

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Исследование свойств диссипативных дискретных бризеров в цепочке  
осцилляторов Рэлея с нелинейной связью**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 2 курса 41 группы  
направления 03.04.03 «Радиофизика»  
физического факультета  
Елизарова Евгения Михайловича

Научный руководитель  
профессор, д.ф.-м.н., профессор

\_\_\_\_\_ Четвериков А. П.

Зав. кафедрой  
д.ф.-м.н., профессор

\_\_\_\_\_ Анищенко В.С.

## ВВЕДЕНИЕ

Многие явления в физике, химии, биологии и смежных науках теоретически исследуются с привлечением решеточных (цепочечных) моделей. Богатство свойств элементов решеток и связей между ними обуславливает широкое разнообразие таких моделей. Обычно различают модели консервативных элементов и активных элементов, элементов-частиц и элементов-осцилляторов, линейные и нелинейные решетки. Решетки каждого из классов имеют свои характерные свойства и особенности. Естественно, при варьировании параметров свойства решеток меняются. Поэтому исследования свойств различных решеток, а также трансформаций свойств являются актуальными, они добавляют знания о динамике нелинейных дискретных систем и имеют прикладное значение.

В настоящей работе исследуется цепочка (одномерная решетка) осцилляторов Рэлея, связанных нелинейными потенциальными силами Морзе. Долгое время считалось, что в таких цепочках (например, цепочках нелинейных осцилляторов Ван-дер-Поля, аналогичных осцилляторам Рэлея) реализуются в основном режимы синфазной и противофазной синхронизации. Однако недавно были обнаружены еще и локализованные пространственно-временные структуры, обозначенные термином диссипативный дискретный бризер (ДДБ). В настоящей работе изучаются свойства различных типов ДДБ. И в первую очередь основным объектом исследований выступают так называемые «мобильные» бризеры, т.е. бризеры, перемещающиеся вдоль цепочки осцилляторов. Отметим, что мобильные локализованные волны характерны для цепочки активных частиц, в которую превращается цепочка активных осцилляторов при стремлении частоты осцилляторов к нулю.

**Целью** данной работы было изучение влияния начальных условий на скорость ДДБ, формирующегося при старте из этих начальных условий, влияния «длины» цепочки (количества элементов в ней) на скорость ДДБ, а также устойчивости бризеров к внешнему шумовому воздействию.

Для достижения цели были поставлены следующие **задачи**:

1. Исследование поведения системы при изменении формы начальных условий.
2. Исследование поведения системы с разным количеством элементов в цепочке.
3. Исследование поведения системы в присутствии шума.

Для выполнения поставленных задач применялось компьютерное моделирование, которое включало в себя разработку программного кода, моделирование с помощью разработанного кода, визуализацию полученных данных с помощью программы Gnuplot и их анализ.

Глава «Проблемы и методы» содержит обобщенные сведения о нескольких известных моделях взаимодействующих частиц и осцилляторов, а также сведения об их характеристиках, значении и применении. Приводятся определения солитона и бризера, их разновидности и свойства.

Глава "Цепочка осцилляторов Рэля, связанных силами с потенциалом Морзе», содержит описание цепочки частиц Морзе-Рэля как предельного случая осцилляторов с бесконечным периодом. В этой главе описан переход от цепочки частиц Морзе-Рэля к цепочке осцилляторов с безразмерными параметрами.

Глава «Аналогия мод цепочки осцилляторов и цепочки частиц» более подробно описывает свойства и динамику диссипативных бризеров. Приведены результат численных экспериментов по исследованию степени локализованности бризеров в пространстве, а также границ области существования бризеров в пространстве параметров. Исследованы режимы, устанавливающиеся в исследуемой системе при наличии бризеров.

Глава "Мобильные диссипативные бризеры противные" содержит постановку задачи. В этой главе описаны полученные результаты, приводятся диаграммы скорости и пространственные профили системы, изображающие диссипативные дискретные бризеры. Показаны стационарные моды цепочки осцилляторов Рэлея в форме мобильных диссипативных дискретных бризеров (МДДБ), способы их возбуждения и характеристики. Представлены стационарные моды цепочки осцилляторов Рэлея различной длины. Исследована устойчивость мобильных бризеров к внешнему шумовому воздействию.

## Основное содержание работы

Обнаруженные в исследуемой цепочке пространственно-временные структуры, названные термином диссипативный дискретный бризер, могут быть мобильными, то есть перемещаться вдоль цепочки, сохраняя структуру (т.е. число осцилляторов, входящих в бризер), и немобильными. В этой работе мы исследуем различные факторы, влияющие на скорость мобильного бризера. На рисунке 1 представлены два пространственных профиля начальных условий и диаграммы скорости, иллюстрирующие бризеры, формирующиеся при старте из данных начальных условий.

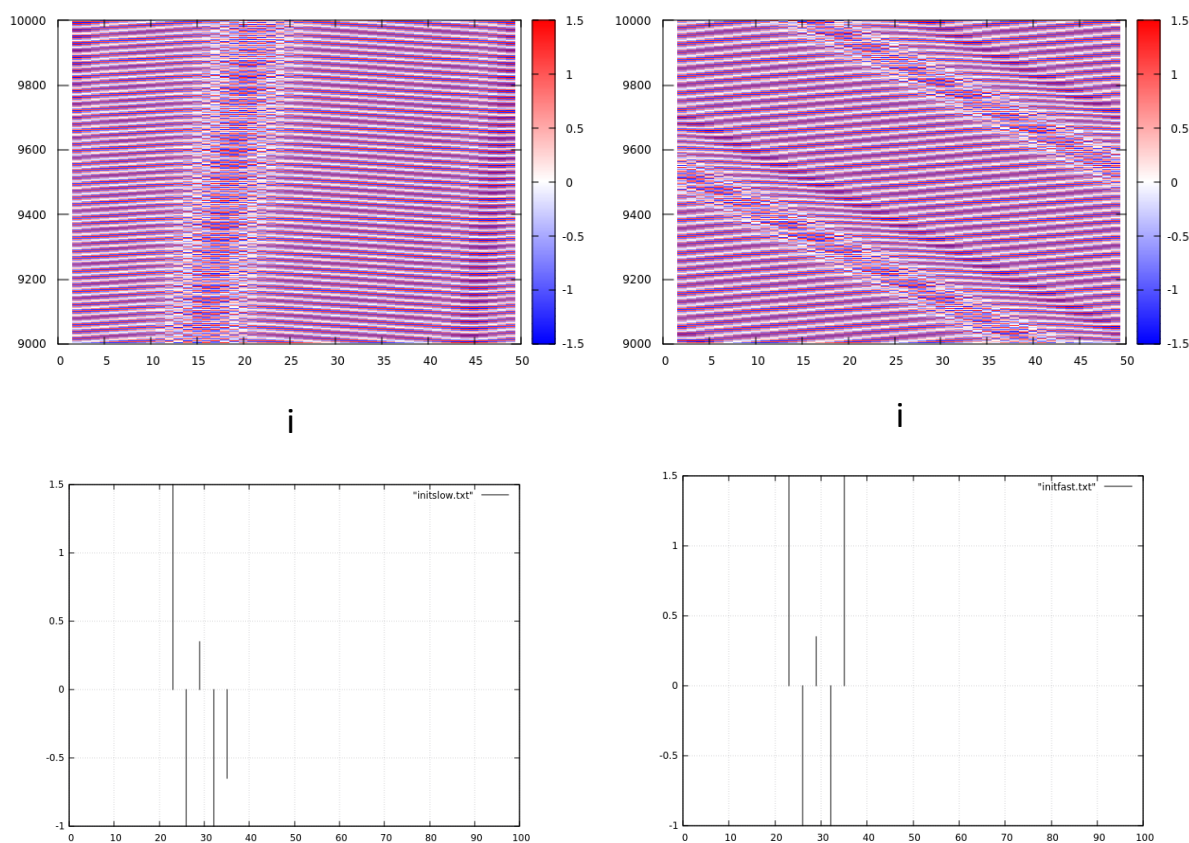


Рисунок 1 – Пространственные профили начальных условий (нижний ряд), и диаграммы скорости (верхний ряд), иллюстрирующие бризеры, получившиеся при старте из данных начальных условий (диаграмма слева соответствует левому профилю начальных условий, диаграмма справа – правому).

Как видно из рисунка, при сходной форме начальных условий, и различии только в модуле и направлении начальной скорости одной из частиц, получаются мобильные бризеры с разными характеристиками. Разный наклон линии, вдоль которой движется бризер свидетельствует о том, что представленные на рисунке 1 (верхний ряд) бризеры двигаются с разной скоростью. Однако, как показали дальнейшие расчёты, плавное изменение начальной скорости этой одной частицы, других частиц, или формы начальных условий, при фиксированных параметрах системы, приводит к одному из двух этих режимов.

Теперь исследуем, как меняется динамика при сохранении формы начальных условий в цепочках с различным количеством частиц. На рисунке 2 представлена диаграмма скоростей для цепочки из 48 частиц.

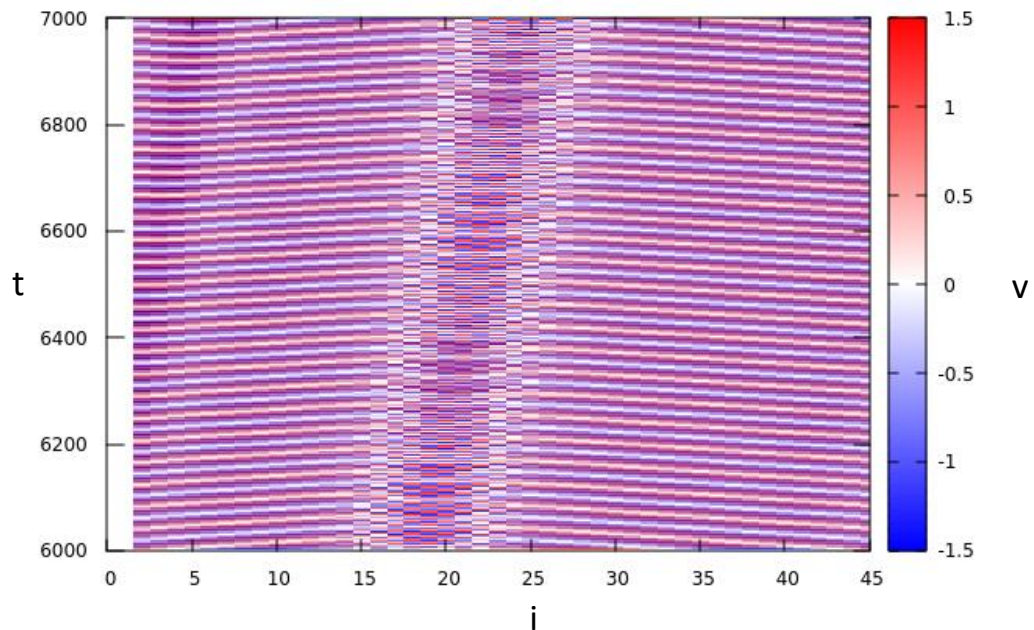


Рисунок 2 – Диаграмма скорости, иллюстрирующая мобильный бризер в цепочке из 48 частиц. Параметры:  $b = 3$ ,  $\mu = 2$ ,  $\omega_f = 9$ .

Постепенно перебирая цепочки с разным количеством частиц, было установлено, что в цепочках из 57 частиц и более те же начальные условия

приводят к формированию немобильного ДДБ. Диаграмма скорости для такого случая представлена на рисунке 3.

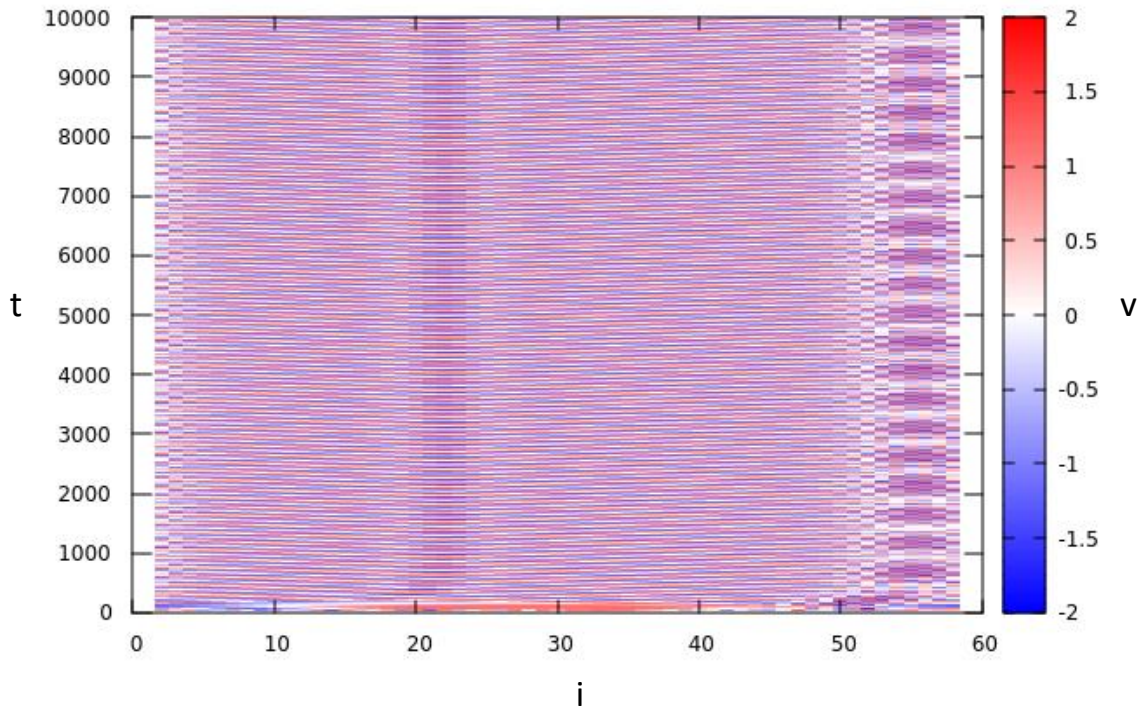
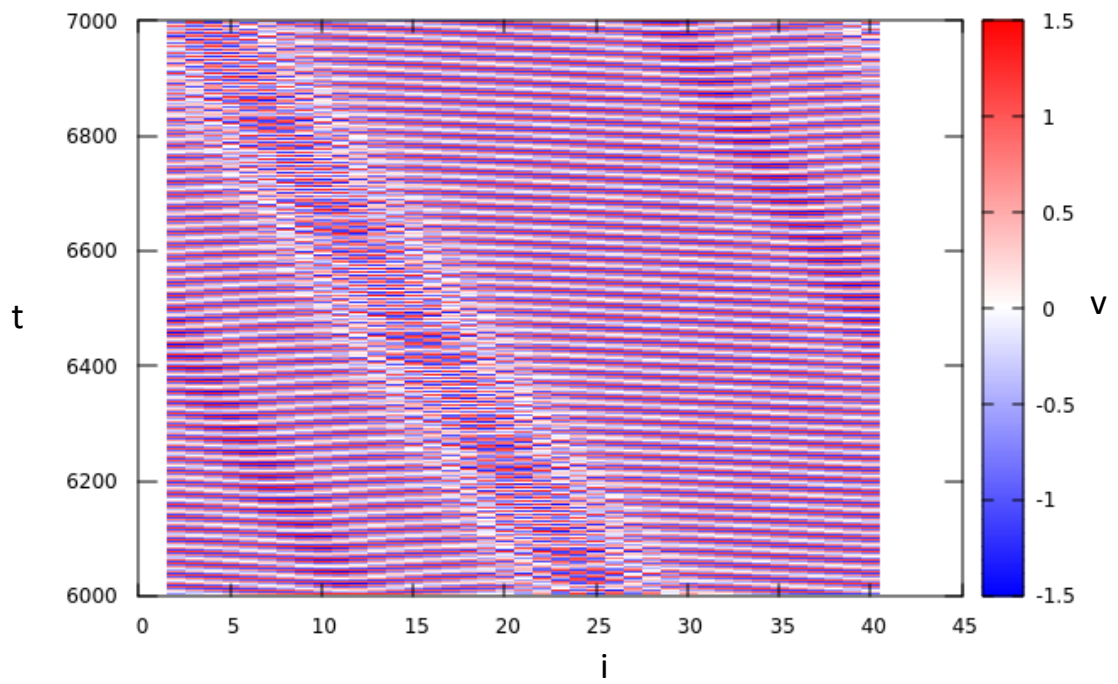


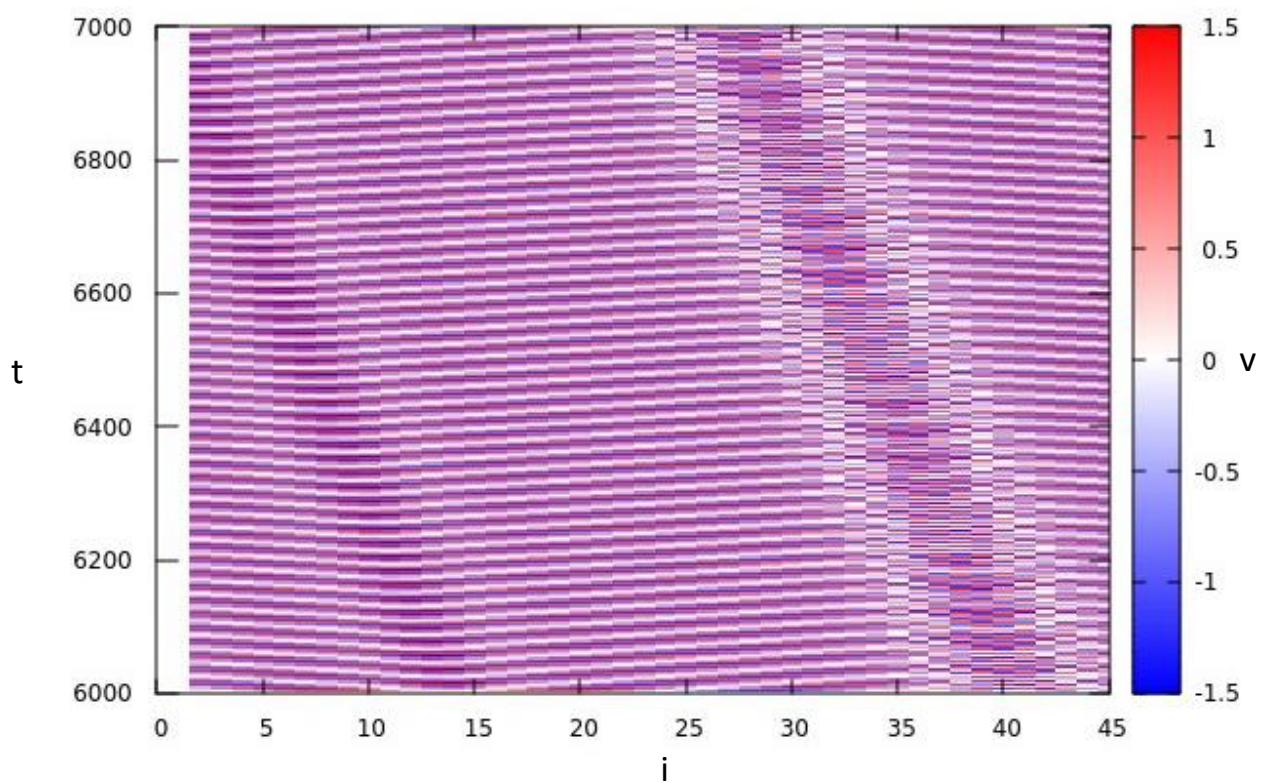
Рисунок 3 – Диаграмма скорости, иллюстрирующая немобильный бризер в цепочке 57 частиц. Параметры:  $b = 3$ ,  $\mu = 2$ ,  $\omega_r = 9$ .

При этом уменьшение количества частиц в цепочке приводит к увеличению скорости мобильного бризера. На рисунке 4 представлены диаграммы скорости для бризера в цепочке из 39 частиц (а) и 45 частиц (б) в одном масштабе. Исходя из полученных данных можно сделать вывод, что при уменьшении количества частиц в цепочке бризер «ускоряется», а при увеличении – «замедляется». В цепочке из 39 частиц скорость бризера  $v \approx 0,023$ , а в цепочке из 45 частиц скорость бризера  $v \approx 0,013$ .





(a)



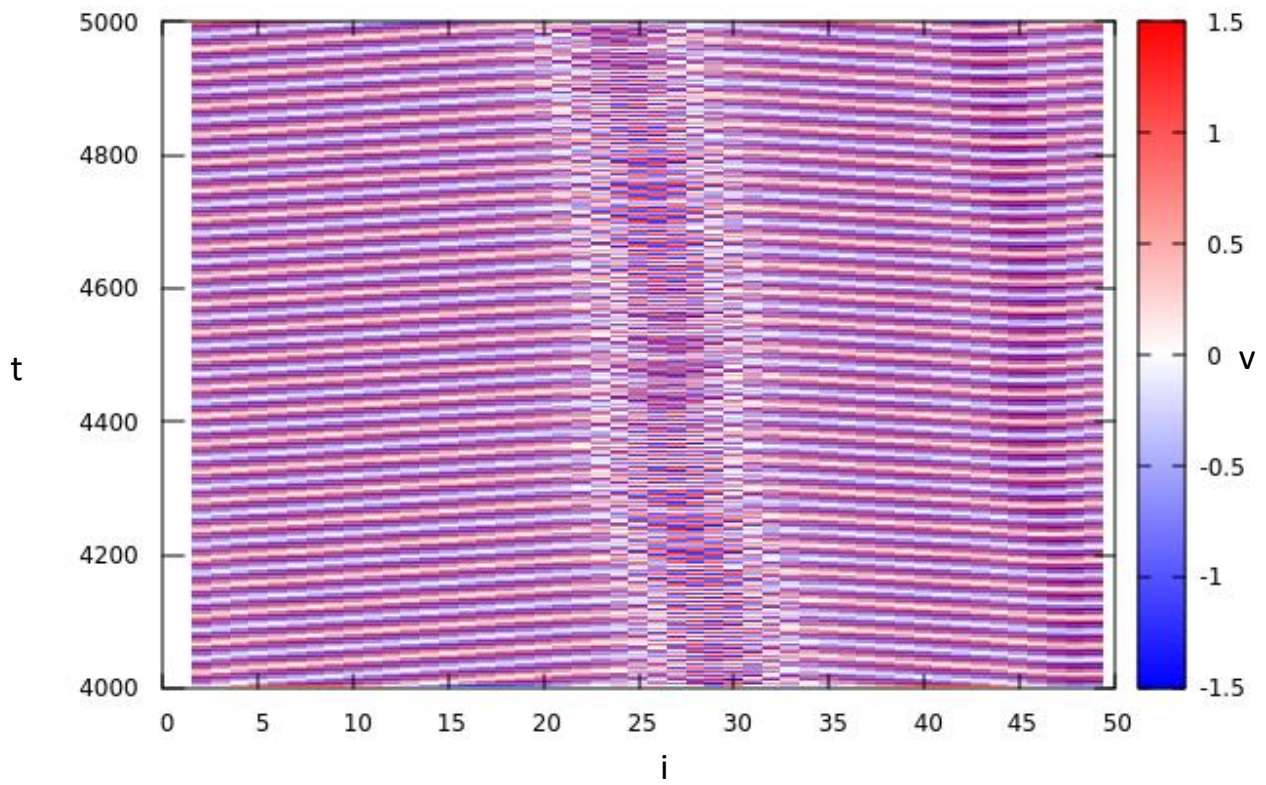
(б)

Рисунок 4 – Диаграммы скоростей для бризера в цепочках с 39 (а) и 45 (б) частицами в одном масштабе. Параметры:  $b = 3$ ,  $\mu = 2$ ,  $\omega_r = 9$ .

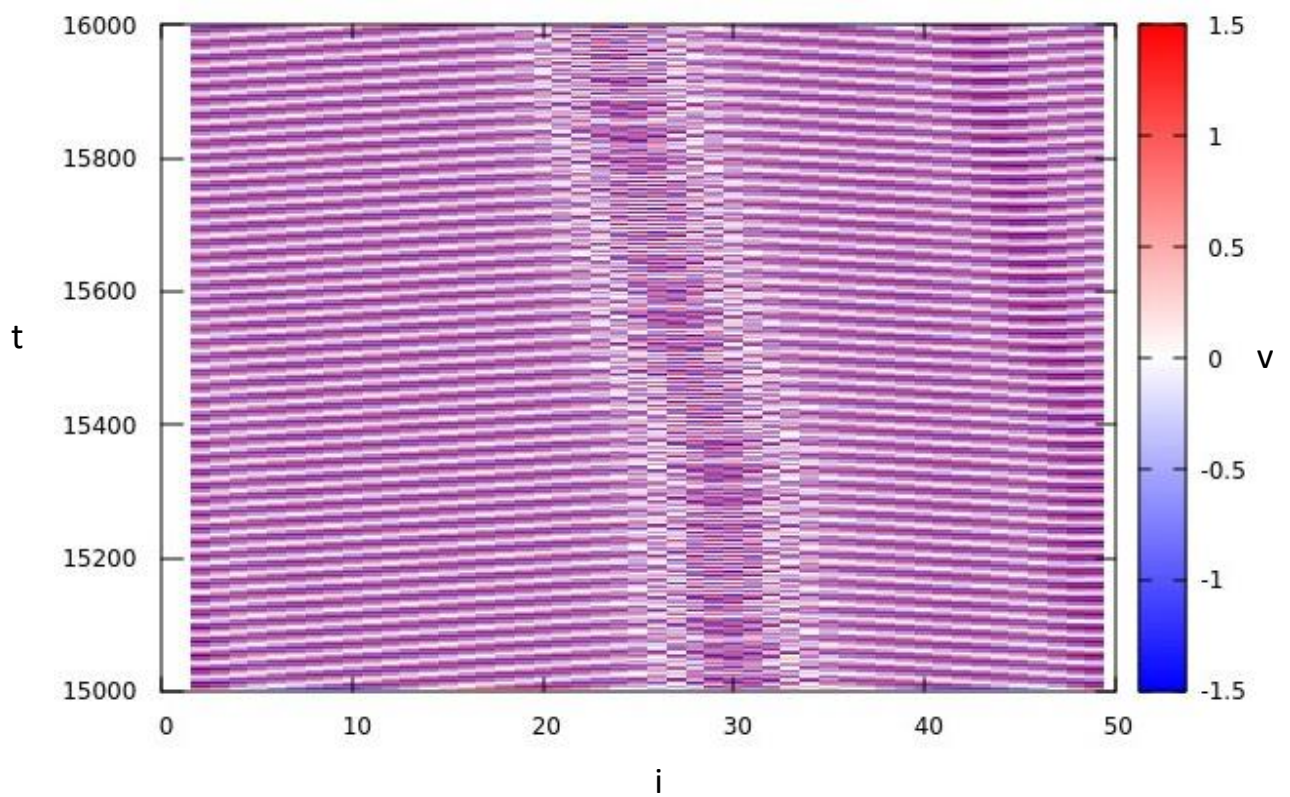


Теперь исследуем устойчивость мобильных бризеров к внешнему гауссовому белому шумовому воздействию. В данной части исследования используется метод Гюна, модифицированный для счёта при наличии внешнего шумового воздействия, а параметр  $D_n$  варьируется в пределах  $[0,00001; 0,01]$ . В качестве источника шума используется библиотека `gasdev`<sup>1</sup>. Исследования проводились для нескольких разных реализаций шума, отличающихся величиной интенсивности. На рисунке 5(а - б) представлена диаграмма скоростей при малой интенсивности шума  $D_n$ . Также на рисунке (б) представлена та же картина, для большей длительности моделирования. Так как картина динамики на рисунке (б) внешне не сильно отличается от картины динамики на рисунке (а), можно утверждать, что представленные на рисунке (а - б) иллюстрации соответствуют уже установившемуся режиму (не переходному процессу).

<sup>1</sup> William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling and Brian P. Flannery, Numerical Recipes, Cambridge University Press, 1986



(a)



(б)

Рисунок 5 – Диаграмма скоростей при интенсивности шума  $D_n=0,00001$

Как можно видеть из рисунка, при малой интенсивности шума скорость бризера и его направление движения меняется случайным образом в случайные моменты времени, однако, по крайней мере, не изменяется число осцилляторов, входящих в бризер.

На рисунке 6 представлена диаграмма скоростей при значительно большей интенсивности шума. Как видно из рисунка, с увеличением интенсивности шума, случайные изменения скорости бризера становятся более частыми и значительными.

Потеря устойчивости происходит при критическом значении интенсивности шума  $D_n=0.00975$ . Соответствующая диаграмма скоростей изображена на рисунке 7. Из рисунка видно, что возмущение более не локализовано, что и является свидетельством потери устойчивости. Найденное критическое значение сохраняется для различных значений собственной частоты осцилляторов и параметра  $\mu$ .

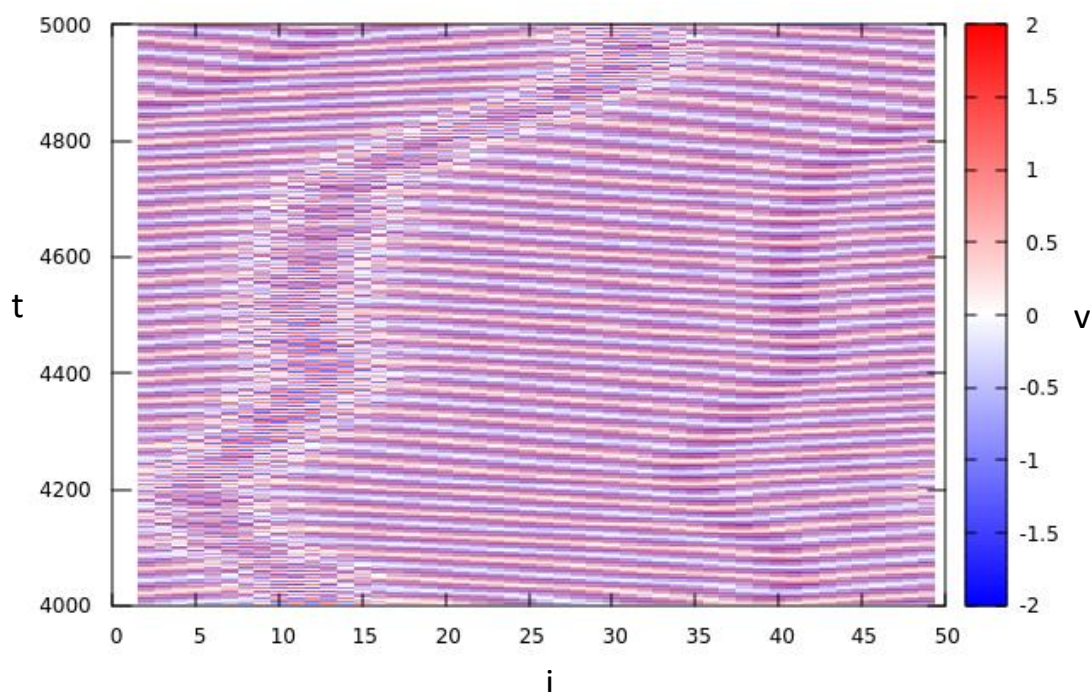


Рисунок 6 - Диаграмма скоростей при интенсивности шума  $D_n=0,00150$

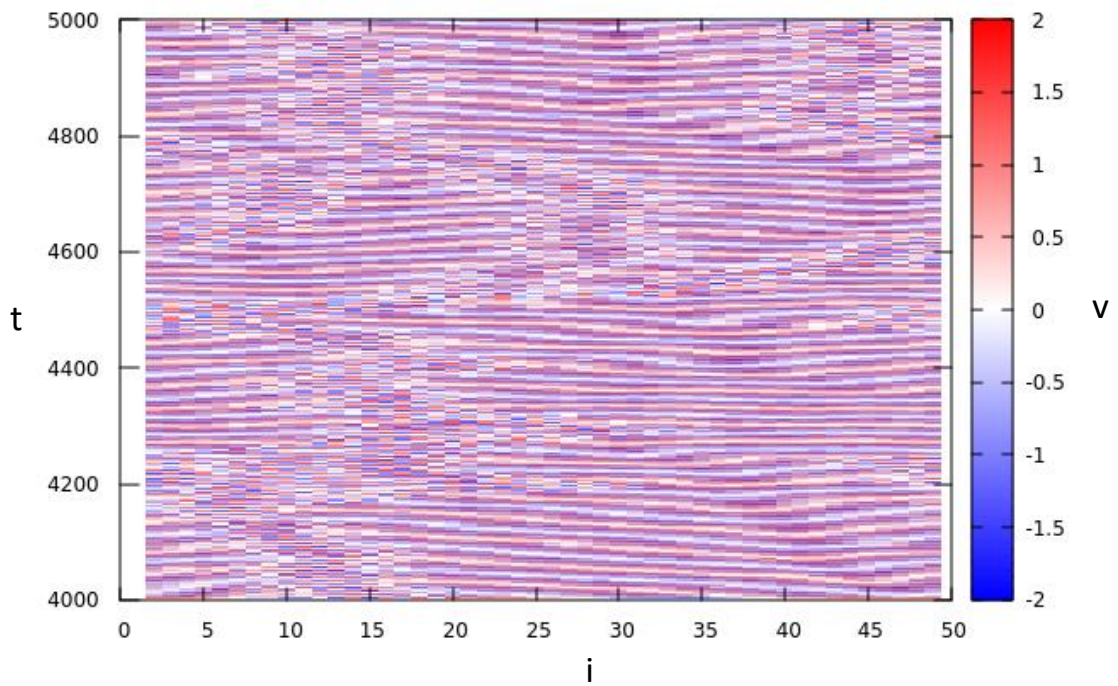


Рисунок 7 - Диаграмма скоростей при интенсивности шума  $D_n=0,00975$ .

Из рисунка 20 видно, что в этом случае в распределении скоростей осцилляторов не идентифицируются долгоживущие локализованные возмущения. Поэтому такой режим уже нельзя классифицировать как волновую моду с ДДБ.

.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе методами численного моделирования исследована цепочка осцилляторов Рэлея, связанных посредством нелинейных сил с потенциалом Морзе. Ранее в такой цепочке были обнаружены пространственно-временные структуры, обозначенные термином диссипативный дискретный бризер. В данной работе изучались свойства диссипативных дискретных бризеров.

Показано, что скорость движение мобильных бризеров по цепочке зависит от множества факторов. Установлено, что аттракторами являются моды в виде мобильных и немобильных бризеров, а структура бассейнов притяжения достаточно сложная (малые изменения формы начальных условий приводят к выходу цепочки на другой аттрактор). Изменение длины цепочки при фиксированных начальных условиях приводит к плавному изменению скорости бризера, причем при приближении числа частиц к определенному пределу скорость бризера становится все меньше и меньше, и в конце концов бризер становится немобильным.

Также диссипативные дискретные бризеры не разрушаются шумом малой интенсивности, что позволяет утверждать, что бризеры – устойчивые моды цепочки. Для определения граничных (бифуркационных) значений интенсивности шума, при превышении которых бризеры разрушаются, необходимо провести уточнение путём усреднения по множеству реализаций шума.