

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра теории функций и стохастического анализа

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СТОХАСТИЧЕСКОГО
ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
УПРАВЛЕНИЯ АКТИВАМИ И ПАССИВАМИ ДЛЯ
ОПТИМИЗАЦИИ ПОРТФЕЛЯ НЕГОСУДАРСТВЕННОГО
ПЕНСИОННОГО ФОНДА**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

Студентки 2 курса 248 группы

направления 09.04.03 — Прикладная информатика

механико-математического факультета

Перекрестовой Анны Аркадьевны

Научный руководитель

профессор, д. ф.-м. н

П. А. Терехин

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент

С. П. Сидоров

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Фондовый рынок – важнейший инструмент экономического роста, так как способен трансформировать сбережения в инвестиции. Поэтому в условиях мирового кризиса исследование условий формирования и тенденции развития российского фондового рынка является актуальным.

Эффективная работа финансового рынка способствует экономическому росту стран и повышению качества жизни граждан. Закрывание многих внешних источников финансирования и снижение цен на сырье усиливает внимание к внутренним источникам финансирования. В результате задача по стимулированию внутреннего инвестора и создание благоприятных условий для его деятельности на финансовом рынке выходит на первый план.

В текущее время, как никогда необходимо формировать в стране внутренний спрос на инвестиционные ресурсы, привлекать на фондовый рынок основного поставщика капиталов – население.

Одно из возможных решений является необходимость оптимизировать инвестиционный портфель негосударственного пенсионного фонда и минимизировать риски.

Рынок негосударственного пенсионного фонда – это институт по аккумулярованию, сохранению и преумножению пенсионных средств граждан.

Российские финансовые институты практически неизбежно сталкиваются с тем, что для исследования, а значит, качественного развития финансовых систем уже недостаточно простейших моделей бухгалтерского учета. На систему оказывают влияние внешняя рыночная среда со своими конъюнктурными возмущениями. Действия внешней среды, ограниченная способность финансового менеджера распознавать текущие состояния финансовой системы и прогнозировать будущие денежные потоки порождает фактор неустранимой неопределенности. Похожие проблемы возникают и перед исследователями фондового рынка, где неопределенность носит врожденный характер.

В последние годы появилось большое число приложений реального окружения по управлению активами и пассивами (ALM – asset liability management) с моделями дискретного времени. Страховые компании, банки и пенсионные

фонды внедряют эти приложения. В каждом приложении используются многоуровневые методы стохастического программирования.

Многие авторы предлагают стохастическое программирование как наиболее подходящее решение задачи ALM. Поскольку большинство моделей активов и пассивов динамические стохастические, задача ALM является одной из задач динамической оптимизации, которые могут быть решены применением алгоритмов динамического программирования (ДП) непрерывного состояния. Алгоритм ДП может быть локально аппроксимирован с помощью методов стохастического программирования (СП). Различие между точным решением и аппроксимацией может быть произвольно малым, благодаря использованию достаточного числа сценариев. Оптимизация в СП решается заново для каждого периода времени, основываясь на новом направлении стохастического сценария, который рассчитан в соответствии с последней поступившей информацией. Таким образом, обратная связь вносится из текущего наблюдаемого состояния, а не из начального сценария аппроксимации из предыдущего периода времени.

Этот подход применяется для решения задачи инвестирования средств, при необходимости гарантированного минимального дохода и существовании транзакционных издержек. Считается, что гарантии дохода меняют данную задачу с простой проблемы распределения капитала на задачу ALM. Задача оптимизации решается с помощью намерения максимизировать доходы выше гарантируемых на планируемом горизонте, пока ограничивается риск.

Целью данной работы является разработка инструментария для оптимизации портфеля негосударственного пенсионного фонда.

Для достижения цели в работе решались следующие задачи:

- ознакомиться с понятием пенсионный фонд и двумя его типами;
- дать определение управлению активами и пассивами или ALM;
- рассмотреть задачу аппроксимации динамического программирования с помощью методов стохастического программирования;
- описать стохастические меры, с помощью которых можно оценить преимущества стохастических подходов;
- описать приложения стохастического программирования для портфельных задач с транзакционными издержками;

— ознакомиться с языком программирования AMPL.

Структура и содержание магистерской работы. Работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников, содержащего 20 наименований, и шести приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первой** главе рассматривается система пенсионного фонда и источники его финансирования, а также дается определение управлению активами и пассивами или ALM.

В целом, пенсионный фонд имеет два источника для финансирования своих обязательств: доходы от своего портфеля активов (инвестиционный доход и оценка стоимости портфеля) и взносы в фонд. Взносы по определению вносятся спонсором фонда. Спонсором может быть работодатель, активный участник или их комбинация. Таким образом, в определенные моменты времени стоимость активов фонда увеличивается за счет получения взносов и повышения стоимости вложенных активов и уменьшается за счет выплаты пособий. Пенсионный фонд обязан сбалансировать этот процесс таким образом, чтобы фонд соответствовал действующим стандартам платежеспособности и чтобы все выплаты пособий, как сейчас, так и в будущем, могли производиться своевременно.

Важными решениями, которые определяют, сможет ли пенсионный фонд выполнить свои задачи, являются уровень взносов и распределение активов по классам активов, в которые фонд готов инвестировать. Это распределение называется набором активов.

В принципе, фонд не ограничен в выборе набора активов. Однако существуют широко распространенные представления о приемлемых комбинациях активов, которые на практике приводят к верхним и нижним пределам доли активов, которые должны быть инвестированы в каждую категорию активов. Кроме того, необходимо учитывать ограничения, которые подразумеваются размером и ликвидностью интересующих рынков капитала относительно стоимости ценных бумаг, которыми можно было бы торговать в данный период времени.

Управление активами и пассивами (ALM) в общих чертах можно описать следующим образом: постоянная систематизация и повторная систематизация основных показателей баланса кредитной организации с целью получения прибыли при оказании услуг на должном уровне, в соответствии с миссией компании и избегая неоправданных рисков. Другими словами это понимание того, сколько платить за привлечение средств, на какой срок и по какой ставке их размещать, каким образом распорядиться свободными средствами, если таковые имеются, сколько денег вложить в основные средства, какой размер собственного капитала следует поддерживать.

От соотношения доходов от взносов и доходов от инвестиционного портфеля зависит, какое решение, уровень взносов или распределение активов является наиболее важным. В целом, чем выше степень зрелости пенсионного фонда, то есть чем выше процент участников, закончивших активную карьеру, тем выше относительное влияние инвестиционных решений. В данной работе сделан акцент на формирование инвестиционного портфеля с оптимальной доходностью при минимальных рисках.

Во **второй** разделе представлена классификация задач стохастического программирования (СП). К классификации добавляется модель ожидаемого значения как подкласс задач распределения. Классификация изображена на рисунке 1.

Затем обсуждается, как использовать стохастическое динамическое программирование как единственную возможную аппроксимацию динамического программирования (ДП). Хорошо известно, что любая динамическая задача оптимизации (ДЗО) в дискретном времени решается с помощью алгоритма ДП. Однако для ситуаций с реалистичными предположениями, таких как процесс негауссовского белого шума, очень трудно получить окончательное решение. В таких случаях необходимо обращаться к численным методам решения.

В данном разделе аппроксимируется задача ДП непрерывного состояния путем дискретизации не фиксированного интервала, а вероятных результатов процесса белого шума. Начиная с текущего значения, аппроксимация ДП решает задачу СП до конечного интервала в каждый выбранный момент. Процедура оптимизации выводит оптимальную управляющую по-

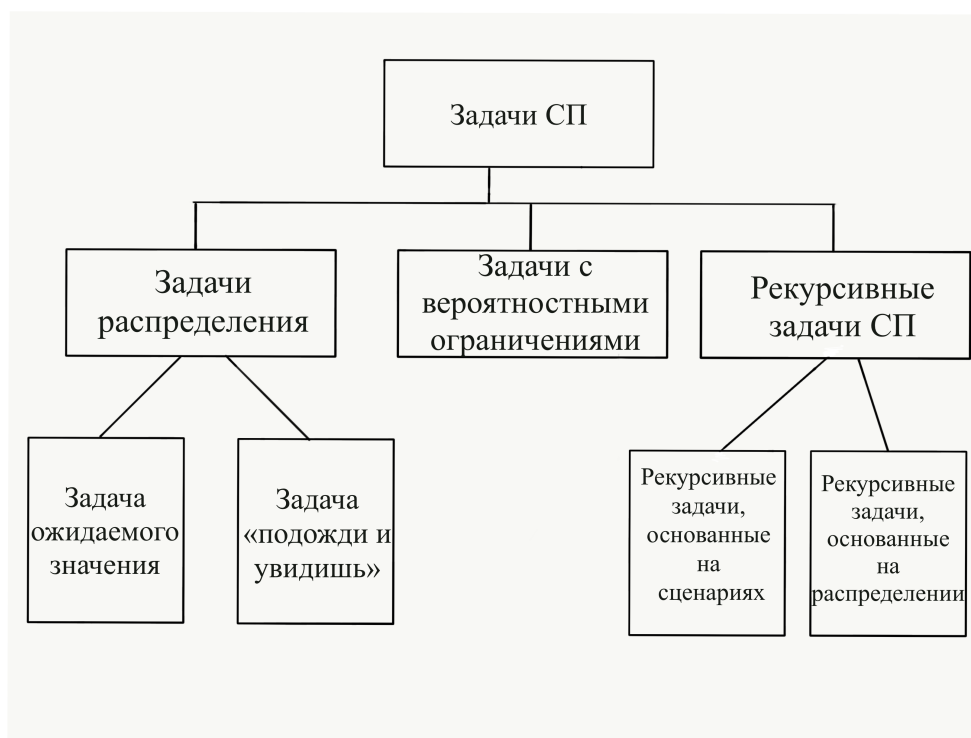


Рисунок 1 – Классы задач СП

следовательность на горизонте планирования, но только первое управляющее решение последовательности используется в системе, а остальные игнорируются. На следующем временном уровне вычисления продолжаются на смещенном горизонте, основываясь на новом значении переменной состояния. Это означает, что многоуровневая задача управления всегда решается с одинаковым числом уровней на горизонте. Ценным преимуществом в применении представленной аппроксимации ДП является возможность решения задачи ДП, используя известные методы стохастического программирования.

Остальные техники, такие как дискретное решение ДП, часто приводят к огромным вычислениям, что мешает их применению. Тогда как техники, предложенные здесь, решают проблему только для текущего состояния и траектории аппроксимации, таким образом, избегая «проклятия размерности». Далее детально описан алгоритм аппроксимации, и на рисунке 2 представлен его обобщенный вид.

Алгоритм вычисления аппроксимации СП:

1. Основываясь на информации о времени t , определим $y(t)$. Установим коэффициент точности η , установим $\underline{J} = \infty$ и зададим число сценариев

- на уровне. Начинаем с относительно низкого числа сценариев.
2. Вычислим сценарную аппроксимацию $Y \in (\tau)$ для $\tau = t, t+1, \dots, T-1$, основываясь на числе выборок на уровне.
 3. Решим многоуровневую задачу СП.
 4. В случае, когда $|J^s(t, y(t)) - \underline{J}| < \eta$, остановитесь и перейдите к пункту 5.
 5. Иначе установите $\underline{J} = J^s(t, y(t))$ и увеличьте число сценариев, чтобы уточнить аппроксимацию. Возвращайтесь к пункту 2.
 5. Обратитесь к первому управляющему решению $\bar{u}(t)$ и игнорируйте все будущие управляющие решения для следующего временного уровня. Пока оптимизация не достигнет фиксированного последнего интервала (горизонта), возвращайтесь к пункту 1, иначе остановитесь.

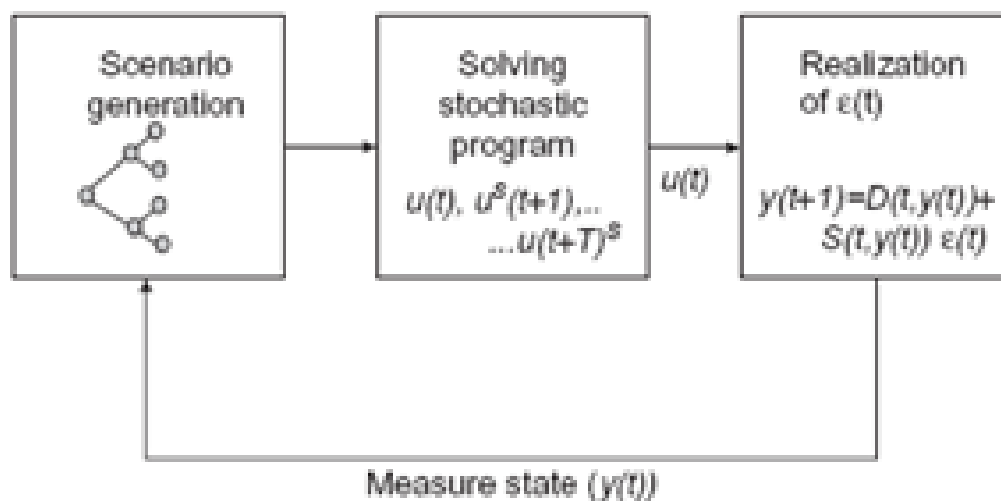


Рисунок 2 – Графическая схема алгоритма аппроксимации

Основная ДЗО может быть сформулирована следующим образом:

$$J(t, y(t)) = \max_{\bar{u} \in U} \left\{ E \left[\sum_{\tau=t}^{T-1} L(\tau, y(\tau), \bar{u}(\tau)) + M(T, y(T)) \right] \right\}, \quad (1)$$

$$y(\tau + 1) = D(\tau, y(\tau), \bar{u}(\tau)) + S(\tau, y(\tau), \bar{u}(\tau)) \in Y(\tau),$$

где $\tau = t, t + 1, \dots, T - 1$, $L(\cdot)$ и $M(\cdot)$ функционалы со строго вогнутой областью значений, $D(\cdot)$ и $S(\cdot)$ определяют состояние динамики и должны быть непрерывно дифференцируемыми функциями, $\bar{u}(\tau)$ ограниченный вектор управления, принадлежащий выпуклому множеству U и $\in(\tau)$ строго ковариантно стационарный процесс белого шума. Предполагается, что все

функционалы $L(\cdot)$, $M(\cdot)$, $D(\cdot)$ и $S(\cdot)$ непрерывны по Липшицу и удовлетворяют необходимым условиям, чтобы данная ДЗО была полностью определена и имела единственное решение. Отметим, что процессы белого шума стационарны, а динамика $y(\tau)$ постоянна и зависима от времени, тогда как функционал $S(\tau, y(\tau), \bar{u}(\tau))$ зависит и от $y(\tau)$ и от τ .

Сценарная аппроксимация не зависит от размерности переменных состояния, но зависит от числа используемых сценариев. Сложность алгоритма, таким образом, независима от размерности пространства состояний. Тем не менее, чтобы получить результаты с желаемой точностью, нужно достаточно большое число сценариев. Решая задачу СП на каждом временном уровне, мы вводим обратную связь в нашу систему.

В заключении второй главы описываются стохастические меры, с помощью которых можно оценить преимущества стохастических подходов.

В **третьем** разделе рассматривается применение стохастического программирования для задач управления активами и пассивами пенсионного фонда. В первую очередь рассматривается более простая модель активов/пассивов, где инвестор сталкивается с задачей по созданию портфеля со средствами, которые могут быть размещены в «I» классов активов. Каждый актив характеризуется ценой, которая является случайной (и только) величиной. Возможные цены в будущем представлены деревом событий. Перед инвестором стоит цель максимизировать стоимость портфеля к концу временного горизонта «Т». Ему нужно принять во внимание будущие обязательства (пассивы). Когда принимаются решения по продаже и покупке активов, необходимо помнить, что каждая сделка несет транзакционные издержки. Отклонение стоимости портфеля от намеченной цифры берется за меру риска. На каждом временном уровне инвестор может принять решение о покупке, продаже или удержании в портфеле некоторого количества активов.

Было выбрано решать эту задачу как многоуровневую стохастическую задачу с рекурсией, и используем разделенное на переменные детерминистическое эквивалентное представление.

Целевая функция: Максимизация ожидаемого значения конечной

стоимости портфеля:

$$\max \sum_{s=1}^{Sc} p_s \sum_{i=1}^I price_{iT} \cdot H_{iT},$$

при выполнении следующих ограничений:

Ограничения на удержание активов:

$$H_{its} = HO_i + B_{its} - S_{its} \quad t = 1, i = 1, \dots, I, s = 1, \dots, Sc$$

$$H_{its} = H_{it-1s} + B_{its} - S_{its}, \quad t = 2, \dots, T, i = 1, \dots, I, s = 1, \dots, Sc,$$

Ограничения на баланс фонда:

$$(1 - g) \sum_{i=1}^I price_{its} S_{its} - L_t + F_t = (1 + g) \sum_{i=1}^I price_{its} B_{its},$$

$$t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, Sc,$$

Ограничения на риск снизу:

$$A_t - \sum_{i=1}^I price_{its} H_{its} \leq A_t R, \quad t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, Sc,$$

Чтобы дополнить формулировку, мы добавили множество ограничений непредвидения, которые зависят от структуры дерева событий.

Пусть T представляет временной горизонт сроком в год, который разделен на четыре квартала. Решения принимаются в начале каждого квартала, что приводит к четырехуровневой стохастической программе. Дерево решений, используемое в этом примере, показано на рисунке 3. Крайние слева узлы представляют стратегические решения, тогда как последующие узлы представляют условно «рекурсивные» решения на более поздних уровнях, когда портфель заново проходит балансировку.

Чем дальше мы заглядываем в будущее, тем менее точны наши знания о состоянии среды. Это обуславливает наш выбор структуры дерева, в которой число веток (альтернативных цен на активы) возрастает на более поздних

уровнях. Мы рассматриваем восемь возможных исходов на втором уровне, 4 условных исхода на третьем уровне и 2 условных исхода на последнем уровне, что приводит к общему числу сценариев равному $8 \times 4 \times 2 = 64$.

Условные решения, представленные на дереве сценариев, смоделированы с помощью набора ограничений непредвидения. Сценарий s – это данные, следующие от корня дерева событий к любому из листьев. Решения на каждом уровне должны быть одинаковыми для всех сценариев, которые не отличаются до этого уровня (следующие из одного узла).

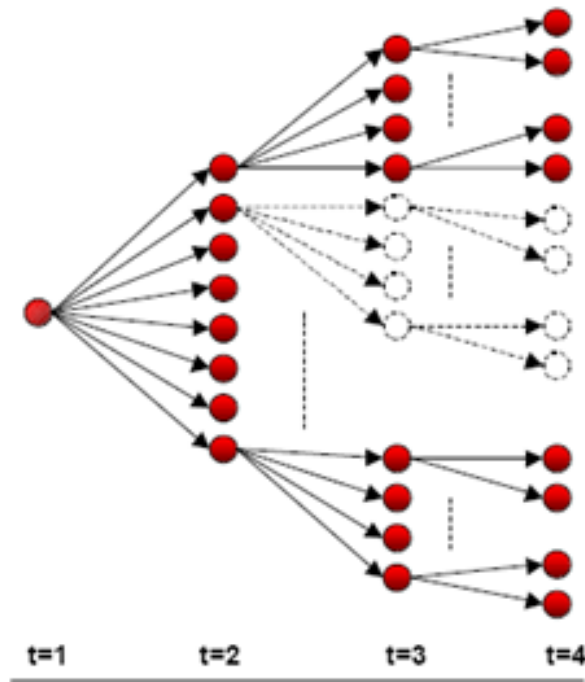


Рисунок 3 – Структура дерева событий

Пусть K_t обозначает число узлов на уровне t , и пусть $n_{tk} \in [1, \dots, K_t]$, $t \in [1, \dots, T]$ обозначает k -ый узел уровня t дерева событий.

Мы определяем $bundle_{tk}$ как множество сценариев следующих через узел n_{tk} . В нашем примере у нас есть:

$$K_1 = 1, K_2 = 8, K_3 = 32, K_4 = 64.$$

Следовательно, структура узлов представляет собой:

$$bundle_{11} = \{1, 2, \dots, 64\} \quad (t = 1)$$

$$bundle_{21} = \{1, 2, \dots, 8\}$$

$$bundle_{22} = \{9, 10, \dots, 16\}$$

$$bundle_{28} = \{57, \dots, 64\} \quad (t = 2)$$

и так далее. Мы можем определить узлы этой задачи в краткой форме следующим образом:

$$bundle_{tk} = \left\{ 1 + \frac{Sc}{K_t}(k-1), \dots, \frac{Sc}{K_t}k \right\}, \quad (2)$$

где Sc - это общее число сценариев. Это отношение подходит к любому дереву сценариев с постоянным числом веток для каждого узла заданного уровня.

Непредвидение может быть выражено следующим образом:

$$(S, H, B)_{its_q} = (S, H, B)_{its_r}, \forall s_r, s_q \in Bundle_{tk}, r \neq q, \forall i, t. \quad (3)$$

Затем рассматривается модель портфельной оптимизации, где дана общая статистическая модель доходов от активов и портфельная модель с транзакционными издержками. Далее изложена задача оптимизации портфеля с транзакционными издержками и целевая функция.

Задача оптимизации для фонда с гарантированным минимумом дохода формулируется следующим образом:

$$\max_{p_i^s(\tau), d_i^s(\tau)} \left\{ \sum_{s=1}^S \left[W^s(T) + \lambda \sum_{\tau=t}^T P_f(\tau, W(\tau) - G(\tau)) | F(t) \right] \right\}, \quad (4)$$

$$W^s(\tau) = \sum_{i=1}^n z_i^s(\tau), \forall s \in S,$$

$$z_i^s(\tau) (1 + r_i^s(\tau)) = \bar{z}_i^s(\tau), \forall s \in S, \forall i \in I,$$

$$z_i^s(\tau) = \bar{z}_i^s(\tau - 1) + p_i^s(\tau) (1 - \delta_i) - d_i^s(\tau), \forall s \in S, \forall i \in I \setminus \{1\},$$

$$z_1^s(\tau) = \bar{z}_1^s(\tau - 1) + \sum_{i=2}^n d_i^s(\tau) (1 - \delta_i) - \sum_{i=2}^n p_i^s(\tau) + q^s(\tau), \forall s \in S,$$

Задача портфельной оптимизации решается с помощью алгоритма. На каждом временном периоде генерируется сценарная аппроксимация возвра-

щаемой динамики, используемой для особой инвестиционной совокупности, основанной на текущей информации во время τ . Затем решается задача оптимизации, заданная формулой 4, со всеми соответствующими ограничениями. Следующим шагом проверяется точность и уточняется дерево сценариев. Когда достигается заранее установленная точность, останавливается оптимизация и генерация дерева сценариев, и применяются инвестиционные решения $p_i(\tau)$. Затем процедура переходит к следующему временному периоду.

В приведенном учебном примере неприятие риска меняется во время исторического бэк-теста и зависит от дистанции до барьера. Оптимизация всегда ограничивает риск, когда стоимость портфеля НПФ приближается к барьеру и увеличивает риск, когда стоимость портфеля далека от барьера. Таким образом, мы представляем обратную связь от данных по портфелю до текущих решений, и приспособливаем неприятие риска к возможности несения убытков.

В четвертом разделе идет речь о моделях управления активами и пассивами для оптимизации портфеля негосударственного пенсионного фонда, сформулированные в среде AMPL.

Одно из преимуществ AMPL заключается в том, что его синтаксис подобен математической записи задач оптимизации, что позволяет дать очень краткое и легко читаемое определение задач математического программирования.

В приложении А приведен код описанной в разделе 3.1. Так как работу модели можно проверить только на учебной версии AMPL, то задача ограничивается 3 временными периодами, 4 классами активов и 4 сценариями.

В приложении Б представлены данные для этой модели. По первому сценарию цены на активы постоянно повышаются, по второму сценарию цены повышаются во втором периоде, но падают в третьем. По третьему сценарию цены на активы постоянно понижаются, а по четвертому сценарию цены понижаются во втором периоде, но идут вверх в третьем. Возможно менять вероятность исполнения любого сценария, изначально все сценарии установлены как равновероятностные.

Результатом работы программы являются трехмерные массивы, которые описывают, сколько нужно купить, продать или удержать активов каж-

дого класса в каждом временном периоде по любому из 4-х сценариев. Результаты представлены в приложении В, а так же на рисунке 4. Стоимость портфеля НПФ в конце планируемого горизонта практически достигнет намеченной цели (будет составлять более 90% от цели, что допустимо с поставленным максимальным отклонением).

```

C:\Users\Анна\Desktop\amplide.mswin64\ampl.exe
ampl: model 1.mod;
ampl: data 2.dat;
ampl: solve;
MINOS 5.51: optimal solution found.
37 iterations, objective 49537.9925
ampl: display H;
H [1,*,*]
:
:      1          2          3          4          :=
1      0            0            0            0
2      3.25662e-12  0            0            0
3      126.642      126.642      126.642      126.642
4      -1.90249e-08 -1.90249e-08 -1.90249e-08  0

[2,*,*]
:
:      1          2          3          4          :=
1      2.8418e-08   2.8418e-08  0            0
2      0            0            0            -2.21492e-08
3      145.188      145.188      269.231      269.231
4      10.5471      10.5471      0            0

[3,*,*]
:
:      1          2          3          4          :=
1      2.8418e-08   2.8418e-08  0            0
2      0            0            0            0
3      145.188      237.871      269.231      263.158
4      45.6768      10.5471      123.577      0
;

ampl: display S;
S [1,*,*]
:
:      1          2          3          4          :=
1      20000      20000      20000      20000
2      20000      20000      20000      20000
3      19873.4    19873.4    19873.4    19873.4
4      1124630    1124630    1124630    1124630

[2,*,*]
:
:      1          2          3          4          :=
1      0            -2.8418e-08  0            0
2      3.45901e-12  0            0            -2.28031e-08
3      1062.06      1062.06      0            0
4      0            0            0            0

[3,*,*]
:
:      1          2          3          4          :=
1      0            0            0            3.02565e-08
2      0            0            0            -2.21492e-08
3      0            0            0            6.07287
4      546.509      0            0            1750
;

```

Рисунок 4 – Результаты работы программы для модели активов/пассивов

В приложении Г приведен код модели, описанной в разделе 3.2 на языке программирования AMPL. Модель портфельной оптимизации НПФ ограничивается 3 временными периодами, 5 классами активов и 4 сценариями.

В приложении Д показаны данные для этой модели. Входными данными являются: транзакционные издержки, инвестиционные ограничения, начальный портфель НПФ, приток и отток фондов и доход от классов акти-

вов.

Результатом работы программы являются трехмерные массивы, которые описывают общую стоимость W по сценарию, обязательства инвестора G на время t и величина денежных вложений в активы класса i в начале временного периода t по сценарию s . Так же можно посмотреть количество активов i купленных в период t по сценарию s , количество активов i проданных в период t по сценарию s и номинальную стоимость активов в конце временного периода. Ниже на рисунке 5 представлены результаты работы.

```
C:\Users\Анна\Desktop\amplide.mswin64\ampl.exe
ampl: model a22.mod;
ampl: data z2.dat;
ampl: solve;
MINOS 5.51: optimal solution found.
49 iterations, objective 10001.53385
Nonlin evals: constrs = 19, Jac = 18.
ampl: display W;
W :=
1 1      500
1 2      500
1 3      500
1 4      500
2 1     4469.32
2 2     4469.32
2 3     4465.75
2 4     4465.75
3 1     19855.3
3 2     19855.3
3 3     18296.6
3 4     18296.6
;

ampl: display z;
z [1,*,*]
:      1      2      3      4      :=
1     500     500     500     500
2      0      0      0      0
3      0      0      0      0
4      0      0      0      0
5      0      1.13687e-13  1.13687e-13  1.13687e-13
;

[2,*,*]
:      1      2      3      4      :=
1     2680     2680     2680     2680
2      500     500     500     500
3      910.05   910.05   910.05   910.05
4      379.273  379.273  375.696  375.696
5      0      0      0      0
;

[3,*,*]
:      1      2      3      4      :=
1      0      0      0      0
2     4920.44  4920.44  4570.44  4570.44
3     6450.38  6450.38  5631.34  5631.34
4     4964.04  4964.04  4574.4   4574.4
5     3520.44  3520.44  3520.44  3520.44
;

ampl: display G;
G [*] :=
1     110
2     121
3     133.1
;

ampl: display zn;
zn [1,*,*]
```

Рисунок 5 – Результаты работы программы для оптимизации портфеля НПФ

Данные модели могут быть применены для решения задачи оптимиза-

ции портфеля не только НПФ, но и для любой инвестиционной компании.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблема пенсионного обеспечения граждан находится в центре внимания любого государства. Рынок негосударственных пенсионных фондов (НПФ) развивается достаточно активно в основном за счет постоянного притока средств пенсионных накоплений. Законодательная норма, требующая от фондов сохранности этих средств, склоняет НПФ к инвестиционной стратегии, ориентированной на размещение средств в инструменты с фиксированной доходностью.

Для успешного управления портфелем пенсионных накоплений необходимо оптимизировать соотношение «риск – доходность», т.е. максимально снизить размер рыночного риска при сохранении необходимой доходности. Инвестор, занимающийся активным управлением, должен суметь отследить и приобрести наиболее перспективные ценные бумаги и максимально быстро избавиться от низкодоходных активов. При этом важно не допустить снижение стоимости портфеля и потерю им инвестиционных качеств. Следовательно, необходимо сопоставлять стоимость, доходность, риск и иные инвестиционные характеристики портфеля с учетом вновь приобретенных ценных бумаг. Необходимо отметить, что следует учитывать затраты по изменению состава портфеля, так как увлекшись изменениями, инвестор может превратить свои попытки дополнительного заработка в убытки, когда затраты превысят результат от внесения изменений.

Стохастическое программирование является признанным методом нахождения оптимального решения при существовании некоторой неопределенности. В разделе 2 представлены классы задач стохастического программирования. Доказано, что модели СП более подходят для приложений, которые решают задачи распределения активов/пассивов и портфельной оптимизации, чем их детерминистические аналоги. Далее обсуждаются стохастические меры, с помощью которых можно вычислить относительные преимущества подходов СП в сравнении с другими. Модели СП сочетают особенности динамического линейного программирования с моделями случайных величин, речь идет о методе генерации сценариев. В работе показано, что можно ап-

проксимацией решить задачу динамического программирования для задачи динамической оптимизации портфеля. Было доказано, что аппроксимируя настоящую динамику набором сценариев и решая заново задачу на каждом временном шаге, мы решаем задачу динамического программирования с произвольной погрешностью целевой функции. Применение подобных моделей СП приводит к нахождению оптимального решения, защищенного от будущей неопределенности.

В разделе 3 рассматривается модель активов/пассивов. Управление активами портфеля отходит от близоруких статических решений и требует пересмотра стратегии и новой балансировки портфельных позиций тогда, когда меняются финансовые условия. Мы рассматриваем многоуровневую ALM модель СП с ограничениями на риск снизу. Далее описываются доходы от активов и динамика портфеля НПФ. Было доказано, что наиболее подходящая мера риска для задач ALM или фондов с гарантией дохода являются дефицитные меры риска. Функция штрафов систематизирует дефицит активов по отношению к пассивам, благодаря чему в будущих сценариях, где не достигается минимальный доход, большие «не достижения» штрафуются более жестко, чем маленькие «не достижения». Задача оптимизации решается с целью максимизировать доход выше гарантированного на планируемом горизонте, сохраняя риск дефицита ниже заранее установленного предела. В этом учебном примере неприятие риска меняется и зависит от дистанции до барьера. Оптимизация всегда ограничивает риск, когда стоимость портфеля приближается к барьеру и увеличивает риск, когда стоимость портфеля далека от барьера. Таким образом, мы представляем обратную связь от данных по портфелю до текущих решений, и приспособливаем неприятие риска к возможности несения убытков.

В четвертом разделе данной работы приведено краткое описание языка программирования высокого уровня AMPL. Этот язык очень удобен для программирования задач СП, так как его синтаксис подобен математическому описанию задач оптимизации, а программируемая модель и данные для этой модели разделены в отдельные файлы. Так как, пользуясь учебной версией AMPL, мы ограничены в числе параметров и итераций, которые способна вычислить программа, то, проверяя работу моделей, мы не можем достиг-

нуть желаемой точности. Но, установив число сценариев равным четырем и всего три временных уровня, мы можем убедиться в их работоспособности и получить некоторые результаты. В дальнейшем, если использовать те же самые модели в полной версии AMPL и увеличить число сценариев как минимум до 100, а данные рассматривать на двухлетнем горизонте планирования с квартальной частотой, то можно достичь желаемой точности результатов и приблизиться к реальным условиям. Обе модели очень подходят для исторического бэктеста. К тому же, они ограничены экспоненциальным ростом сценарного дерева. Если нужно генерировать очень большое число сценариев, они становятся очень медленными и трудновычислимыми.