

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной  
динамики

**Особенности полной синхронизации хаотических  
генераторов, взаимодействующих через мемристор**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

Студента 4 курса 422 группы  
направления 11.03.02  
«Инфокоммуникационные  
технологии и системы связи»  
физического факультета  
Арлашина Дениса Михайловича

Научный руководитель

профессор, д.ф.-м.н., профессор



Т.Е. Вадивасова

Заведующий кафедрой

Профессор, д.ф.-м.н., профессор

В.С. Анищенко

Саратов 2020 год

## **Общая характеристика работы**

Для хаотических систем выделяют различные эффекты синхронизации: классическую частотно-фазовую синхронизацию (синхронизацию в смысле Гюйгенса), полную синхронизацию, запаздывающую синхронизацию, обобщенную синхронизацию и некоторые другие виды проявления синхронизации. Полная синхронизация наблюдается в любых хаотических системах, как с непрерывным временем (потоках), так и в отображениях с дискретным временем. Она характеризуется неким пороговым значением параметра связи, при превышении которого устанавливается устойчивый синхронный режим. В данной работе рассматривается полная синхронизация хаотических генераторов, взаимодействующих через мемристор.

В последние годы большой интерес вызывает поведение систем с мемристивными элементами связи. Понятие мемристора было введено теоретически в работе Л. Чуа в 1971г. Мемристором был назван двухполюсник, проводимость (или сопротивление) которого зависит от всех предшествующих значений напряжения (тока). Аналогично была введена мемристивная проводимость, управляемая магнитным потоком (интегралом от напряжения по времени) и мемристивное сопротивление, управляемое зарядом, прошедшим через двухполюсник (интегралом от тока).

Динамика двух мемристивно связанных периодических автогенераторов исследовалась ранее экспериментально на аналоговой модели радиотехнической цепи (M. Ignatov et al., 2016) и численно (И.А. Корнеев и др., 2018) на примере генераторов Ван дер Поля. Было показано явление захвата основной частоты колебаний в определенной области значений частотной расстройки. В работе И.А. Корнеева и др. была установлена зависимость границ частотного захвата от начальных состояний генераторов и элемента связи. Было также показано, что данная зависимость исчезает при неидеальном характере мемристора. В одной из работ (F. Xu et al., 2018) исследовалась синхронизация импульсов зажигания в двух нейронах

Хиндмарша-Розе со связью через «неидеальную» мемристивную проводимость. Показана синхронизация зажиганий в хаотическом и периодическом режимах. Также рассмотрено влияние параметров мемристивной связи на частоту зажиганий взаимодействующих нейронов. Системы с хаотической динамикой, взаимодействующие через идеальную мемристивную проводимость, исследовались также на примере хаотических осцилляторов Чуа с однонаправленной и взаимной мемристивной связью (С. К. Volos et al., 2015; 2016). В обоих случаях был установлен эффект полной хаотической синхронизации. Так же в одной из работ (D. C. Saha et al., 2016) были рассмотрены две модели мемристивно-связанных хаотических систем: мемристивно-связанные осцилляторы Лоренца и Хиндмарша-Розе. Кроме численного моделирования были проведены аналоговые эксперименты. Для обеих рассмотренных моделей установлен эффект сильной перемежаемости между синхронными и несинхронными состояниями. В ряде этих работ мемристоры применяются в адаптивных цепочках связи. Однако в отмеченных работах не была установлена систематическая зависимость границы полной синхронизации хаоса от начального состояния системы взаимодействующих осцилляторов и, в частности, начального состояния элемента связи, аналогичная зависимости границы захвата частоты, описанной в одной из вышеперечисленной работы. Имеет ли место такая зависимость для идеального мемристора и сохраняется ли она при слабом отклонении от «идеальности»? Эти вопросы на сегодняшний день в научной литературе не исследованы. С учетом вышеизложенного была сформулирована цель настоящей выпускной квалификационной работы.

### **Цель и задачи исследования**

**Цель** ВКР состоит в исследовании особенностей эффекта полной синхронизации колебаний двух идентичных хаотических генераторов, взаимодействующих через мемристивную проводимость методами численного

моделирования динамики системы. В соответствии с поставленной целью решаются следующие **задачи**:

1. Установление эффекта полной синхронизации и определение условий полной синхронизации при мемристивном характере взаимодействия;
2. Анализ влияния начального состояния мемристивного элемента связи на границу синхронизации;
3. Исследование влияния на эффект полной синхронизации неидеального характера мемристивного элемента связи.

### **Актуальность**

Актуальность исследования определяется перспективами использования мемристоров в информационных системах в качестве элементов памяти, в качестве элементов искусственных нейронных сетей для обработки данных, и в других практических задачах. Также мемристивные элементы и мемристивные связи играют важную роль при моделировании процессов в реальных нейронных системах.

### **Краткое содержание работы**

Выпускная квалификационная работа содержит введение, три раздела, заключение и список литературы.

**Во введении** обсуждается актуальность проблематики исследования, дается краткий обзор научной литературы по теме ВКР, формулируется цель и задачи проводимых исследований.

**В первом разделе** приводится описание исследуемой модели связанных хаотических генераторов и методов численного анализа. Эквивалентная схема двух генераторов, связанных через мемристивную проводимость, приведена на рис.1,а. На рис.1б,в приведены фазовые проекции траекторий в генераторах при отсутствии связи.

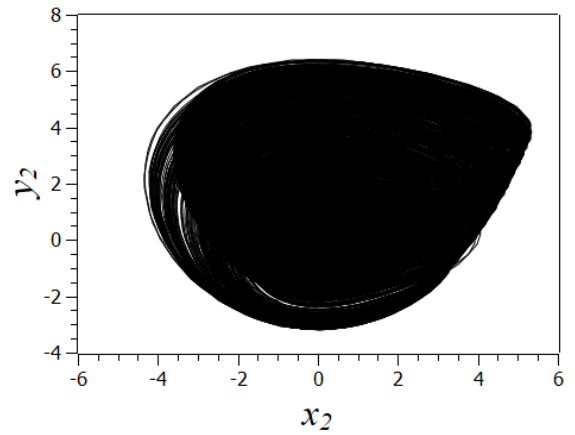
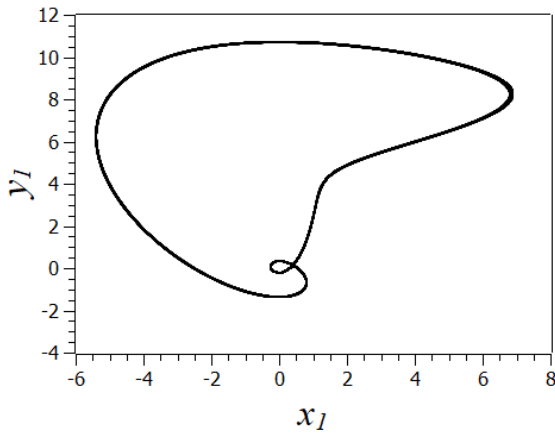
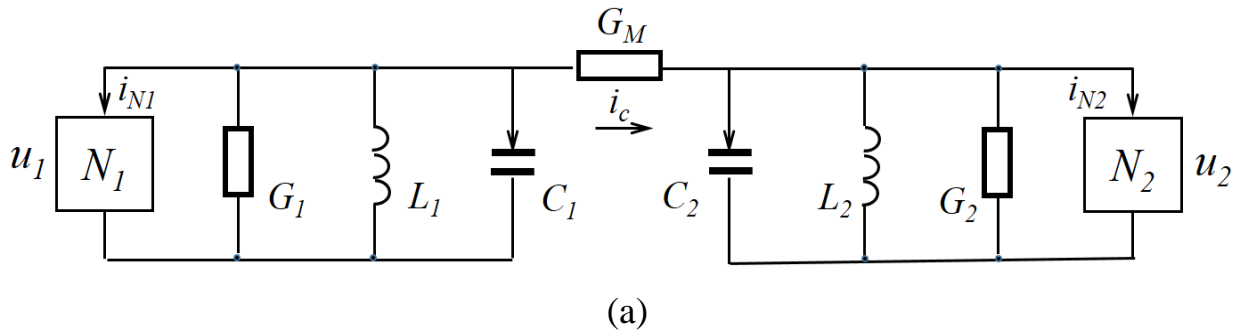


Рисунок 1. Эквивалентная схема двух связанных генераторов Анищенко-Астахова с мемривной связью (а) и проекции аттракторов в двух идентичных генераторах в отсутствии связи при значениях параметров  $m = 1.5, g = 0.2$  и начальных условиях  $x_1(0) = 0.5; y_1(0) = 0.1; z_1(0) = 0.1; x_2 = -0.5; y_2 = -0.1; z_2 = 0.2$  (б,в)

Генераторы являются идентичными, а выбранные параметры соответствуют области хаотической динамики, однако при заданных начальных условиях в первом генераторе реализуется периодический режим, а во втором хаотический. Это связано с наличием мультистабильности в отдельно взятом генераторе.

Уравнения исследуемой системы в безразмерных переменных имеют вид

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= mx_1 + y_1 - x_1 z_1 + kM(w)(x_2 - x_1), & \frac{dx_2}{dt} &= mx_2 + y_2 - x_2 z_2 + kM(w)(x_1 - x_2), \\
\frac{dy_1}{dt} &= -x_1, & \frac{dy_2}{dt} &= -x_2, \\
\frac{dz_1}{dt} &= -gz_1 + gF(x_1), & \frac{dz_2}{dt} &= -gz_2 + gF(x_2), \\
\frac{dw}{dt} &= Q(w, x_1 - x_2), \quad \text{где } F(x) = \frac{1}{2} x_{1,2} (x_{1,2} + |x_{1,2}|).
\end{aligned} \tag{1}$$

Характеристики мемристивной связи задавались следующими функциями

$$M(w) = 1 - \mu w^2, \quad Q(w, x_1 - x_2) = -\gamma w + x_1 - x_2,$$

где  $\mu = b/a$  и  $\gamma$  параметры мемристивной связи. Параметр  $\gamma$  (показатель забывания) характеризует степень неидеальности мемристора.

В ходе выполнения исследований уравнения (1) интегрировались методом Рунге-Кутты 4-го порядка с постоянным шагом  $\Delta t = 0.01$ . Строились различные проекции фазовых траекторий. Для диагностики эффекта полной синхронизации рассчитывалась величина

$$\delta = \langle [x_2(t) - x_1(t)]^2 + [y_2(t) - y_1(t)]^2 + [z_2(t) - z_1(t)]^2 \rangle,$$

где скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по времени вдоль некоторой реализации. В установившемся режиме величина  $\delta$  характеризует отклонение взаимодействующих генераторов от полной синхронизации, поэтому будем называть ее погрешностью синхронизации.

**Во втором разделе** рассматривается синхронизация колебаний в системе (1) в случае диссипативной связи генераторов. Приводится рассчитанный график зависимости погрешности синхронизации  $\delta$  от коэффициента связи  $k$  (рис.2).

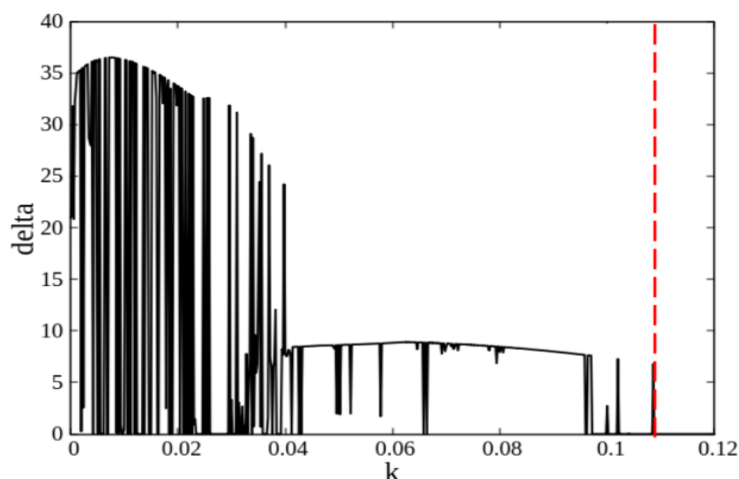


Рисунок 2. Зависимости погрешности синхронизации  $\delta$  от параметра связи  $k$  в случае диссипативной связи генераторов (при  $\mu = 0$ ). Другие параметры и начальные условия:  $m = 1.5$ ;  $g = 0.2$ ;  $x_1(0) = 0.5$ ;  $y_1(0) = 0.1$ ;  $z_1(0) = 0.1$ ;  $x_2 = -0.5$ ;  $y_2 = -0.1$ ;  $z_2 = 0.2$

График зависимости  $\delta(k)$  имеет сложный негладкий характер. Еще до того, как величина  $\delta$  окончательно обратится в ноль имеется множество значений связи, где значение  $\delta$  становится очень малым или равным нулю.

**В третьем, четвертом и пятом разделах** рассматривается синхронизация колебаний генераторов в случае взаимодействия через идеальную мемристивную проводимость ( $\gamma = 0$ ), мемристивную проводимость с малым значением показателя забывания ( $0 < \gamma < 1$ ) и мемристивную проводимость с большим значением параметра забывания ( $\gamma \gg 1$ ), соответственно. Параметры и начальные состояния генераторов, при этом, остаются фиксированными. В качестве управляющих параметров выступает коэффициент связи и величина  $w(0) = w_0$ , задающая начальное состояние мемристора.

В случае идеального мемристора и мемристора с малым значением  $\gamma$  показано, что эффект полной синхронизации зависит от величины  $w_0$ . Примеры проекций фазовых траекторий системы (1) при различных

начальных значениях переменной  $w$  в случае идеального мемристивного элемента связи изображены на рис.3.

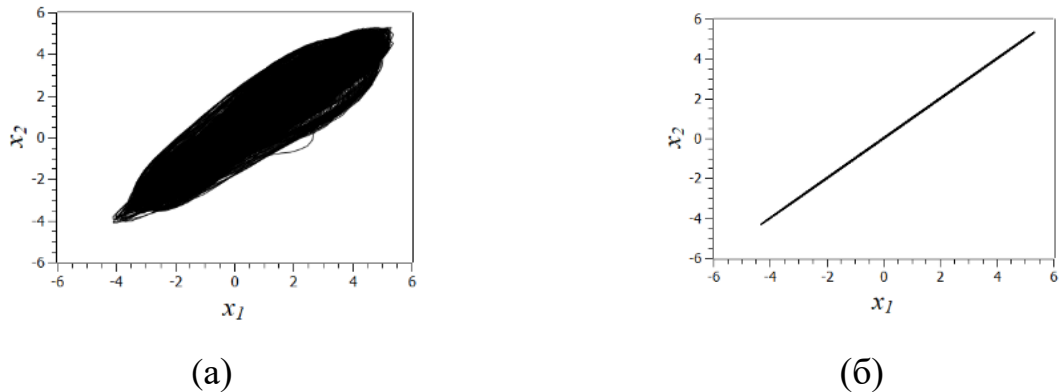


Рисунок 3. Проекция фазовых траекторий на плоскости  $x_1, x_2$  при  $\gamma = 0$ ;  $k = 0.01$  и двух значениях  $w_0$ :  $w_0 = 0.0$  (а) и  $w_0 = 0.5$  (б). Другие параметры и начальные условия:  $m = 1.5$ ;  $g = 0.2$ ;  $\mu = 40$ ;  $x_1(0) = 0.5$ ;  $y_1(0) = 0.1$ ;  $z_1(0) = 0.1$ ;  $x_2 = -0.5$ ;  $y_2 = -0.1$ ;  $z_2 = 0.2$

Приводятся примеры зависимостей погрешности синхронизации  $\delta$  от коэффициента связи  $k$ , полученные для идеальной мемристивной связи и связи через неидеальный мемристор с различными значениями  $\gamma$ . Показывается, что при  $\gamma = 0$  порог синхронизации сильно зависит от начального состояния мемрстора, задаваемого величиной  $w_0$ . Такая зависимость сохраняется при малых  $\gamma$ . То есть, при малом показателе забывания связь сохраняет мемристивный характер. С ростом параметра  $\gamma$  значение  $w_0$  на порог синхронизации перестает влиять.

**В шестом разделе** приведены результаты расчета граница области полной синхронизации на плоскости параметров  $w_0, k$  при различных значениях  $\gamma$ . Граница строилась в соответствии с условием, что при всех  $k \geq k_{sp}$  выполняется требование  $|\delta| \leq 10^{-6}$ .

Результаты, полученные для границы синхронизации при значении  $\gamma = 0$  приведены в Таблице 1.



**Таблица 1.** Значения  $k_{cp}$ , соответствующие границе синхронизации при  $\gamma = 0$

$w_0$	-1.5	-1	-0.8	-0.4	0	0.3	0.6	0.9	1
$k_{cp}$	0.0016	0.0038	0.0062	0.0388	0.0386	0.0092	0.0038	0.0022	0.0018

Вид границы синхронизации на плоскости величин  $w_0, k$  при значении  $\gamma = 0$  представлен на рис.4.

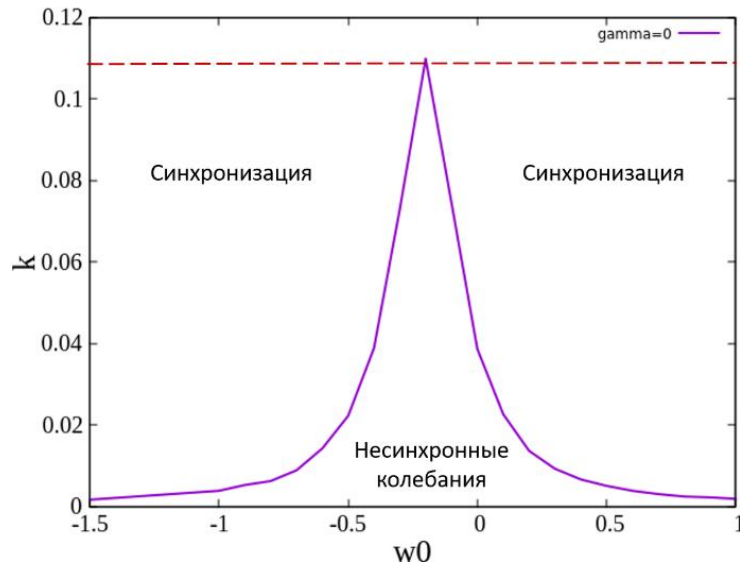


Рисунок 4. Граница полной синхронизации на плоскости параметров  $w_0, k$  в случае идеальной мемристивной связи (при  $\gamma = 0$ ). Другие параметры и начальные условия были зафиксированы:  $m = 1.5$ ;  $g = 0.2$ ;  $\mu = 40$ ;  $x_1(0) = 0.5$ ;  $y_1(0) = 0.1$ ;  $z_1(0) = 0.1$ ;  $x_2 = -0.5$ ;  $y_2 = -0.1$ ;  $z_2 = 0.2$ . Пунктирная горизонтальная линия на графиках отмечает границу полной синхронизации рассматриваемых генераторов при диссипативной связи (случай  $\mu = 0$ )

Результаты расчета границы синхронизации при  $\gamma$  приведены в Таблице 2.

**Таблица 2.** Значения  $k_{cp}$ , соответствующие границе синхронизации при  $\gamma = 0.001$

$w_0$	-1.5	-1	-0.8	-0.4	0	0.3	0.6	0.9	1
$k_{cp}$	0.007	0.0172	0.0338	0.0940	0.0936	0.0434	0.0192	0.0092	0.0082

Соответствующий график представлен на рис.5.

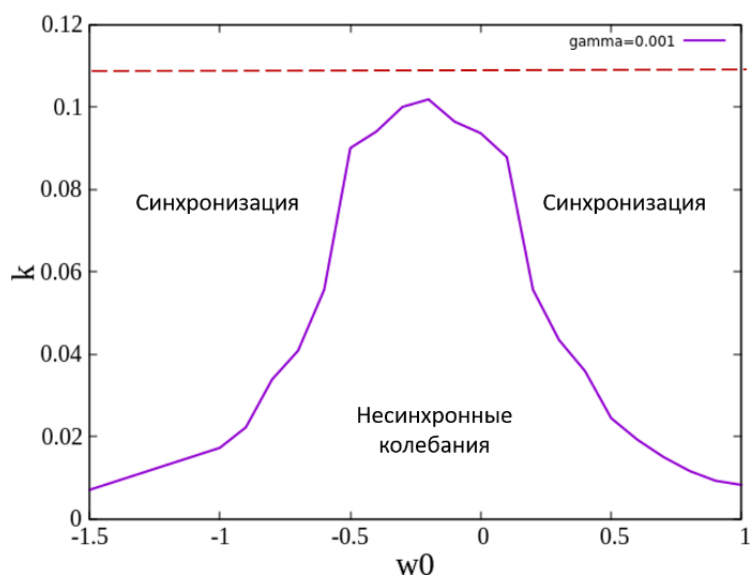


Рисунок 5. Граница полной синхронизации на плоскости параметров  $w_0$ ,  $k$  при  $\gamma = 0.001$ . Другие параметры и начальные условия были зафиксированы:  $m = 1.5$ ;  $g = 0.2$ ;  $\mu = 40$ ;  $x_1(0) = 0.5$ ;  $y_1(0) = 0.1$ ;  $z_1(0) = 0.1$ ;  $x_2 = -0.5$ ;  $y_2 = -0.1$ ;  $z_2 = 0.2$ . Пунктирная горизонтальная линия на графиках отмечает границу полной синхронизации рассматриваемых генераторов при диссипативной связи (случай  $\mu = 0$ )

Граничные значения коэффициента связи при  $\gamma = 0.1$  приведены в таблице 3, а соответствующий график представлен на рис.6.

**Таблица 3.** Значения  $k_{зп}$ , соответствующие границе синхронизации при  $\gamma = 0.1$

$w_0$	-1.5	-1	-0.8	-0.4	0	0.3	0.6	0.9	1
$k_{зп}$	0.0574	0.104	0.1026	0.1032	0.1046	0.1046	0.1	0.1024	0.1

При  $\gamma = 0.1$  почти для всех  $w_0$  имеют место близкие значения  $k_{зп} = 0.105 \pm 0.005$  и только при больших отрицательных  $w_0$  наблюдается резкое уменьшение порога синхронизации.

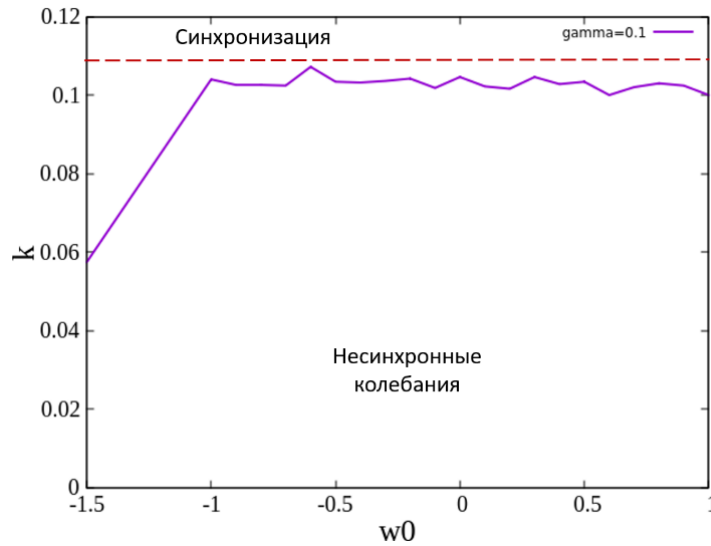


Рисунок 6. Граница полной синхронизации на плоскости параметров  $w_0, k$  при  $\gamma = 0.1$ . Другие параметры и начальные условия были зафиксированы:  $m = 1.5$ ;  $g = 0.2$ ;  $\mu = 40$ ;  $x_1(0) = 0.5$ ;  $y_1(0) = 0.1$ ;  $z_1(0) = 0.1$ ;  $x_2 = -0.5$ ;  $y_2 = -0.1$ ;  $z_2 = 0.2$ . Пунктирная горизонтальная линия на графиках отмечает границу полной синхронизации рассматриваемых генераторов при диссипативной связи (случай  $\mu = 0$ )

Наконец, результаты полученные для границы синхронизации при большом значении параметра забывания  $\gamma = 10$  приведены в таблице 4 и на рис.7.

**Таблица 4.** Значения  $k_{cp}$ , соответствующие границе синхронизации при  $\gamma = 10$

$w_0$	-1.5	-1	-0.8	-0.4	0	0.3	0.6	0.9	1
$k_{cp}$	0.1054	0.1048	0.107	0.1016	0.1016	0.1032	0.1032	0.1054	0.1034

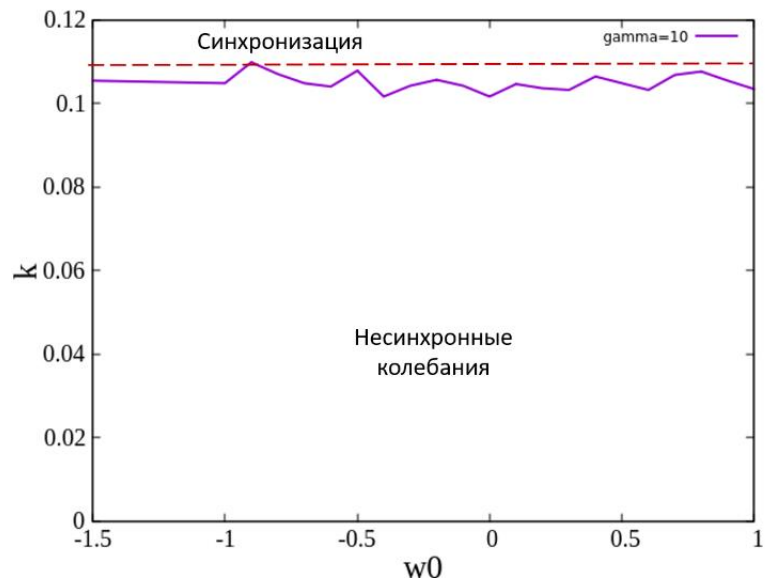


Рисунок 7. Граница полной синхронизации на плоскости параметров  $w_0$ ,  $k$  при  $\gamma = 10$ . Другие параметры и начальные условия были зафиксированы:  $m = 1.5$ ;  $g = 0.2$ ;  $\mu = 40$ ;  $x_1(0) = 0.5$ ;  $y_1(0) = 0.1$ ;  $z_1(0) = 0.1$ ;  $x_2 = -0.5$ ;  $y_2 = -0.1$ ;  $z_2 = 0.2$ . Пунктирная горизонтальная линия на графиках отмечает границу полной синхронизации рассматриваемых генераторов при диссипативной связи (случай  $\mu = 0$ )

В разделе **Заключение** сформулированы следующие основные результаты и выводы проведенного исследования:

1. Было установлено наличие эффекта полной синхронизации и определение условий полной синхронизации при мемристивном характере взаимодействия;
2. Для связи через идеальный мемристор было показано, что начальное состояние мемристора, задаваемое начальным значением соответствующей динамической переменной  $w_0$ , существенно влияет на границу синхронизации. При некотором значении  $w_0 = w_{0max}$  имеется максимум значения коэффициента связи, соответствующего границе синхронизации, причем это максимальное значение  $k_{zp}$  в пределах точности расчетов совпадает с порогом синхронизации при диссипативном взаимодействии генераторов с теми же параметрами. С ростом отклонения начального значения  $w_0$  от  $w_{0max}$  значение коэффициента

связи, соответствующее границе синхронизации, убывает, в пределе стремясь к нулю.

3. Мемристивная связь способствует режиму полной синхронизации хаоса. При мемристивной связи пороговые значения коэффициента связи  $k_S$  не превышают порога синхронизации при диссипативной связи  $k_S$  и при определенном выборе начального значения мемристивной переменной  $w_0$  могут быть сделаны значительно меньше.

4. Было установлено, что зависимость границы синхронизации от начального состояния элемента связи сохраняется при малых, но конечных значениях параметра «неидеальности» мемристора  $\gamma$ . Так при  $\gamma = 0.001$  такая зависимость является достаточно сильной и мало отличается от случая «идеального» мемристора. С ростом  $\gamma$  граница синхронизации постепенно перестает зависеть от  $w_0$  и мемристивный элемент приобретает свойства обычной проводимости

**Список литературы** включает 47 ссылок на научные публикации по теме ВКР.