МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии

Оптимальные маршруты в орграфах

АВТОРЕФЕРАТ

дипломной работы

студентки 6 курса 631 группы

специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Совы Евгении Сергеевна

Научный руководитель

к.ф.-м.н., профессор ___________ В. Н. Салий

23.01.2020 г.

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., доцент ___________ М. Б. Абросимов

23.01.2020 г.

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

В дипломной работе мы продолжили рассмотрение одной из основных задач теории графов, известной по названиям «задача о кратчайшем пути» или «задача о минимальном пути» для ориентированных графов, а также продолжили изучение алгоритмов, применяемых для решения данной задачи.

Формулировки задач данного типа различны и их решение актуально для нахождения оптимального маршрута между двумя объектами на местности, для создания программ и настройки авиационных систем, а также нахождения оптимального маршрута при перевозках или динамического распределения ресурсов сети связи, называемой коммутацией пакетов.

Актуальность выбора данной тематики дипломной работы обусловлена большим интересом к этой теме в современной науке. Рассмотрение вопросов, связанных с данной темой носит как теоретическую, так и практическую применимость.

При написании дипломной работы была поставлена цель: собрать и проанализировать задачи нахождения кратчайших путей и алгоритмы, применяемые для их решения.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. Ознакомиться с основными понятиями теории графов.
2. Рассмотреть теоретическую составляющую алгоритмов поиска кратчайших путей в ориентированных графах.
3. Исследовать обоснования корректности для выбранных алгоритмов поиска кратчайших путей в ориентированных графах.
4. Применить алгоритмы поиска кратчайших путей в ориентированных графах на примере сформулированных задач.
5. Составить программу для нахождения кратчайших путей в ориентированных графах, реализующую алгоритмы решения данной задачи.

Объектом исследования в дипломной работе являются математические графы.

Предметом исследования являются задачи поиска кратчайших путей в ориентированных графах.

Проблема исследования: реализация алгоритмов поиска кратчайших путей в ориентированных графах.

В приложении к дипломной работе также приведен листинг программной реализация алгоритмов Джонсона, Ли, Лозовану, метода «сращивания деревьев», модифицированного алгоритма Дейкстры, которая сделана в виде приложения с графическим интерфейсом, с помощью которого можно пошагово проследить за работой алгоритмов, а также получить результаты их работы.

Дипломная работа состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка использованных источников и 1 приложения. Общий объем работы – 115 страниц, из них 92 страницы – основное содержание, включая 57 рисунков и 35 таблиц, список использованных источников из 15 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В первом разделе мы рассмотрели алгоритм Джонсона для решения задачи поиска кратчайших путей для всех пар вершин в ориентированных взвешенных графах, которые содержат отрицательные веса дуг, но не имеют отрицательных циклов и его шаги, а именно алгоритмы:

- алгоритм Беллмана-Форда;
- операцию перевзвешивания графа;
- алгоритм Дейкстры.

Для алгоритма Беллмана-Форда приведено:

1. Описание фаз алгоритма в п.п. 1.2.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 1.2.2 путем доказательства утверждения о том, что после выполнения $n-1$ фазы алгоритм Беллмана-Форда корректно находит все кратчайшие пути из стартовой вершины до всех остальных вершин, длина которых по числу дуг не превосходит $n-1$, где n – это количество вершин в графе;
3. Пример использования алгоритма в п.п. 1.2.3 на взвешенном ориентированном графе, не содержащем циклов отрицательного веса, с 6 вершинами и 11 дугами.

Для операции перевзвешивания приведено:

1. Определение операции перевзвешивания в п.п. 1.3.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 1.3.2 путем доказательства лемм о том, что перевзвешивание графа не изменяет его кратчайшие пути и дает неотрицательные веса для дуг графа;
3. Пример использования операции в п.п. 1.3.3 на основе леса кратчайших путей для взвешенного ориентированном графе, не содержащего циклов отрицательного веса, с 6 вершинами и 11 дугами.

Для алгоритма Дейкстры приведено:

1. Описание шагов алгоритма в п.п. 1.4.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 1.4.2 путем доказательства теоремы о том, что алгоритм приводит к построению одной из систем кратчайших путей в корневой сети;
3. Пример использования в п.п. 1.4.3 на перевзвешенном ориентированном графе, не содержащем дуги отрицательного веса, с 6 вершинами и 11 дугами.

На основании п.п. 1.2, 1.3, 1.4 для алгоритма Джонсона приведено:

1. Описание шагов алгоритма в п.п. 1.5.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 1.5.2 путем следствия из доказательств корректности алгоритмов, являющихся шагами алгоритма Джонсона.
3. Пример использования в п.п. 1.5.3, как обобщение описания примеров работы всех шагов алгоритма в п.п. 1.2.3, 1.3.3, 1.4.3.

Во втором разделе мы рассмотрели, как реализуются итерации алгоритма Ли для решения задачи поиска кратчайшего пути между начальной и конечной вершинами в ориентированных взвешенных графах, с дугами одинакового веса, основанные на алгоритме поиска в ширину.

Для алгоритма поиска в ширину приведено:

1. Описание шагов алгоритма в п.п. 2.2.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 2.2.2 путем доказательства леммы о том, что в очереди поиска в ширину расстояние от вершин до стартовой монотонно неубывает и теоремы о том, что алгоритм поиска в ширину в невзвешенном графе находит длины кратчайших путей до всех достижимых вершин;
3. Пример использования в п.п. 2.2.3 на ориентированном невзвешенном графе с 15 вершинами и 22 дугами.

Для алгоритма Ли приведено:

1. Описание шагов алгоритма в п.п. 2.3.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 2.3.2 путем доказательства утверждений о том, что алгоритм завершает работу за конечное время и если решение существует, то алгоритм находит правильное решение;
3. Пример использования в п.п. 2.3.3 на ориентированном взвешенном граф, дуги которого имеют единичный вес, с 15 вершинами и 22 дугами.

В третьем разделе мы рассмотрели алгоритм на основе метода «сращивания деревьев» Богомолова и Сперанского для решения задачи поиска кратчайшего пути между парой вершин в ориентированных невзвешенных графах.

Для алгоритма на основе метода «сращивания деревьев» приведено:

1. Описание шагов алгоритма в п.п. 3.1.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 3.1.2 на основании того, что если остановка не произошла на определенном шаге, то построенный путь будет одним из кратчайших путей между двумя заданными вершинами;
3. Пример использования в п.п. 3.1.3 на ориентированном невзвешенном графе с 15 вершинами и 22 дугами.

В четвертом разделе мы рассмотрели алгоритм Лозовану для решения задачи поиска кратчайшего пути между парой вершин в ориентированных взвешенных графах, которые не содержат дуги отрицательного веса.

Для алгоритма Лозовану приведено:

1. Описание шагов алгоритма в п.п. 4.1.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 4.1.2 путем доказательства индукцией по количеству вершин того факта, что алгоритм находит оптимальное решение поставленной задачи;
3. Пример использования в п.п. 4.1.3 в пятивершинной ориентированной сети для поиска кратчайшего пути между заданными вершинами.

В пятом разделе мы рассмотрели модифицированный алгоритм Дейкстры для решения задачи поиска кратчайшего пути между всеми парами вершин в ориентированных взвешенных графах, которые содержат дуги отрицательного веса и могут содержать циклы отрицательного веса.

Для модифицированного алгоритма Дейкстры приведено:

1. Описание шагов алгоритма в п.п. 5.1.1;
2. Обоснование корректности в п.п. 5.1.2 путем двух утверждений о корректности;
3. Пример использования в п.п. 5.1.3 на ориентированном взвешенном графе, не содержащем дуги отрицательного веса, с 6 вершинами и 11 дугами.

Описание программной реализации, включая описание хода реализации некоторых шагов и скриншоты графического интерфейса программы на каждом шаге отрисовки алгоритмов приведено:

– для алгоритма Джонсона в п.п. 1.6;
– для алгоритма Ли в п.п. 2.4;
– для алгоритма на основе метода «сращивания деревьев» в п.п. 3.2;
– для алгоритма Лозовану в п.п. 4.2;
– для модифицированного алгоритма Дейкстры в п.п. 5.2.

Полный листинг программы приведен в приложении А.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в ходе написания дипломной работы была достигнута поставленная в начале работы цель: мы собрали и проанализировали задачи нахождения кратчайших путей и алгоритмы, применяемые для их решения.

Объектом исследования были выбраны математические графы, предметом исследования – задачи поиска кратчайших путей в ориентированных графах, проблемой исследования – реализация алгоритмов поиска кратчайших путей в ориентированных графах.

В данной дипломной работе мы рассмотрели следующие алгоритмы:

1. Алгоритм Джонсона для решения задачи поиска кратчайших путей для всех пар вершин в ориентированных взвешенных графах, которые содержат отрицательные веса дуг, но не имеют отрицательных циклов;
2. Алгоритм Ли для решения задачи поиска кратчайшего пути между начальной и конечной вершинами в ориентированных взвешенных графах, с дугами одинакового веса;
3. Алгоритм на основе метода «сращивания деревьев» Богомолова и Сперанского для решения задачи поиска кратчайшего пути между парой вершин в ориентированных невзвешенных графах;
4. Алгоритм Лозовану для решения задачи поиска кратчайшего пути между парой вершин в ориентированных взвешенных графах, которые не содержат дуги отрицательного веса;
5. Модифицированный алгоритм Дейкстры для решения задачи поиска кратчайшего пути между всеми парами вершин в ориентированных взвешенных графах, которые содержат дуги отрицательного веса и могут содержать циклы отрицательного веса.

Для достижения цели дипломной работы были поставлены и реализованы следующие задачи:

1. Ознакомиться с основными понятиями теории графов.

2. Рассмотреть теоретическую составляющую алгоритмов поиска кратчайших путей в ориентированных графах на примерах алгоритмов, приведенных в дипломной работе.

3. Исследовать обоснования корректности для выбранных алгоритмов поиска кратчайших путей в ориентированных графах, путем доказательства необходимых теорем, лемм и утверждений.

4. Применить выбранные алгоритмы поиска кратчайших путей в ориентированных графах на примере сформулированных задач.

5. Составить программу для нахождения кратчайших путей в ориентированных графах, реализующую выбранные алгоритмы решения данной задачи.

Результаты данной дипломной работы могут быть использованы в последующих теоретических и практических исследованиях задач теории графов, известных по названиям «задача о кратчайшем пути» или «задача о минимальном пути» для ориентированных графов, а также более детального изучения алгоритмов, применяемых для решения данных задач.

Собранные доказательства корректности всех алгоритмов позволяют использовать их в дальнейших исследованиях алгоритмов.

Приведенные в дипломной работе примеры использования алгоритмов позволяют более детально разобраться в шагах и итерациях алгоритмов с помощью представленных рисунков и таблиц с промежуточными вычислениями.

Составленная в ходе дипломной работы программная реализация алгоритмов в виде приложения с графическим интерфейсом позволяет пошагово проследить за работой алгоритмов, а также получить результаты их работы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Богомолов, А. М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А. М. Богомолов, В. Н. Салий — М. : Наука. Физматлит, 1997. - 368 с.
2. Богомолов, А. М. Контроль и преобразования дискретных преобразований / А. М. Богомолов, И. С. Грунский, Д. В. Сперанский — Киев : Наукова думка, 1975. - 174 с.
3. Емеличев, В. А. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др]. — М. : Наука, 1990. - 384 с.
4. Кормен, Т. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест — М. : МЦНМО, 2009. - 960с.
5. Оре, О. Теория графов М. : Наука, 1980. - 336 с.
6. Свами, М. Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман — М. : Мир, 1984. - 455 с.
7. Хайнеман, Д. Алгоритмы. Справочник с примерами на C, C++, Java и Python / Д Хайнеман, Г. Поллис, С. Селков; пер. И. В. Красикова. - 2-е изд. — М. : Диалектика, 2017. - 427 с.
8. Харари, Ф. Теория графов — М. : УРСС, 2003. - 300 с.
9. Алгоритм Форда-Беллмана [Электронный ресурс]: URL: https://e-maxx.ru/algo/ford_bellman (дата обращения: 01.10.2019). Загл. с экрана. - Яз. рус.
10. Кратчайшие пути [Электронный ресурс]: URL: https://www.intuit.ru/studies/courses/12181/1174/lecture/25268?page=10 (дата обращения: 01.10.2019). Загл. с экрана. - Яз. рус.
11. Волновой алгоритм [Электронный ресурс]: URL: http://algolist.manual.ru/maths/graphs/shortpath/wave.php (дата обращения: 05.10.2019). Загл. с экрана. - Яз. рус.
12. Реализация Волнового алгоритма (Алгоритма Ли) на Java [Электронный ресурс]: URL: https://evileg.com/ru/post/359/ (дата обращения: 05.10.2019). Загл. с экрана. - Яз. рус.

13. Алгоритм Джонсона [Электронный ресурс]: URL: https://neerc.ifmo.ru/wiki/Алгоритм_Джонсона (дата обращения: 05.10.2019). Загл. с экрана. - Яз. рус.

14. Поиск в ширину [Электронный ресурс]: URL: http://www.e-maxx-ru.1gb.ru/algo/bfs (дата обращения: 14.10.2019). Загл. с экрана. - Яз. рус.

15. Обход в ширину [Электронный ресурс]: URL: https://neerc.ifmo.ru/wiki/ Обход_в_ширину (дата обращения: 20.10.2019). Загл. с экрана. - Яз. рус.