

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.  
ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Возможность формирования химерного состояния в неавтономных  
ансамблях связанных осцилляторов Крамерса, находящихся в режиме  
стохастического резонанса**

**АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ**

студентки 4 курса 422 группы  
направления 11.03.02 «Инфокоммуникационные  
технологии и системы связи»  
физического факультета  
Балезиной Анны Владимировны

Научный руководитель

Старший преподаватель, д.ф.-м.н., \_\_\_\_\_ И.А. Шепелев

Зав. кафедрой

д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_ В.С. Анищенко

Саратов 2020

## Введение

Главной темой исследования в данной работе служит возможность формирования химерного состояния в связанных осцилляторах Крамерса, находящихся в режиме стохастического резонанса.

Со времен Больцмана стало ясно, что описание эволюционных процессов чисто детерминистским методом слишком ограничено, и это стало толчком к развитию статистической физики. В 1933 году основателями теории нелинейных колебаний был поставлен вопрос о статистическом рассмотрении динамических систем. Это послужило основой для исследований в области статистической радиофизики. Установили, что наличие источников шума в нелинейных динамических системах может вызвать совершенно новые режимы функционирования динамических систем, например, индуцированные шумом незатухающие колебания. Возможны ли случаи, когда действие шума в системе вызывает улучшение ее рабочих характеристик?

Исследования последних лет доказали, что наличие шума в нелинейной динамической системе может индуцировать совершенно новые режимы, приводить к образованию более регулярных структур, вызывать рост усиления и увеличение отношения сигнал/шум, т.е. шум в нелинейных системах может играть значимую роль, вызывая рост степени порядка в системе. Одним из ярких примеров этого типа поведения нелинейных систем под воздействием шума является эффект стохастического резонанса, рассматриваемого в работе.

В последние годы был обнаружен и изучен новый тип структур. Химерная структура состоит из кластеров с когерентным и некогерентным поведением. Эти структуры были выявлены для случаев с нелокальной, локальной и глобальной связью между элементами ансамбля. Возможность с помощью шума воздействовать на поведение нелинейной системы вызывает все больший интерес со стороны исследователей во многих отраслях науки, а также возможность формирования новых типов структур - химер, что является целью исследования в данной работе.

## Раздел 1 Стохастический резонанс

### 1.1 Физические основы эффекта стохастического резонанса

При теоретическом исследовании стохастического резонанса в основном используется релаксационная модель - бистабильный передемпфированный осциллятор. Эффект стохастического резонанса определяет группу явлений, при которых отклик нелинейной системы на слабый внешний сигнал усиливается с ростом интенсивности шума в системе. Условия для возникновения стохастического резонанса:

- Система должна быть нелинейной, иначе отклик системы на суммарное воздействие будет просто суммой откликов и не приведет ни к каким новым эффектам.
- Система должна обладать по крайней мере двумя стабильными или метастабильными состояниями. Это может быть как бистабильная система, так и система с долгоживущим метастабильным возбужденным состоянием.

### 1.2 Стохастический резонанс в осцилляторе Дуффинга

Двумерный нелинейный осциллятор с двухъямным потенциалом (осциллятор Дуффинга), находящийся под действием белого гауссова шума и гармонического сигнала, может служить примером системы, демонстрирующей сразу несколько вызванных шумом эффектов – стохастического резонанса (СР), стохастической синхронизации (СС) и индуцированного шумом хаоса. Численно были получены зависимости средней частоты переключений  $\omega_K$  (скорости Крамерса) от интенсивности шума при различных значениях параметра  $\gamma$ . Результаты, полученные при  $\gamma = 1.0$  и  $\gamma = 0.4$ , представлены на рисунке 1.

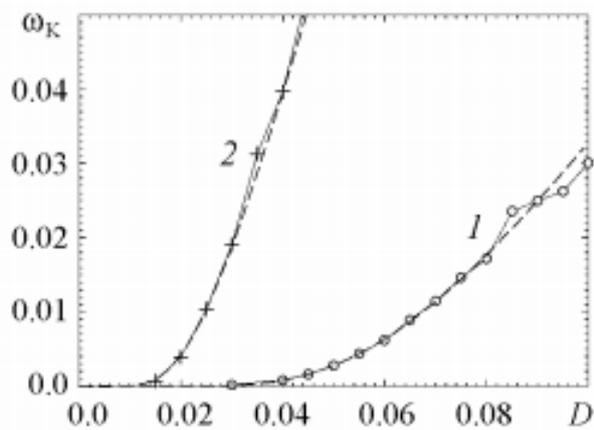


Рисунок 1 - Зависимость средней частоты переключений стохастического осциллятора от интенсивности шума.

Из представленных результатов видно, что при одном и том же шуме меньшим потерям соответствуют более «быстрые» переключения, то есть уменьшение  $\gamma$  приводит к тому же результату, что и уменьшение потенциального барьера. Теперь обратимся к случаю, когда на стохастический осциллятор поступает слабый гармонический сигнал с заданной амплитудой и частотой. Эффект (СР) проявляется в резонансном характере следующих кривых: зависимости выходного отношения мощностей сигнала и шума (SNR) от интенсивности шума  $D$  и зависимости коэффициента передачи мощности сигнала  $\eta$  от  $D$  (Рис.2):

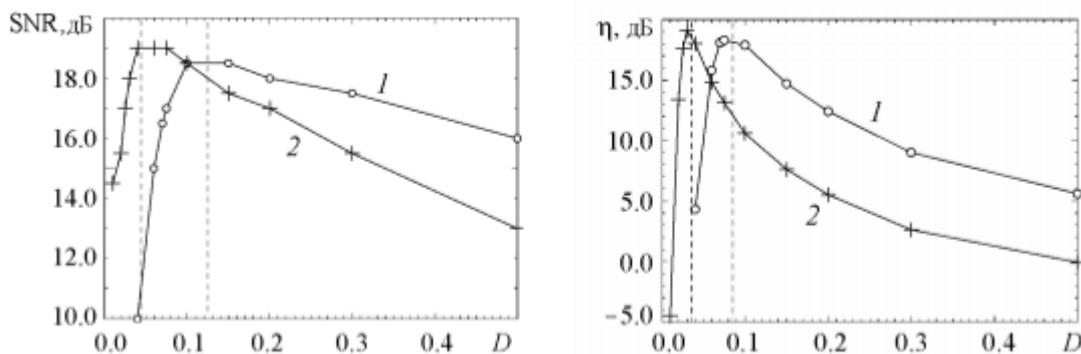


Рисунок 2 - Зависимости SNR стохастического осциллятора от интенсивности шума и зависимости коэффициента передачи по мощности от интенсивности шума сигнала, подаваемого на стохастический осциллятор.

Тогда максимум SNR в системе с потерями наблюдается при меньших значениях интенсивности шума, чем в передемпфированном

осцилляторе. Таким образом, при конечных потерях эффект стохастического резонанса сохраняется.

## Раздел 2 Осциллятор Дуффинга под внешним воздействием

### 2.1 Цепочка осцилляторов Дуффинга и образование химерных состояний

В статье М.Г.Клерка, С.Кулибалыб ,М.А.Ферреа рассказывается о сосуществовании между доменами когерентности и некогерентности в системе связанных осцилляторов и появлении химерных и странных химерных состояний. Эти странные состояния возникают как раздвоение химерных состояний, в которых когерентный домен становится нестабильным и переходит в другое некогерентное состояние. На основе параметра порядка Курамото, была установлена бифуркационная диаграмма состояний химер.(Рис.3):

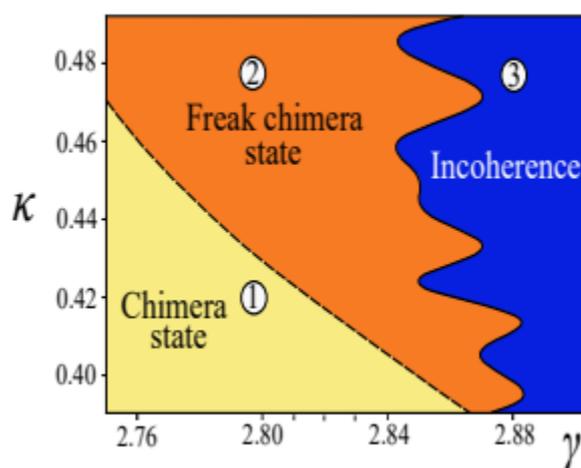


Рисунок 3 - Фазовая диаграмма, в которой наблюдаются состояния химер и странных химер.

Пунктирная линия показывает переход между химерой и странной химерой. Сплошная линия обозначает переход между странной химерой и некогерентной областью. Новые состояния химер возникают как бифуркация состояния химер, в которых когерентный домен страдает нестабильностью и порождает другое некогерентное состояние. Обязательным условием образования странной химеры в локальной системе является бистабильность между двумя некогерентными состояниями.

## Раздел 3 Экспериментальное исследование

### 3.1 Автономные системы нелокально-связанных осцилляторов Крамерса

В работе исследовалось уравнение осциллятора:

$$\dot{x}_i = x_i - x_i^3 + \frac{\sigma}{2p} \sum_{k=-p}^p (x_k - x_p)$$

Получили основные режимы для автономной системы осцилляторов Крамерса при разных силе и радиусе связи:

- нерегулярная стационарная структура;
- мультикластерная химера-подобная стационарная структура;
- двухкластерная химера-подобная стационарная структура;
- двухкластерная стационарная регулярная структура;

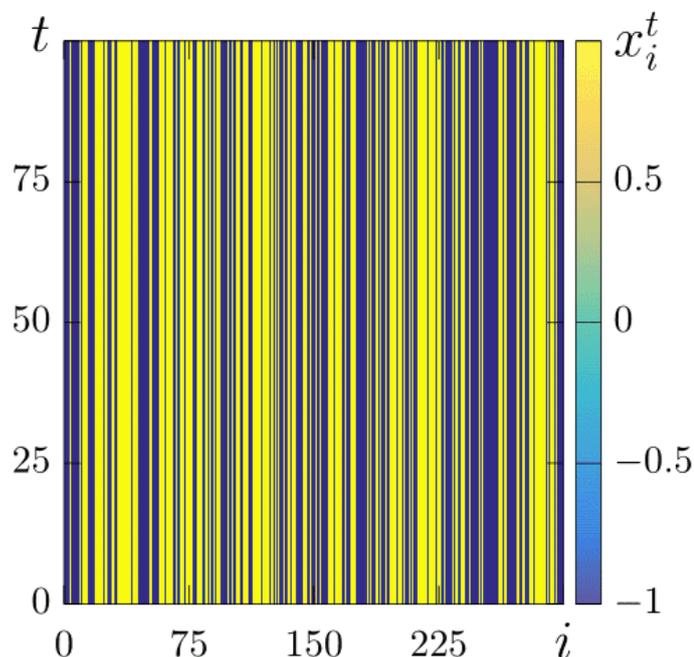


Рисунок 4 - Нерегулярная стационарная структура. Пространственно-временная диаграмма при  $\sigma = 0.09$  и  $P = 1$ ;

На рисунке 4 показано, что при выбранных радиусе связи и силе связи видно нерегулярное распределение между двумя состояниями.

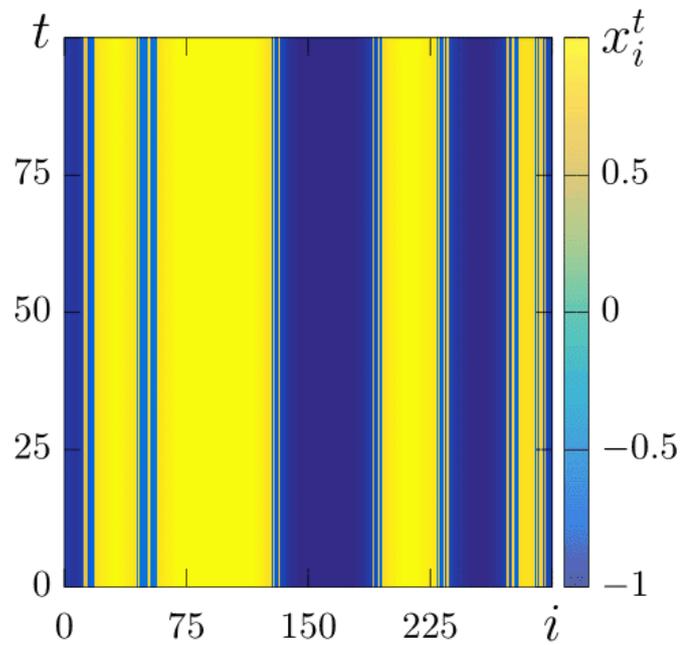


Рисунок 5 - Мультикластерная химера-подобная стационарная структура.

Пространственно-временная диаграмма при  $P = 11$  и  $\sigma = 0.42$

Видим образование химерных состояний на границах кластеров.

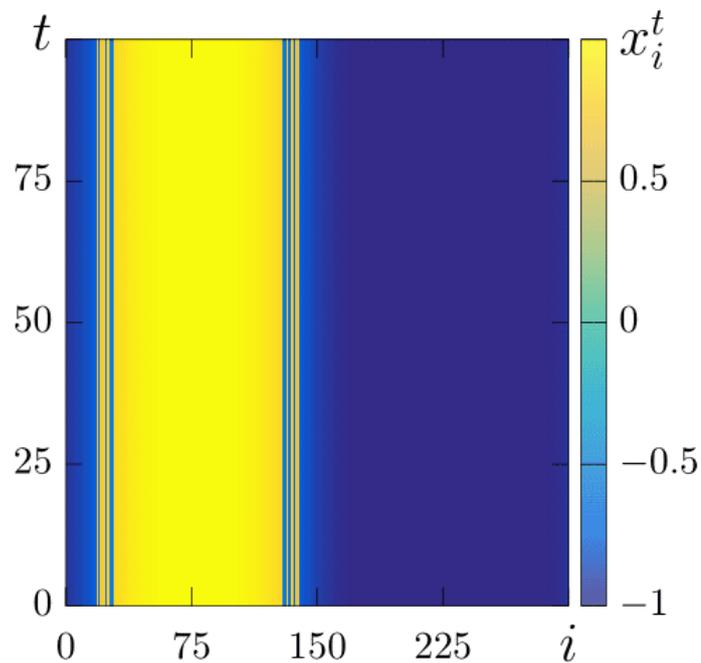


Рисунок 6 - Химера-подобная стационарная структура. Пространственно-

временная диаграмма при  $P = 27$ ;  $\sigma = 0.51$ .

При выбранных силе и радиусе связи видно образование химерных состояний на границах кластеров.

Увеличивая силу связи, получили еще один основной режим для автономной системы нелокально-связанных осцилляторов Крамерса - двухкластерную стационарную структуру:

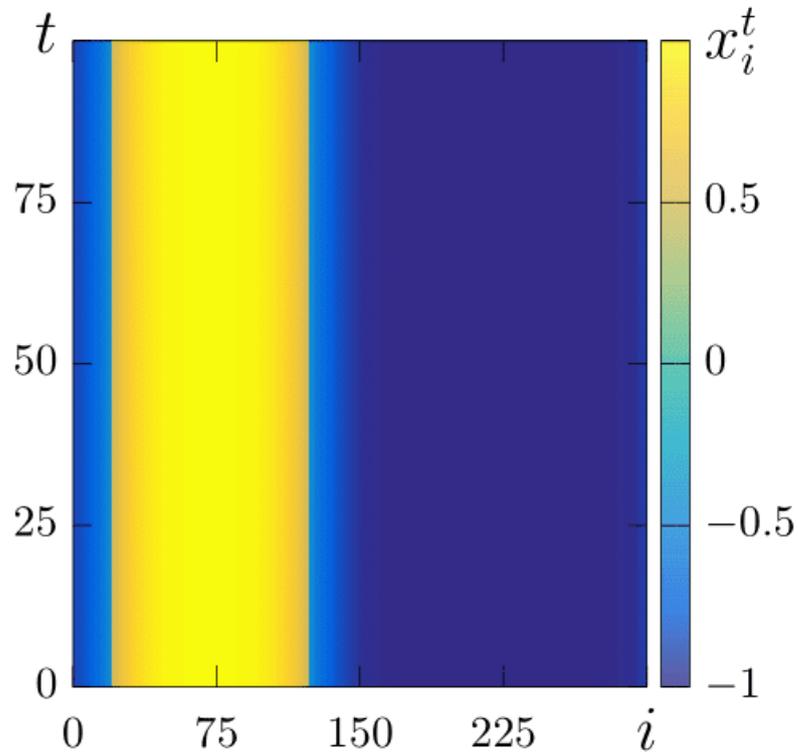


Рисунок 7 - Двухкластерная стационарная регулярная структура.

Пространственно-временная диаграмма при  $P = 27$ ;  $\sigma = 0.84$

Химерные состояния отсутствуют.

### 3.2 Кольцо нелокальных осцилляторов Крамерса под внешним гармоническим и стохастическим воздействием

В дальнейшем исследовании мы добавляем внешнее воздействие и шум на систему осцилляторов Крамерса (7) и получаем (8):

$$\dot{x}_i = x_i - x_i^3 + \frac{\sigma}{2p} \sum_{k=-p}^p (x_k - x_p) + A \cos(\omega t) + \sqrt{2D}\eta(t)$$

где  $A$  - это амплитуда внешнего воздействия,  $\omega$  - частота внешнего воздействия,  $\eta(t)$  - источник шума, а  $D$  - интенсивность шума.

Фиксируя амплитуду внешнего воздействия и частоту внешнего воздействия, при изменениях интенсивности шума, получаем пространственно-временные диаграммы химерных состояний.

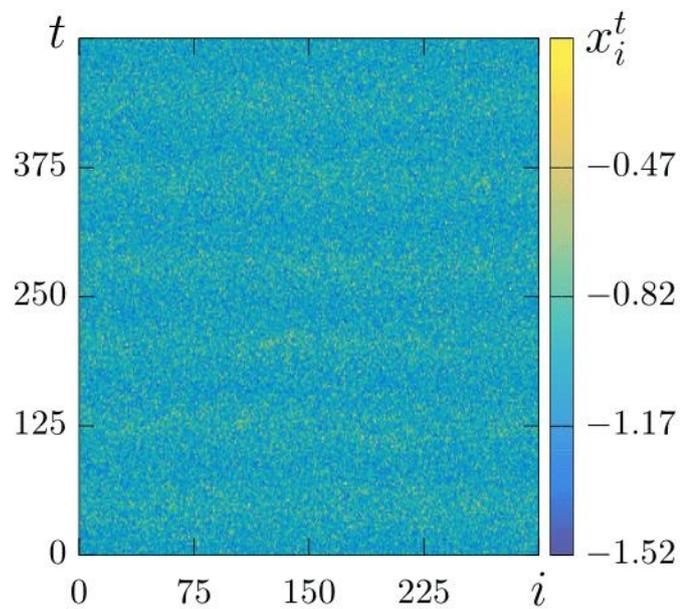
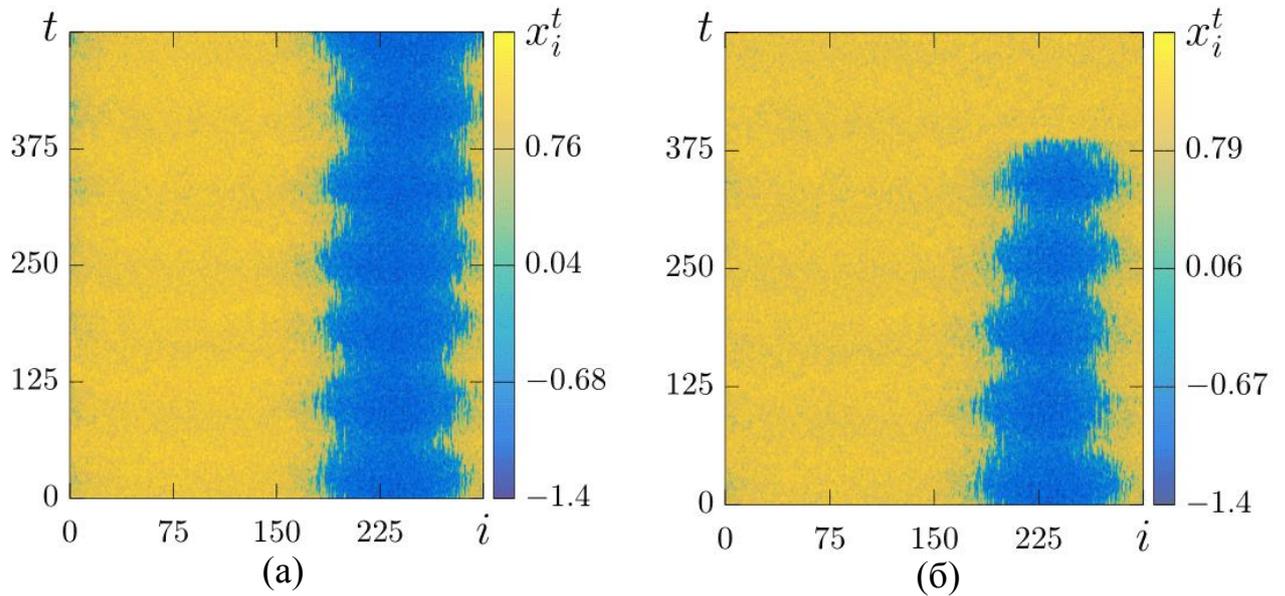


Рисунок 8(а-в)-Пространственно-временная диаграмма.

Эффект образования химер при фиксированных значениях амплитуды внешнего воздействия  $A = 0.05$ , частоты внешнего воздействия  $w = 0.08$ .

(а) Интенсивность шума  $D = 0,04$

(б) Интенсивность шума  $D = 0,045$

(в) Интенсивность шума  $D = 0,05$

На рисунках 8(а-в) видно, что при фиксированных значениях амплитуды и частоты внешнего воздействия с увеличением интенсивности шума происходит разрушение пространственной структуры.

## Заключение

Исследования последних лет доказали, что наличие шума в нелинейной динамической системе может индуцировать совершенно новые режимы, приводить к образованию более регулярных структур, вызывать рост усиления и увеличение отношения сигнал/шум, т.е. шум в нелинейных системах может играть значимую роль, вызывая рост степени порядка в системе. Сочетание отклика резонансного типа на шумовое воздействие и определило появление термина «стохастический резонанс», рассмотренный в данной работе.

Также показана разновидность осциллятора Дуффинга, на примере которого видно, что при внешнем гармоническом воздействии на систему можно получить интересные режимы химерных состояний.

В последние годы был обнаружен и интенсивно изучен новый тип структур, который был назван химерным состоянием. Сосуществование между доменами когерентности и некогерентности в системе связанных осцилляторов является интригующим явлением образования химерных состояний в цепочках осцилляторов. В работе исследовались автономные системы не локально-связанных осцилляторов Крамерса без внешнего воздействия, а также кольцо нелокальных осцилляторов Крамерса, находящихся под гармоническим и стохастическим воздействиями. Из результатов видно, что при фиксированных значениях амплитуды внешнего воздействия отклик системы на суммарное воздействие гармонического сигнала и шума зависит от интенсивности шума. И чем больше интенсивность, тем шире становится ширина кластеров, следовательно, увеличение интенсивности приводит к разрушению пространственной структуры.

## Список использованных источников

1. Анищенко В. С. и др. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка //Успехи физических наук. – 1999. – Т. 169. – №. 1. – С. 7-38.
2. Маляев В. С., Вадивасова Т. Е., Анищенко В. С. Стохастический резонанс, стохастическая синхронизация и индуцированный шумом хаос в осцилляторе Дуффинга //Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2007. – Т. 15. – №. 5.
3. Геращенко О. В. Стохастический резонанс в асимметричной бистабильной системе //Письма в ЖТФ. – 2003. – Т. 29. – №. 6. – С. 82-86.
4. Carroll T. L., Pecora L. M. Stochastic resonance as a crisis in a period-doubled circuit //Physical Review E. – 1993. – Т. 47. – №. 6. – С. 3941.
5. Nicolis G., Nicolis C., McKernan D. Stochastic resonance in chaotic dynamics //Journal of statistical physics. – 1993. – Т. 70. – №. 1-2. – С. 125-139.
6. Lai Z., Leng Y. Weak-signal detection based on the stochastic resonance of bistable Duffing oscillator and its application in incipient fault diagnosis //Mechanical Systems and Signal Processing. – 2016. – Т. 81. – С. 60-74.
7. Kang Y. M., Xu J. X., Xie Y. Observing stochastic resonance in an underdamped bistable Duffing oscillator by the method of moments //Physical Review E. – 2003. – Т. 68. – №. 3. – С. 036123.
8. Стохастический резонанс поможет в создании новых микросхем [эл.источник, 2020, <https://lenta.ru/news/2009/03/06/resonance/> ]
9. Климонтович Ю.Л. Что такое стохастическая фильтрация и стохастический резонанс? // Успехи физических наук. - 1999. - Т. 169. – №. 1. – С. 39-47.
10. Shepelev I.A., Bukh A.V., Strelkova G.I., Vadivasova T.E., Anishchenko V.S. Chimera states in ensembles of bistable elements with regular and chaotic dynamics//Saratov National Research State University, 2017.
11. Arnold. L, Imkeller P. The Kramers Oscillator Revisited//Stochastic Processes in Physics, Chemistry, and Biology pp 280-291.

12. Стохастический резонанс [эл.источник, 2020,  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%BE%D1%85%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9\\_%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%81](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%BE%D1%85%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%81) ]
13. M. G. Clerca , S. Coulibalyb , M. A. Ferr´ea, - Freak chimera states in a locally coupled Duffing oscillators chain//Manuscript Number: CNSNS-D-19-01583
14. Kramers H. A. Physica (1940)
15. Pikovsky A, Rosenblum M, Kurths J. Synchronization. A universal concept in nonlinear science.// Cambridge, England: Cambridge University Press; 2001.
16. Abrams DM, Strogatz SH. Chimera states for coupled oscillators. //Phys Rev Lett 2004.
17. Martens EA, Panaggio MJ0, and Abrams DM. Basins of attraction for chimera states. //New Journal of Physics 2016.
18. Smirnov L, Osipov G, Pikovsky A. Chimera patterns in the Kuramoto—Battogtokh model.// J Phys A 2017.
19. Hens CR, Mishra A, Roy PK, Sen A, Dana SK. Chimera states in a population of identical oscillators under planar cross-coupling. // Pramana 2015.
20. Anishchenko V, Neiman A, in Stochastic Dynamics//Eds L Schimansky-Geier, T PoÈschel, Berlin: Springer, 1997, p. 155.
21. Risken H. The Fokker- Planck Equation//Berlin: Springer-Verlag, 1989.