тл;  $I$  – сила тока, А;  $n$  – число витков на единицу длины,  $n = N/l$ ;  $R$  – радиус соленоида, м;  $l$  – длина соленоида, м;  $x$  – координата точки на оси соленоида.

Обладая полученными данными о электромагнитной индукции, силе тока, диаметре соленоида вычислили данные о требуемом количестве витков в обмотке при помощи выражения:

$$N = \frac{2 \cdot B \cdot \sqrt{R^2 + \frac{l^2}{4}}}{\mu_0 \cdot I} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{0,075^2 + \frac{0,3^2}{4}}}{1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 0,3} = 53 \text{ витка}$$

Шаг намотки провода на соленоид:

$$t = \frac{l}{N} = \frac{0,3}{53} = 0,00566 \text{ м} = 5,7 \text{ мм},$$

где  $t$  – шаг намотки провода, мм.

Сопротивление соленоида определяется, как

$$r = \rho \cdot \frac{l_{\text{ср}} \cdot N}{\pi \left(\frac{d_{\text{п}}}{2}\right)^2} = \frac{0,0178 \cdot 0,46 \cdot 53}{0,16} = 2,71 \text{ Ом},$$

где  $d_{\text{п}}$  – диаметр провода, м;

$\rho$  – удельное сопротивление меди, равное  $0,0178 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ .

Отсюда можно найти действующее напряжение, используя закон Ома:

$$U = I \cdot r = 0,3 \cdot 2,4 = 0,81 \text{ В}$$

На рисунке 18 представили полученные данные индукции электромагнитного поля, которое создает соленоид по вертикально оси  $Z$ . Область наибольшего однородного электромагнитного поля с учетом погрешности в 1% на вышеуказанной оси равна 34мм от центральной части соленоида в разных направлениях.

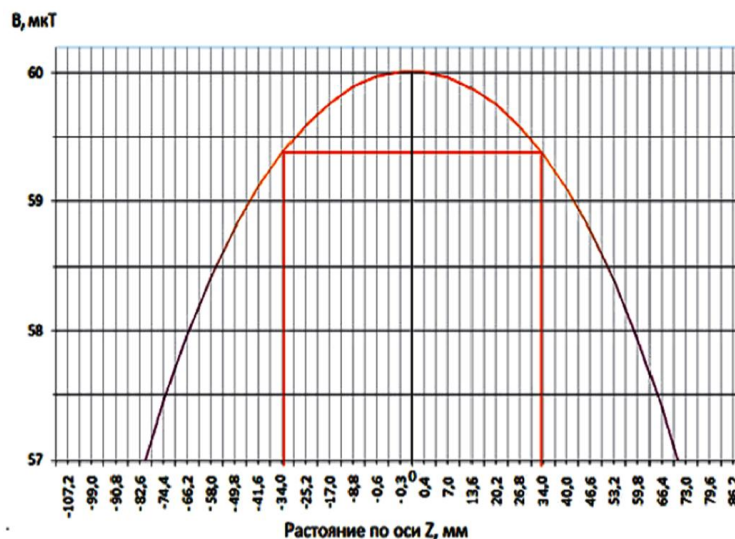


Рисунок 18 - Распространение магнитного поля в центре соленоида вдоль оси  $Z$

## ВЫВОДЫ

В заключении дипломной работы, пришли к выводу, что благодаря данным проанализированной модели можно увидеть различия между графиками зависимости типа электромагнитного поля и точкой координат, расположенным на оси соленоида с кольцевыми катушками Гельмгольца. Их конструировали и моделировали при помощи среды Elcut. Также была вычислена разница между однородными полями соленоида (не более 3%) и кольцевых катушек (не более 12%). Данное различие можно оправдать следующим: при создании кольцевых катушек Гельмгольца используют достаточно большое количество витков. Их вторая производная при применении ряда Тейлора имеет значение не равное нулю у парных витков, которые находятся на  $R/2$  вдоль оси  $X$ , относительно центральной части системы. Это является причиной неоднородности электромагнитного поля, которое увеличивается. Вычисления и создание модели системы «кольцевые катушки Гельмгольца – соленоид» при определенных геометрических и токовых характеристиках можно увидеть, что магнитометры используемого инклинометра в центральной части системы можно производить проверку магнитометров инклинометра в реальных условиях эксплуатации.

В данной работе мы рассмотрели несколько способов управления катушками Гельмгольца. Каждый из методов направлен на достижение определённых результатов. Если мы хотим использовать низкие частоты и индуктивности, то метод прямого управления идеально справляется для поставленной задачи, но, когда необходимо достичь более высоких частот и индуктивности, можно использовать метод последовательного резонанса, который позволяет пропускать через катушки большой ток.

Что касается моделирования, то тут с уверенностью можно сказать, что для не сложных задач программа Elcut по своей функциональности не уступает программе Comsol, тем более что Elcut студенческий абсолютно бесплатная среда для моделирования в отличие от Comsol. Данные

полученные в Elcut по сравнению очень схожи с уже имеющимся данными в среде Comsol. На основании проделанной работы можно сделать следующие выводы:

1. Создана математическая модель колец Гельмгольца в программном пакете Elcut.

2. Установлено, что наиболее протяженная область однородности магнитного поля наблюдается, когда катушки находятся на расстоянии 400 см друг от друга, что хорошо согласуется с результатами других авторов.

3. Рассчитаны основные характеристики катушек Гельмгольца: Радиус катушек, при которых образуется максимально-однородное магнитное поле, ток, проходящий по катушкам и объем рабочей области.

### **Список использованных источников**

1. Алешкевич, В. А. Электромагнетизм / В.А. Алешкевич. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 404 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. – М.: изд-во Высшая школа, 1978. – 231 с.
3. Ботаки А.А., Ульянов В.Л., Ларионов В.В., Поздеева Э.В. Основы физики: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 103 с.
4. Гольд Р.М. Электричество и магнетизм. Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 130 с.
5. Гормаков А.Н., Ульянов И.А. Расчет и моделирование магнитных полей, создаваемых системой «кольца Гельмгольца – соленоид». – Томск: Изд-во НИ ТПУ, 2015. – Выпуск № 3 – С. 40-45.
6. Гормаков А.Н., Ульянов И.А., Федулов А.В. Комплекс для проверки магнитометров скважинных инклинометров в полевых условиях // НТВ «Каротажник». – Тверь: Изд. АИС, 2014. – Вып. 239. – С. 61–67.
7. Дубицкий С.Д., Поднос В.Г. ELCUT – инженерная система моделирования двумерных физических полей // CADmaster - 2001. - №1. - с.17-21.
8. Зильберман Г.Е. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1970. 384 с.
9. Ионкина П.А., 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1976. – 452 с.
10. Иродов И.Е.: Электромагнетизм. Основные законы. – 5-е издание –М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006 – 319 с.: ил.
11. Калашников С.Г. Электричество. М.: Физматлит, 2003. С. 346.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики: В 10 т.: т. 3: Электростатика. – М.: Физматлит. 2002. – 224с.
13. Магнитное поле. Электромагнитная индукция. Справочные материалы; Айрис-пресс - М., 2013. - 643 с.
14. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М.: Оникс 21 век, 2005. – С.66, 250, 264, 288

15. Методы расчета электрических и магнитных полей: учебный комплект / В. Э. Фризен, И. В. Черных, С. А. Бычков, Ф. Е. Тарасов. Екатеринбург: УрФУ, 2014. – 176с.
16. Огородников А.С. Моделирование в среде MATLAB COMSOL 3.5a. Часть 1: учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 104 с.
17. Парсел Э. Электричество и магнетизм. М.: Наука, Глава 3, С. 57-63.
18. Паршаков, А. Н. Электромагнетизм в ключевых задачах. Учебное пособие / А.Н. Паршаков. - М.: Интеллект, 2015. - 272 с.
19. Романова Е.Б., Евстропьев С.К., Кузнецов А.Ю. Практические задания в системе ELCUT. – СПб: Университет ИТМО, 2016. – 47 с.
20. Савельев, И.В. Курс общей физики. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И.В. Савельев. 2-е изд.-М.: Наука, 1982.-496с.
21. Салова И.А., Хрущев В.В. Моделирование в ELCUT. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2007. - 54 с.
22. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Электричество / Д.В. Сивухин. 4-е изд.-М: Физматлит, 2004.-656с.
23. Теоретические основы электротехники /Под общ. ред.
24. Трофимова Т.И. Курс физики. Задачи и решения. Учеб. пособие для вузов/Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 592 с.
25. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика ч.2. Электричество и магнетизм: Учебное пособие для технических университетов. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2003. – 738 с.
26. Ульянов И.А., Гормаков А.Н., Федулов А.В. Комплекс для проверки магнитометров инклинометра // Патент России на полезную модель № 124790, опубл. 10.12.2013, Бюл. № 4.
27. Фейнман Ричард Ф., Лейтон Роберт Б., Сэндс Метью. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 5. Электричество и магнетизм. Пер. с англ./ под ред. Я.А. Смородинского. Изд. 3-е, испр. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 304 с.
28. Фризен В.Э. Моделирование индукционного нагрева с помощью программы Elcut: Методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине "Методы расчета электромагнитных и тепловых полей". - Екатеринбург, ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. - 36 с.
29. Чернов И.П., Ларионов В.В., Веретельник В.И. Физический практикум. Часть 2. Электричество и магнетизм: Учебное пособие для технических университетов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004. – 182 с.
30. Чернов И.П., Ларионов В.В., Тюрин Ю.И. Физика: Сборник задач. Часть 2. Электричество и магнетизм: Учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2004. – 448 с.
31. Черных И.В. Решение полевых задач с помощью программы ELCUT 4.2: Методические указания по дисциплине "Методы расчета электрических и магнитных полей". - Екатеринбург: Изд-во УГТУ-УПИ, 2005. - 24 с.
32. ELCUT. Руководство пользователя. Производственный кооператив ТОР. – изд-во Санкт-Петербург, 2007. – 297 с.