

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра физики открытых систем

**Корреляционный анализ процессов с меняющимися во времени  
характеристиками**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента 2 курса магистратуры 235 группы  
направления 09.04.02 «Информационные системы и технологии»  
факультета нелинейных процессов  
Короновского Александра Алексеевича

Научный руководитель  
профессор, д.ф.-м.н.

  
\_\_\_\_\_

А.Н. Павлов

Зав. кафедрой физики открытых систем  
профессор, д.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_

А.А. Короновский

Саратов 2020 год

## Введение

Структурные изменения сложных процессов различной природы, например, биомедицинских сигналов, часто можно распознать визуально, но при этом они не диагностируются простыми характеристиками, такими как, например, средняя амплитуда сигнала. В ряде случаев они имеют хорошо выраженную фрактальную структуру. По этой причине фрактальный анализ является прогностическим и диагностическим инструментом для обработки биомедицинских данных [1].

При анализе таких сигналов достаточно типичны степенные зависимости в поведении АКФ или функции спектральной плотности [2]. Точная характеристика закономерностей потери корреляций важна при проведении анализа различных систем, так как она позволяет делать выводы о наличии и особенностях длительной памяти в их динамике. Например, такой анализ является математической основой для решения задач диагностики функциональных нарушений в структуре сердечного ритма.

Непосредственные расчеты АКФ по временному ряду ограничены достаточно малыми значениями  $\tau$  по сравнению с самим исследуемым сигналом. Более того, для случайных процессов (в отсутствие характерного временного масштаба) автокорреляционная функция быстро спадает до нуля. Поэтому, начиная с некоторого  $\tau$ , значения АКФ становятся настолько малы, что оказываются сопоставимыми с ошибками вычислений, возникающими при анализе сигналов конечной длительности [2, 3].

Как следствие, на больших временах возможность отслеживать закономерности спада корреляций просто отсутствует (в рамках классического корреляционного анализа). По этой причине было предложено несколько альтернативных подходов к исследованию длительных корреляций в экспериментальных данных, среди которых чаще других используется метод анализа флуктуаций относительно тренда (*detrended fluctuation analysis*, DFA) [4, 5]. Данный анализ применяется именно с целью выявления эффектов длительных корреляций в исследуемом процессе (анализ корреляций при

малых  $\tau$  целесообразно проводить с помощью классического метода расчета АКФ).

Основная идея флуктуационного анализа (от англ. *fluctuation analysis*) состоит в том, чтобы преобразовать спадающую АКФ в некоторую возрастающую функцию, которая будет менее чувствительна к статистическим ошибкам.

Несмотря на значительное число опубликованных работ, возможность изучения сильно нестационарных данных на основе DFA продолжает дискутироваться. Некоторые исследователи полагают, что в этом случае сказываются ограничения метода, и необходимо применять иные подходы [6], тогда как другие коллективы продолжают отдавать предпочтение именно DFA и его различным модификациям [7–9].

Настоящая работа посвящена рассмотрению методов флуктуационного анализа с устранением тренда (DFA), который позволяет оценить мультифрактальный спектр биологических временных рядов.

**Цель работы** заключается в построении и применении алгоритмов флуктуационного анализа к нестационарным процессам на примере физиологических временных рядов, а также в модернизации этого метода для процессов с меняющимися во времени характеристиками.

### **Структура работы:**

#### **Глава 1. Алгоритм метода DFA и его применение**

Первая глава данной работы посвящена рассмотрению метода DFA и реализации его алгоритма.

#### **Глава 2. Применение метода DFA к временным рядам сердца**

Во второй главе проведено исследование параметров сердечного ритма на основе регистрации сигналов периферических артериальных пульсаций с помощью метода DFA. В качестве исследуемого сигнала была выбрана последовательность RR-интервалов электрокардиограммы человека.

Для проверки результатов работы алгоритма результаты были сравнены с полученными ранее в работе [5]. Исследованная динамика сердечного ритма, находящегося в пределах нормы, соответствовала ожидаемым результатам.

### **Глава 3. Оценка динамики нефронов методом DFA**

Третья глава демонстрирует результаты сравнительного анализа динамики нефронов для нормотензивных и гипертензивных крыс, полученных в ходе экспериментов, проведенных в институте Панума (университет Копенгагена, Дания). Были получены различные значения показателя скейлинга, свидетельствующие о возможности диагностики процесса развития почечной гипертензии. Показатель скейлинга, при котором возможно диагностировать почечную гипертензию больше или равен значению 0.8.

### **Глава 4. Показатель Херста**

В четвертой главе показано, как показатель Херста определяет моно-фрактальную структуру временных рядов в соответствии с тем, насколько быстро возрастает общее среднеквадратичное значение  $F$  локальных флуктуаций (среднеквадратичное отклонение) с увеличением размера сегмента.

### **Глава 5. Мульти-фрактальный спектр временных рядов**

Пятая глава посвящена преобразованию описанного ранее алгоритма DFA в его версию, применимую к мульти-фрактальным временным рядам с учетом всех статистических моментов  $q$ -порядка – методу MF DFA (*multifractal detrended fluctuation analysis*). На основе данного метода осуществляется построение мульти-фрактального спектра исследуемого временного ряда.

### **Глава 6. Оптимальные значения параметров метода MF DFA, теория применения метода к биомедицинским временным рядам**

В шестой главе представлены рекомендации к размеру сегмента, обеспечивающие точность и корректность расчетов метода MF DFA, примененного к временному ряду.

## **Глава 7. Применение метода MF DFA к временным рядам нефронов**

В главе 7 рассмотрены принципиальные отличия применения метода MF DFA от метода DFA. Метод MF DFA применен к биомедицинским временным рядам динамики периферического кровообращения в сосудах головного мозга крыс при показателях в пределах нормы и при гипертонии, индуцированной фармакологически. Ожидалось, что существующие механизмы, которые регулируют кровообращение в сосудах и защищают церебральную кровеносную систему от резкого изменения периферического давления, могут оказывать влияние на другие характеристики исследуемого временного ряда кровяного давления. Тем не менее, результаты применения метода для церебрального кровообращения продемонстрировали отсутствие значительных различий в кровяном давлении.

## **Глава 8. Модифицированный метод DFA и его применение к временным рядам нефронов**

В данной главе была введена в рассмотрение дополнительная мера, которая характеризует эффекты нестационарности исследуемого временного ряда. Применение предлагаемого модифицированного подхода было реализовано для решения задачи диагностики функциональных изменений в динамике церебральных кровеносных сосудов крыс при скачкообразном увеличении периферического артериального давления.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что привлечение дополнительной характеристики в рамках предложенного модифицированного метода DFA позволяет расширить возможности диагностики структурных изменений динамики при изменении условий функционирования организма.

### **Основное содержание работы**

Метод DFA используется для временных рядов с меняющимися во времени характеристиками, когда привлечение стандартного корреляционного анализа не может быть осуществлено [4, 5]. Если

рассматривается случайный процесс, то для дальнейшего анализа осуществляется переход к одномерному случайному блужданию (построение профиля сигнала).

На первом шаге алгоритма проводится приведение сигнала к нулевому среднему уровню и построение профиля (случайного блуждания)

$$Y_k = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}), \quad (1)$$

где  $\bar{X}$  - среднее значение  $X_i$ .

Следующий шаг состоит в том, чтобы разделить временной ряд на непересекающиеся сегменты одинакового размера  $L$  и осуществить аппроксимацию данных методом наименьших квадратов, определив уравнение прямой  $Z$ , представляющей локальный тренд в пределах одного сегмента. Далее тренд устраняется в каждом сегменте путем перехода к разности  $Y_k - Z_k$ , и проводится анализ среднеквадратического отклонения от локального тренда, то есть вычисляется функция:

$$F(L) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [Y_k - Z_k]^2}. \quad (2)$$

Такие вычисления повторяются для разных масштабов (то есть различных размеров сегментов), чтобы получить зависимость  $F(L)$  в широком диапазоне значений параметра  $L$ . Обычно с ростом  $L$  функция  $F(L)$  также возрастает, и линейная зависимость  $\lg F(L)$  от  $\lg L$  свидетельствует о наличии свойства масштабной инвариантности (скейлинга), которое проявляется в степенной зависимости

$$F(L) \sim L^\alpha. \quad (3)$$

В этом случае флуктуации можно охарактеризовать скейлинговым показателем  $\alpha$ , представляющим собой наклон соответствующего линейного участка при представлении зависимости (3) в двойном логарифмическом масштабе – линии регрессии.

Наклон линии регрессии называется показателем Херста [10]. Показатель Херста определяет моно-фрактальную структуру временных рядов

тем, насколько быстро растет общее среднеквадратичное значение  $F$  локальных флуктуаций (среднеквадратичное отклонение) с увеличением размера выборки сегмента (то есть масштаба) (Рис. 1).

Большой показатель Херста ( $H$ ), визуально рассматривается как более медленно развивающиеся вариации (то есть, более «гладкий» процесс) во временных рядах моно-фракталов и мульти-фракталов по сравнению с белым шумом.

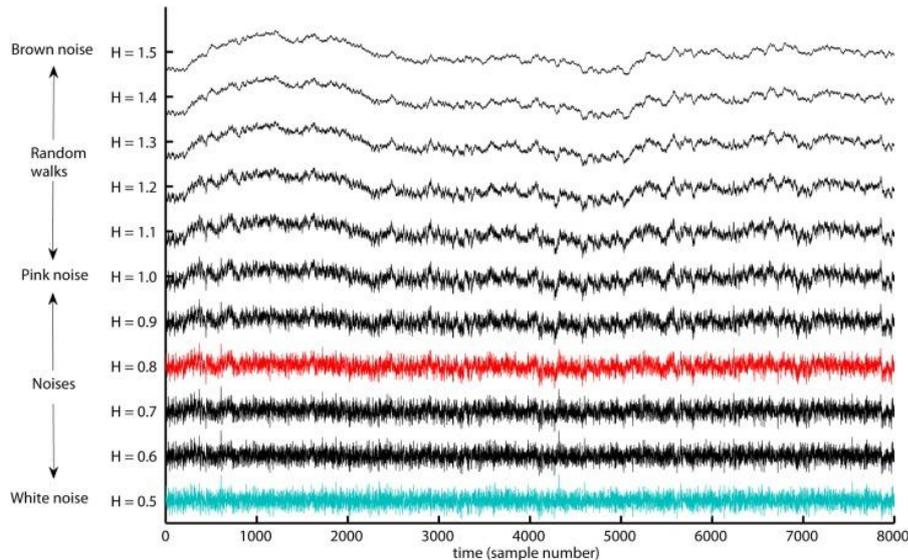


Рисунок 1. Диапазон показателей Херста определяет континуум фрактальных структур между белым шумом ( $H = 0,5$ ) и нормальным броуновским движением ( $H = 1,5$ ). Розовый шум  $H = 1$  можно интерпретировать как границу между шумами  $H < 1$ , которые имеют более очевидные быстро развивающиеся флуктуации, и случайными блужданиями с  $H > 1$ , которые имеют более явные медленно развивающиеся флуктуации.

Существенное ограничение метода моно-фрактального корреляционного анализа при работе с мульти-фрактальными временными рядами заключается в его неспособности различать структуру моно-фрактального и мульти-фрактального временных рядов.

Рисунок 2 иллюстрирует набор локальных показателей Херста, вычисленных с помощью программного модуля [11] для мульти и моно-фрактальных временных рядов, и белых шумов с временным масштабом 5 нс. Локальный показатель Херста имеет большие вариации для мульти-фрактальных временных рядов по сравнению с моно-фрактальными и временными рядами белого шума.

Принцип метода MF DFA заключается в подсчете каждого значимого статистического момента, и построении на их основе мульти-фрактального спектра исследуемого временного ряда.

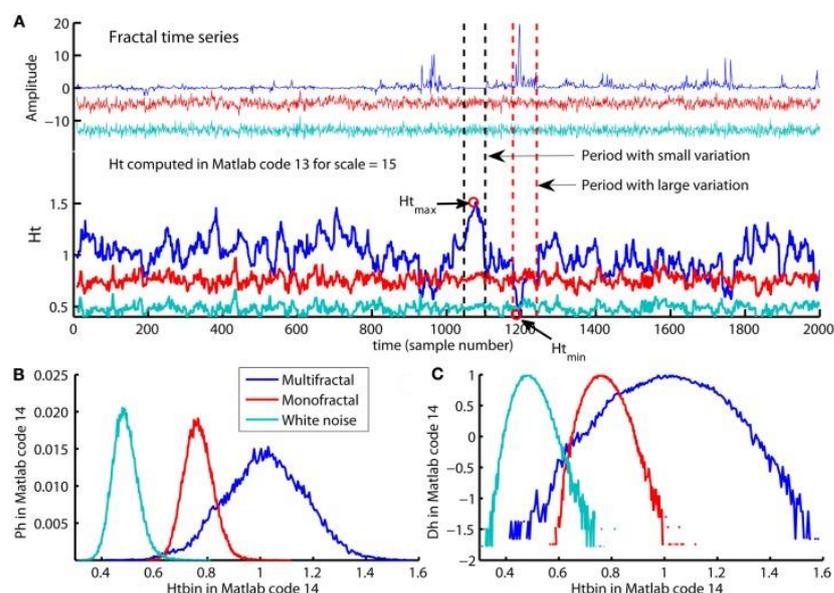


Рисунок 2. Временные ряды мульти-фрактальных, моно-фрактальных и белых шумов (А), и их локальные показатели Херста (В, С).

Для успешной реализации применения MF DFA следует учитывать тот факт, что минимальный размер выборки сегмента должен быть достаточно большим, чтобы предотвратить ошибку при вычислении среднеквадратичного отклонения.

Минимальный размер выборки должен быть значительно больше, чем степень полинома, чтобы предотвратить наложение полиномиального тренда.

$$F_q = \sqrt[q]{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [Y_k - Z_k]^q}. \quad (4)$$

Так, максимальный размер сегмента меньше 1/10 размера выборки временного ряда обеспечит как минимум 10 сегментов при вычислении значения функции  $F_q$  (4), являющейся обобщением  $F$  (2) для каждого статистического момента временного ряда.

В рамках метода DFA отличия локальных значений стандартных отклонений, вычисленных для разных сегментов, не учитываются, хотя они могут оказывать существенное влияние на величину функции (3). Поэтому

предлагается ввести в рассмотрение дополнительную меру, которая характеризует эффекты нестационарности,

$$dF(L) = \max[F_{loc}(L)] - \min[F_{loc}(L)], \quad (5)$$

где  $F_{loc}(L)$  – локальные среднеквадратичные отклонения профиля сигнала  $Y(k)$  от аппроксимации тренда  $Y_L(k)$ , вычисленные в пределах одного сегмента.

В качестве первого временного ряда для исследования была выбрана последовательность RR-интервалов электрокардиограммы человека. RR-интервал – это показатель продолжительности сердечного цикла.

Для проверки результатов работы алгоритма было проведено сравнение с результатами, полученными ранее в работе [5] (рис. 3.б).

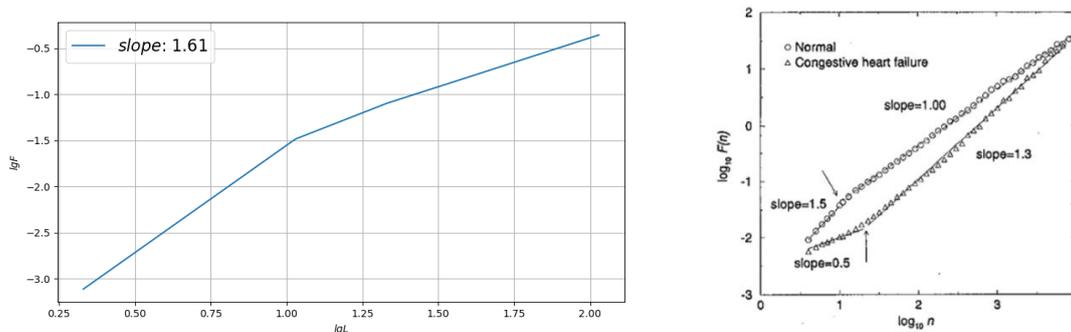


Рисунок 3. Результат применения метода DFA к экспериментальным данным (а) и ранее полученные результаты диагностики заболеваний сердечно-сосудистой системы, опубликованные [5] (б).

Полученный результат подтверждает наличие самоподобия в широком диапазоне масштабов. Показатель скейлинга на временных окнах в 10-100 точек, близкий к значению 1.5, свидетельствует о динамике сердечного ритма, находящейся в пределах нормы, что соответствует ожидаемым результатам, описанным в работе [5].

Применённый таким образом метод DFA для диагностики патологии сердечно-сосудистой системы позволяет с хорошей точностью сопоставить полученные результаты с более сложными методами количественного анализа временных рядов.

Следующий изучаемый временной ряд представлял собой поведение динамики проксимального давления в канальцах нефронов, полученных в результате экспериментов на крысах, проводимых в институте Панума (университет Копенгагена, Дания).

Изучаемые колебания являются почти периодическими в норме, но при почечной гипертензии они становятся сильно нерегулярными, демонстрируя типичные характеристики динамического хаоса.

В результате сравнительного анализа динамики нефронов нормотензивных и гипертензивных крыс были получены различные значения показателя скейлинга, свидетельствующие о возможности диагностики процесса развития почечной гипертензии (Рис. 4).

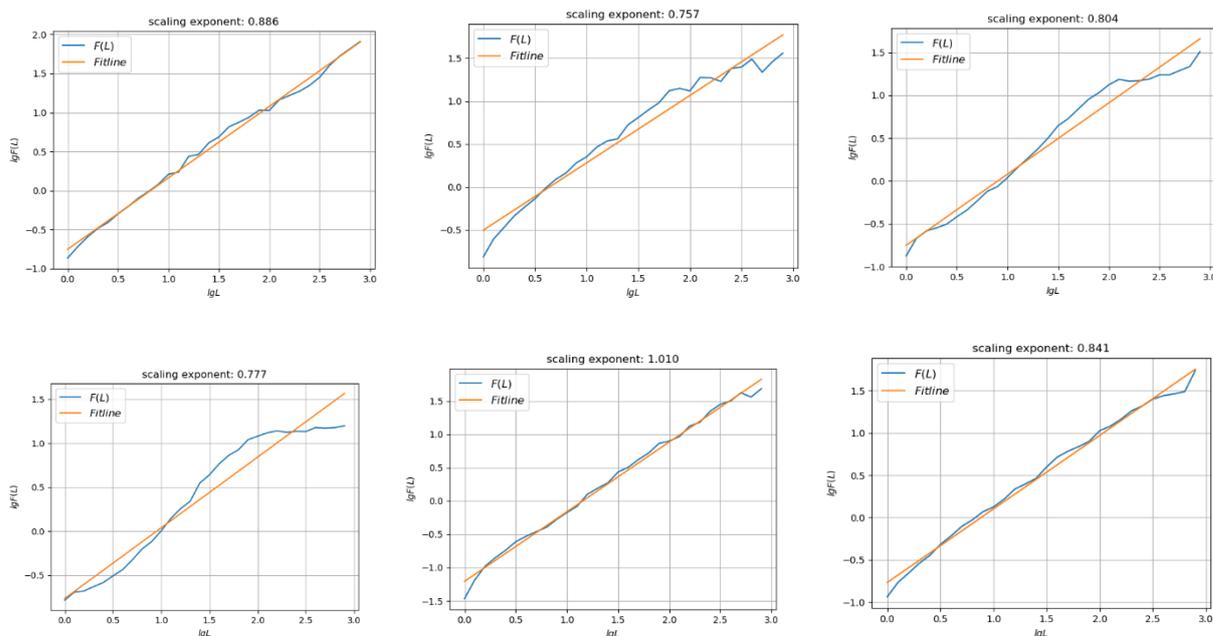


Рисунок 4. Результат применения метода DFA к экспериментальным данным, приведенным на рисунке 8.

Показатель скейлинга, при котором возможно диагностировать почечную гипертензию, больше или равен значения 0.8.

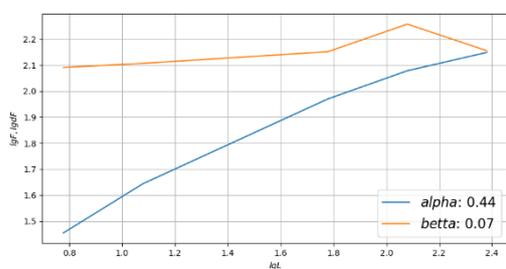
В качестве основного исследования были рассмотрены две группы животных: в контрольном состоянии и при резком повышении периферического артериального давления, вызванного введением мезатона. Наличие защитных механизмов препятствует соответствующей реакции кровеносных сосудов головного мозга, и относительная скорость

церебрального кровотока сравнительно слабо меняется как в венах (увеличение составляет в среднем 2–3%), так и в сети капилляров (9–11%).

Расчет показателя скейлинга  $\alpha$ , представленного на рисунке 5, характеризующего длительные корреляции, продемонстрировал относительно слабые реакции, которые сопоставимы со статистическими погрешностями при анализе небольшой выборки (десять лабораторных животных).

Вычисление показателя скейлинга  $\beta$  позволило диагностировать более выраженные изменения, которые различаются для вен и капилляров по сравнению с контрольным состоянием.

а.



б.

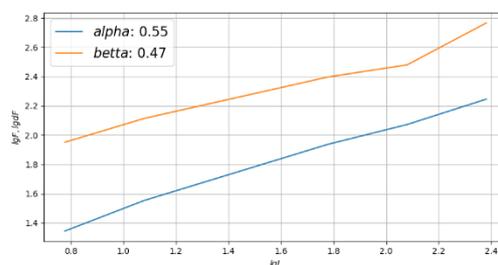


Рисунок 5. Результаты расчета показателей скейлинга  $\alpha$  и  $\beta$  для контрольного состояния (а) и при резком повышении артериального давления (б)

Полученные результаты свидетельствуют о том, что привлечение дополнительной характеристики в рамках предложенного модифицированного метода DFA позволяет расширить возможности диагностики структурных изменений динамики при изменении условий функционирования организма.

## Заключение

В настоящей работе представлен анализ моно-фрактальных временных рядов под названием DFA. Метод DFA довольно прост и основан на вычислении локального RMS для различных временных масштабов.

В работе представлены ограничения применения метода DFA к нестационарным процессам на примере биомедицинских временных рядов и реализация улучшенного метода – MF DFA, который позволяет обойти эти

ограничения, построив мульти-фрактальный спектр исследуемых процессов. Было показано, что мульти-фрактальный спектр отражает изменение фрактальной структуры биомедицинских временных рядов.

В рамках метода DFA была рассмотрена его модификация, описанная в главе «Модифицированный метод DFA и его применение к биомедицинским временным рядам», основанная на расчете разности локальных значений стандартных отклонений, вычисленных для разных сегментов.

Вычисление показателя скейлинга модифицированным методом DFA позволило диагностировать более выраженные изменения, которые различаются для вен и капилляров по сравнению с контрольным состоянием.

Проведенное исследование динамики церебральных кровеносных сосудов демонстрирует преимущества модифицированного метода DFA. Возможности предложенного подхода можно применять для исследования структуры нестационарных процессов в различных областях науки и техники.

По результатам проведенных исследований, представленным в данной работе, были опубликованы статьи [12] и [13] в рецензируемых научных журналах.

## **Список литературы**

1. Lopes R., Betrouni N. (2009). Fractal and multifractal analysis: a review. *Med. Image Anal.* 13, 634–649. [10.1016/j.media.2009.05.003](https://doi.org/10.1016/j.media.2009.05.003)
2. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.
4. Peng C.-K., Buldyrev S.V., Havlin S. et al. // *Phys. Rev. E.* 1994. V. 49. N. 2. P. 1685–1689.
5. Peng C.-K., Havlin S., Stanley H.E. et al. // *Chaos.* 1995. V. 5. N. 1. P. 82–87.
6. Bryce R.M., Sprague K.B. // *Scientific Reports.* 2012. V. 2. P. 315.
7. Hu K., Ivanov P.C., Chen Z., Carpena P., Stanley H.E. // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64. P. 011114.

8. Chen Z., Ivanov P.C., Hu K., Stanley H.E. // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. P. 041107.
9. Shao Y.H., Gu G.F., Jiang Z.Q., Zhou W.X., Sornette D. // Scientific Reports. 2012. V. 2. P. 835.
10. Hurst H. E. (1951). // T. Am. Soc. Civ. Eng. 116, 770–808
11. Research group in Geriatrics. Beyond 1/f fluctuations: software <https://www.ntnu.edu/inb/geri/software>
12. Pavlov A.N., Abdurashitov A.S., Koronovskii A.A. Jr., Pavlova O.N., Semyachkina-Glushkovskaya O.V., Kurths J. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2020. Vol. 85, 105232
13. Павлов А.Н., Павлова О.Н., Короновский А.А. (мл.) // Письма в ЖТФ, 2020, том 46, вып. 6, с. 47–50