

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»
(СГУ)

Кафедра Математического обеспечения
вычислительных комплексов и
информационных систем

**СТАБИЛИЗАЦИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ С УПРАВЛЕНИЕМ НА ОСНОВЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ
РЕГУЛЯТОРОВ**

АВТОРЕФЕРАТ

НАУЧНО-КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

аспиранта 4 курса
направления 09.06.01 – Информатика и вычислительная техника
направленности «Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»

ЖАДАЕВА ФЁДОРА МИХАЙЛОВИЧА

Научный руководитель
д.ф.-м.н., профессор



Д. К. Андрейченко

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор



Д. К. Андрейченко

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Современные технические системы содержат объекты управления с сосредоточенными по пространству параметрами и распределенными по пространству параметрами, динамически связанные через границы раздела. Соответственно, математические модели подобных объектов представляют собой динамически связанные посредством граничных условий и условий связи системы обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных при соответствующих начальных условиях. В работах [1,2] данный класс математических моделей назван комбинированными динамическими системами (КДС). Там же сформулированы и доказаны основные теоремы об устойчивости КДС. В частности, предложен «быстрый» алгоритм исследования устойчивости КДС, т.е. частотный критерий, аналогичный частотному критерию Михайлова-Эрмита. К элементам управляемых КДС прикладываются управляющие воздействия, зависящие от компонент выходной вектор-функции и от вещественных параметров обратных связей. Как правило, параметры обратных связей являются коэффициентами усиления соответствующих электрических цепей, а управляющие устройства в основном классическими пропорционально-дифференцирующими (ПД) и пропорционально-интегрально-дифференцирующими (ПИД) регуляторами. Аналог классического метода D-разбиений [3] для построения областей устойчивости КДС в пространстве параметров обратных связей предложен и обоснован в работе [4]. Параметрический синтез представляет собой процедуру выбора параметров обратных связей с целью улучшения качества переходных процессов. Применительно к КДС, он основан на минимизации среднеквадратического отклонения частотной характеристики проектируемой системы от «желаемой» частотной характеристики, и развит в работах [1, 5–8]. Вместе с тем, искусственные нейронные сети представляют собой более широкий класс управляющих устройств, чем ПД- и ПИД-регуляторы.

Актуальность темы. Как правило, устройства управления на основе искусственных нейронных сетей используются для управления объектами с сосредоточенными по пространству параметрами. Объекты управления в таких системах характеризуются конечным множеством собственных частот. Поэтому применение нейросетевых управляющих устройств, после соответствующего

ющей настройки внутренних параметров (обучения), либо полностью исключает, либо минимизирует вероятность появления неустойчивых собственных частот колебаний объекта управления в течение достаточно продолжительного периода времени. С другой стороны, если в состав объекта управления входят объекты с распределёнными по пространству параметрами (например, гибкие стержни) число его характерных собственных частот колебаний будет как минимум счётно-бесконечным. Таким образом, для использования нейросетевых управляющих устройств для управления такими объектами требуется дополнительная проверка устойчивости системы. В случае использования классических управляющих устройств (таких, как ПД и ПИД-регуляторы), при параметрическом синтезе их параметры выбираются из области устойчивости системы. Такой подход не применим к устройствам управления на основе искусственных нейронных сетей, так как их параметры подбираются в процессе обучения, несколько отличающегося от параметрического синтеза. Однако теоремы об устойчивости КДС будут справедливы и для КДС с нейросетевыми управляющими элементами. Это открывает возможность гарантировать невыход системы из области устойчивости КДС в процессе обучения нейрорегуляторов.

Целью работы является разработка общих методов обучения нейрорегуляторов, гарантирующих невыход их параметров из области устойчивости КДС.

Для достижения поставленной цели требуется решение следующих **задач**:

1. разработка математических моделей типовых нейрорегуляторов;
2. построение их передаточных функций;
3. исследование применимости теорем об устойчивости КДС;
4. исследование возможности модификации существующих алгоритмов обучения нейронных сетей с учетом нахождения в пределах области устойчивости;
5. разработка «быстрого» алгоритма вычисления расстояния до границы области устойчивости на основе модификации теоремы об устойчивом квазимногочлене.

Объектом исследования являются комбинированные динамические системы с нейросетевыми управляющими элементами.

Предметом исследования являются математические модели и алгоритмы, обеспечивающие невыход весов нейрорегулятора за пределы области устойчивости КДС при его обучении.

Методы исследования: В работе используются теории дифференциальных уравнений, интегральных преобразований, математического анализа, а так же математического моделирования динамических систем и нейронных сетей.

Научная новизна и практическая значимость:

- Показана применимость теорем об устойчивости КДС при использовании нейросетевых регуляторов на базе ИНС прямого распространения с ИНС Элмана.
- Получен критерий и «быстрый» алгоритм оценки удалённости набора весов нейросетевого регулятора от границ области устойчивости управляемой КДС.
- Предложен метод обучения ИНС, при котором гарантируется, что результирующий набор весов будет принадлежать области устойчивости системы.

Публикации: По теме работы имеется две опубликованные работы, одна из которых в журнале, индексируемом в Web Of Science, а вторая в рецензируемом издании. Ещё одна статья подготовлена к публикации в рецензируемом журнале.

Личный вклад: выведены передаточные функции управляющих устройств на основе базовых классов ИНС; показана применимость к рассмотренным классам нейронных сетей теорем об устойчивости КДС; получен критерий и «быстрый» алгоритм оценки удалённости набора весов нейросетевого регулятора от границ области устойчивости системы; предложена модификация функции ошибки для обучения нейросетевого регулятора гарантирующая, что результирующий набор весов ИНС будет принадлежать области устойчивости КДС.

1 Содержание работы

1.1 Управляемые КДС

Большинство технических систем состоят как из дискретных элементов с сосредоточенными по пространству параметрами (двигатели, усилители, абсолютно твёрдые тела) так и из континуальных элементов с распределёнными по пространству параметрами (упругие стержни, оболочки, потоки жидкости и газа). Различные по типу элементы связаны между собой через границы раздела, таким образом, соответствующие физические модели являются комбинированными.

Определение 1.1. Комбинированная динамическая система - математическая модель, представляющая собой совокупность обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, связанных между собой через граничные условия и условия связи, а так же начальных условий [1, 2].

Уравнения управляемых КДС зависят от параметров обратных связей $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_{N_p})^T \in \mathbb{R}^{N_p}$. В результате линеаризации и применения одностороннего интегрального преобразования Лапласа по времени $f(t) \rightarrow \tilde{f}(\lambda) = \int_0^\infty f(t)e^{-\lambda t}dt$, $\lambda \in \mathbb{C}$ динамическая модель КДС представляется в виде матрицы передаточных функций $\Phi(\lambda, \mathbf{p})$, $\Phi : \mathbb{C} \times \mathbb{R}^{N_p} \rightarrow \mathbb{C}^{(N_y, N_x)}$:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}}(\lambda) &= \Phi(\lambda, \mathbf{p})\tilde{\mathbf{x}}(\lambda), \\ \Phi(\lambda, \mathbf{p}) &= [\Phi_{kj}(\lambda, \mathbf{p})] = [Q_{kj}(\lambda, \mathbf{p})/D(\lambda, \mathbf{p})],\end{aligned}\tag{1.1.1}$$

$$\begin{aligned}D(\bar{\lambda}, \mathbf{p}) &= \overline{D(\lambda, \mathbf{p})}, \quad Q_{kj}(\bar{\lambda}, \mathbf{p}) = \overline{Q_{kj}(\lambda, \mathbf{p})}, \\ k &= 1, 2, \dots, N_y, \quad j = 1, \dots, N_x,\end{aligned}\tag{1.1.2}$$

где $D(\lambda, \mathbf{p})$ - характеристический, а $Q_{kj}(\lambda, \mathbf{p})$ - возмущающие квазимногочлены. Если математические модели элементов КДС с распределёнными по пространству параметрами учитывают малую конечную диссипацию энергии, и выполнен ряд условий, сформулированных и доказанных в [9], то при

$$\operatorname{Re} \lambda > \sigma_0, \sigma_0 \in (-\infty, 0)\tag{1.1.3}$$

функции $D(\lambda, \mathbf{p})$ и $Q_{kj}(\lambda, \mathbf{p})$ аналитичны по λ .

Обобщённая степень $n \in \mathbb{R}$ характеристического квазимногочлена $D(\lambda, \mathbf{p})$ определяется следующим условием:

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda^{-n} D(\lambda, \mathbf{p}) &= C_a(\mathbf{p}), \\ 0 < |C_a(\mathbf{p})| < \infty, \operatorname{Re} \lambda > -\infty. \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

Как следует из теоремы об устойчивом квазимногочлене [1], для проверки принадлежности параметров обратных связей $\mathbf{p}$ области устойчивости $\Omega_{st} \subset \mathbb{R}^{N_p}$ достаточно проверить условие

$$\mathbf{p} \in \Omega_{st} \Leftrightarrow \Delta_{0 \leq \omega < \infty} \arg D(i\omega, \mathbf{p}) = n\pi/2 \quad (1.1.5)$$

Далее будем называть (1.1.5) критерием устойчивости КДС.

Пусть символ « $\bar{}$ » применительно к множествам вещественного пространства означает теоретико-множественное замыкание.

Определение 1.2. Под областью устойчивости будем понимать такое открытое множество в пространстве параметров обратных связей $\Omega_{st} \in \mathbb{R}^{N_p}$, что КДС устойчива при $\mathbf{p} \in \Omega_{st}$ и неустойчива при $\mathbf{p} \notin \bar{\Omega}_{st}$. Соответственно, $N_p - 1$ — мерное многообразие $\partial \bar{\Omega}_{st}$ в пространстве параметров обратных связей представляет собой границу области устойчивости.

В качестве управляющего элемента для динамической системы могут выступать как традиционные ПД- и ПИД-регуляторы, так и более сложные элементы, такие как, например, устройства управления на основе искусственных нейронных сетей [10–15]. В работе рассматриваются фундаментальные классы ИНС — многослойные нейронные сети прямого распространения и рекуррентные нейронные сети (на примере сети Элмана) [16]. Для обоснования применимости критерия устойчивости к КДС с управляющими элементами на основе рассматриваемых ИНС, необходимо провести построение их передаточных функций и проверить их аналитичность.

1.2 Передаточная функция ИНС прямого распространения

Каждый из нейронов входящих в состав ИНС характеризуется числом синапсов n и их весами $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$. Таким образом, рассматриваемый нейрон может быть описан как

$$y = \sigma(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}) \quad (1.2.1)$$

где σ - функция активации нейрона, $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ - вектор весов синапсов нейрона, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - вектор входных сигналов, y - выходной сигнал нейрона.

Зафиксируем вектор весов $\mathbf{w}$ и рассмотрим входной и выходной сигналы нейрона в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x}_0 + \mathbf{x}^*; \quad \mathbf{x}_0 = Const \in \mathbb{R}^n \\ y &= y_0 + y^*; \quad y_0 = Const \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

где $()^* \ll 1$. Используя теорему Лагранжа о среднем значении получаем

$$y = \sigma(\mathbf{w} \cdot (\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}^*)) - \sigma(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_0) \approx \sigma'(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_0)(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^*) \quad (1.2.3)$$

Отбросив символ малых возмущений и применив к полученной функции преобразование Лапласа получим

$$\begin{aligned} \tilde{y}(\lambda) &= \mathcal{L}[y(t)] = \int_0^\infty \sigma'(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_0)(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}(t)) e^{-\lambda t} dt = \\ &= \sigma'(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{w} \int_0^\infty \mathbf{x}(t) e^{-\lambda t} dt = \Phi(\lambda) \cdot \tilde{\mathbf{x}}(\lambda) \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

где $\Phi(\lambda)$ - передаточная функция рассматриваемого нейрона. В случае фиксированного набора весов она является константной. В силу построения сети прямого распространения общая передаточная функция сети также будет константной [17].

1.3 Передаточная функция ИНС Элмана

Сформулируем зависимость выхода нейронной сети Элмана $y(t)$ от входного вектора $\mathbf{x}(t)$. Для простоты допустим, что выходной слой содержит единственный нейрон, выход которого и является выходным сигналом. Введем вспомогательные функции:

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{x}) &= \sigma_q\left(\sum_{i=1}^n x_i w_{qi}\right); \\ \mathbf{H}(t) &= (H_i(t), i = 1 \dots n); \\ H_i(t) &= \sigma_h\left(\sum_{j=1}^m x_j(t) w_{ij} - H_i(t - \tau)\right) \end{aligned} \quad (1.3.1)$$

где $Q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $H_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ — функции нейрона выходного и скрытого слоев сети; w_{qi} , w_{ij} — веса синапсов нейронов; σ_q , σ_h — функции активации нейронов; τ — некоторое константное время запаздывания сигнала обратной связи. Обе функции активации представляют собой логистические функции вида $\sigma(x) = (1 + e^{-ax})^{-1}$ и отличаются только параметром крутизны a . Таким образом имеем, что

$$y(t) = Q(\mathbf{H}(t)) \quad (1.3.2)$$

Будем считать, что система функционирует в непрерывном времени. Рассмотрим её относительно малых возмущений входного сигнала. Воспользовавшись теоремой Лагранжа о среднем значении получим

$$\begin{aligned} \sigma_h(z) &\approx C_h z; \quad \sigma_q(z) \approx C_q z \\ y(t) &= C_q \sum_{i=1}^n w_{qi} H_i(t) \\ H_i(t) &= C_h \left(\sum_{j=1}^m x_j(t) w_{ij} - H_i(t - \tau) \right) \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

Полагаем, что при $t < 0 \forall i \in [0, m] H_i(t) \equiv 0$. Применим преобразование Лапласа:

$$Y(\lambda) = \mathcal{L}[y(t)] = (C_q C_h)(1 + C_h e^{-\tau\lambda})^{-1} \sum_{i=0}^n w_{qi} \sum_{j=0}^m w_{ij} X_j(\lambda) \quad (1.3.4)$$

Заметим, что при фиксированных весах передаточная функция нейронной сети не будет иметь особенностей в правой комплексной полуплоскости и вблизи мнимой оси при $C_h < 1$. C_h представляет собой значение производной от функции активации нейрона в некоторой точке.

$$\sigma'_h(z) = (ae^{ax})(e^{ax} + 1)^{-2} \quad (1.3.5)$$

Получаем, что для аналитичности передаточной функции рассматриваемой нейронной сети достаточно, чтобы параметр a функции активации нейронов скрытого слоя был достаточно мал ($a < 4$).

1.4 Обучение ИНС в границах области устойчивости КДС

Роль параметров обратных связей $\mathbf{p}$ для КДС с нейросетевыми управляющими устройствами играют веса ИНС, которые подбираются в процессе обучения, с использованием специальных алгоритмов, например, алгоритма обратного распространения ошибки, минимизирующих некоторую заранее определённую функцию ошибки. Для обеспечения устойчивости КДС необходимо, чтобы после обучения искусственной нейронной сети управляющего устройства для полученного набора весов $\mathbf{p}$ выполнялся критерий (1.1.5). Для этого, наиболее эффективным решением является обеспечение условий, при которых во время обучения нейронной сети веса $\mathbf{p}$ будут выбираться в пределах области устойчивости Ω_{st} . Так как в процессе обучения происходит минимизация некоторой функции ошибки, наиболее простым решением будет модификация этой функции таким образом, чтобы она интенсивно возрастала при приближении изнутри к границе области устойчивости Ω_{st} и при выходе за границу этой области. То есть требуется некоторая скалярная функция параметров обратных связей $f_d(\mathbf{p})$, $f_d : \mathbb{R}^{N_p} \rightarrow \mathbb{R}$, позволяющая оце-

нить расстояние от границы области устойчивости (по направлению изнутри к границе области устойчивости).

Рассмотрим представление КДС в виде (1.1.1). Пусть выполнены условия (1.1.2), (1.1.3), (1.1.4) и $\lambda_0 = \lambda_0(\mathbf{p})$ – корень характеристического квазимногочлена $D(\lambda, \mathbf{p})$ с наибольшей вещественной частью. Из теорем об устойчивости следует, что система асимптотически устойчива, если $\operatorname{Re} \lambda_0 < 0$ и неустойчива при $\operatorname{Re} \lambda_0 > 0$, а случай $\operatorname{Re} \lambda_0 = 0$ соответствует границе области устойчивости. То есть, можно полагать, что расстояние от границы области устойчивости оценивается следующим образом:

$$f_d(\mathbf{p}) = \operatorname{Re} \lambda_0(\mathbf{p}). \quad (1.4.1)$$

Утверждение 1.3. Если справедливы условия (1.1.2), (1.1.3), (1.1.4) и $\sigma > \sigma_0$, то функция $D(\lambda, \mathbf{p})$ не будет иметь нулей при $\operatorname{Re} \lambda_0 \geq 0$, если

$$\Delta_{0 \leq \omega < \infty} \arg D(i\omega + \sigma, \mathbf{p}) = n\pi/2 \quad (1.4.2)$$

Доказательство может быть проведено на основе принципа аргумента, аналогично доказательству теореме об устойчивости [1]. Если при $\sigma = \sigma_1$ не выполняется условие (1.4.2), то $\sigma_1 < \operatorname{Re} \lambda_0$. Если при $\sigma = \sigma_2 > \sigma_1$ условие (1.4.2) выполняется, то $\sigma_2 > \operatorname{Re} \lambda_0$. Таким образом, значение $\operatorname{Re} \lambda_0$ из правой части определения (1.4.1) достаточно быстро может быть найдено методом половинного деления отрезка $[\sigma_1, \sigma_2]$.

Полученная метрика (1.4.1) позволяет легко модифицировать имеющуюся функцию ошибки, выбранную для обучения нейросетевого управляющего устройства, путём добавления коэффициента $k(\mathbf{p})$, $k : \mathbb{R}^{N_p} \rightarrow \mathbb{R}$, интенсивно возрастающего при переходе изнутри вовне через границу области устойчивости Ω_{st} . Например, в качестве такого коэффициента может быть использована функция $k(\mathbf{p}) = f_k(f_d(\mathbf{p}))$, где $f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ – кусочно-заданная функция

$$f_k(z) = \begin{cases} 0, & z < -1/C_k \\ (C_k z + 1)^2, & z \geq -1/C_k \end{cases} \quad (1.4.3)$$

Модифицировав описанным способом минимизируемую в процессе обучения нейросетевого контроллера функцию ошибки можно гарантировать, что полученный в результате обучения набор весов $\mathbf{p}$ будет из области устойчивости КДС [18].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построены типовые математические модели нейрорегуляторов применительно к задачам управления движением комбинированных динамических систем.

Изучены передаточные функции основных классов нейрорегуляторов (многослойные нейронные сети прямого распространения, рекуррентные сети Элмана) и показана их аналитичность в правой комплексной полуплоскости и в окрестности мнимой оси.

Тем самым показана возможность применения теорем об устойчивости КДС к системам с нейросетевыми управляющими элементами на основе рассмотренных классов нейронных сетей. В частности, показана применимость «быстрого» алгоритма проверки устойчивости КДС.

Разработан метод обучения нейрорегуляторов, гарантирующий невыход их весов за пределы области устойчивости КДС.

С этой целью предложена модификация функции ошибки нейронной сети, интенсивно возрастающая при приближении к границе области устойчивости в пространстве весов регулятора. Это позволяет без существенных модификаций использовать известные алгоритмы обучения нейронных сетей, основанные на минимизации функции ошибки, для решения задач управления движением КДС.

В результате была получена модификация «быстрого» алгоритма проверки устойчивости КДС для эффективного вычисления расстояния до границы области устойчивости в пространстве весов нейрорегулятора.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андрейченко, Д. К. К теории комбинированных динамических систем / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2000. — № 3. — С. 54–69.
2. Andreichenko, D. K. On the theory of hybrid dynamical systems / D. K. Andreichenko, K. P. Andreichenko // Journal of Computer and Systems Sciences International. — 2000. — Vol. 39, no. 3. — P. 383–398.
3. Неймарк, Ю. И. Динамические системы и управляемые процессы / Ю. И. Неймарк. — М. : Наука, 1978. — 336 с.
4. Андрейченко, Д. К. К теории стабилизации спутников с упругими стержнями / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2004. — № 6. — С. 150–163.
5. Андрейченко, Д. К. Динамический анализ и выбор параметров модели гироскопического интегратора линейных ускорений с плавающей платформой / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2008. — № 4. — С. 76–89.
6. Андрейченко, Д. К. Выбор параметров систем и динамический анализ газореактивных систем стабилизации с упругими стержнями / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко, М. С. Комарова // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2012. — № 4. — С. 101–114.
7. Адаптивный алгоритм параметрического синтеза комбинированных динамических систем / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко, Д. В. Мельничук, М. С. Портенко // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер., Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2016. — Т. 16, Вып. 4. — С. 465–475. — DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-4-465-475.
8. Андрейченко, Д. К. Параллельный алгоритм параметрического синтеза системы угловой стабилизации вращающегося упругого стержня под действием продольного ускорения / Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко,

- Кононов В. В. // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2017. — № 2. — С. 22–37.
9. Портенко, М. С. Условия аналитичности характеристического и возмущающих квазимногочленов комбинированных динамических систем / М. С. Портенко, Д. В. Мельничук, Д. К. Андрейченко // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер., Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2016. — Т. 16, Вып. 2. — С. 208–217. — DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-2-208-217.
 10. Luoren, L. Research of PID Control Algorithm Based on Neural Network / L. Luoren, L. Jinling // Energy Procedia. — 2011. — Vol. 13. — P. 6988–6993.
 11. Adaptive neural network- based satellite attitude control in the presence of CMG uncertainty / W. MacKunis, F. Leve, P. M. Patre [et al.] // Aerospace Science and Technology. — 2016. — no. 54. — P. 218–228.
 12. Design of an Adaptive-Neural Network Attitude Controller of a Satellite using Reaction Wheels / A. Ajorkar, A. Fazlyab, F. F. Saberi, M. Kabganian // JACM. — 2014. — Vol. 1, Iss. 2. — P. 67–73. — DOI: 10.22055/jacm.2014.10757.
 13. Adaptive neural network satellite attitude control in the presence of inertia and CMG actuator uncertainties / W. MacKunis, K. Dupree, S. Bhasin, W. E. Dixon // 2008 American Control Conference. — 2008. — P. 2975–2980. — DOI: 10.1109/ACC.2008.4586948.
 14. Sivaprakash, N. Neural network based three axis satellite attitude control using only magnetic torquers / N. Sivaprakash, J. Shanmugam // 24th Digital Avionics Systems Conference. — 2005. — Vol. 2. — P. 6. — DOI: 10.1109/DASC.2005.1563440.
 15. Qiu, Z. C. Trajectory planning and diagonal recurrent neural network vibration control of a flexible manipulator using structural light sensor / Z. C. Qiu, W. Z. Zhang // Mechanical Systems and Signal Processing. — 2019. — no. 132. — P. 563–594.

16. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. — 2-е изд. — М. : Вильямс, 2006. — 1104 с.
17. Андрейченко, К. П. Синтез передаточной функции нейронной сети в нейросетевом управляющем устройстве / К. П. Андрейченко, Д. К. Андрейченко, Ф. М. Жадаев // Доклады Академии военных наук. — 2017. — № 2 (70). — С. 13–15.
18. Андрейченко, Д. К. Обучение нейросетевых регуляторов для стабилизации комбинированных динамических систем / Д. К. Андрейченко, Ф. М. Жадаев // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер., Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2018. — Т. 18, Вып. 3. — С. 354–360. — DOI: 10.18500/1816-9791-2018-18-3-354-360.