МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

Корреляционный анализ нестационарных случайных процессов

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 422 группы
направления 11.03.02 «Инфокоммуникационные
технологии и системы связи»
физического факультета
Бойко Тимура Алексеевича

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент ______________ О.Н. Павлова

Зав. кафедрой
д.ф.-м.н., профессор ______________ В.С. Анищенко

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Нестационарная динамика многих систем ограничивает применимость стандартных методов спектрально-корреляционного анализа. В связи с этим разработаны альтернативные подходы к исследованию длительных корреляций в сигналах, среди которых обычно применяется метод анализа флуктуаций относительно тренда (*detrended fluctuation analysis, DFA*) [1, 2]. Этот подход имеет следующие характерные особенности: 1) вместо спадающей АКФ рассматривается возрастающая функция, которая позволяет более надежно вычислить степенные закономерности для длительных корреляций, в частности, для зашумленных данных небольшой длительности; 2) в ходе вычислений проводится аппроксимация и удаление низкочастотного тренда, что дает возможность применять метод не только для стационарных, но и для нестационарных процессов. Учитывая такие особенности метода DFA, он стал широко использоваться при обработке экспериментальных данных в разных областях естествознания наряду с другими методами анализа нестационарных данных. В настоящей работе рассматривается модификация метода анализ флуктуаций относительно тренда для сильно нестационарных процессов (метод EDFA [3, 4]), которая предусматривает расчет дополнительной характеристики — показателя скейлинга, описывающего эффекты нестационарности.

Целью выпускной квалификационной работы является изучение модификации метода анализа флуктуаций относительно тренда в условиях нестационарности, которая включает расчет дополнительного показателя скейлинга, характеризующего эффекты нестационарности. На примере трех типов нестационарного поведения и нескольких вариантов случайных процессов анализируются особенности применения данного подхода.

Выпускная квалификационная работа содержит введение, две главы (1.Теоретическая часть; 2. Результаты проведенных исследований), заключение и список использованных источников. Общий объем работы 40 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Теоретическая часть. В первоначальном варианте метод DFA включал следующие операции [1, 2]: построение профиля сигнала $x(k)$, $k = 1, \ldots, N$,

$$Y(i) = \sum_{k=1}^{i}[x(k) - \langle x \rangle], \qquad (1)$$

где $\langle x \rangle$ - среднее значение; разделение профиля $Y(i)$ на неперекрывающиеся сегменты длины n и определение локального тренда $Y_n(i)$ путем интерполяции $Y(i)$ в пределах каждого сегмента; расчет среднеквадратичного отклонения

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[Y(i) - Y_n(i)]^2} \sim n^{\alpha}. \qquad (2)$$

Рассмотрим нестационарный процесс, содержащий значительные изменения среднего уровня (рис. 1, *a*) или чередование участков с разными статистическими характеристиками (рис. 1, *c*). В обоих примерах стандартные отклонения от аппроксимирующей функции сильно различаются для разных сегментов (рис. 1, *b*, *d*), и если в первом случае низкочастотный тренд можно устранить на этапе предварительной обработки, проведя фильтрацию, то во втором случае фильтрация может не повлиять на нестационарность анализируемых данных, если она связана, например, с изменением дисперсии сигнала при постоянном среднем уровне. В рамках метода DFA отличия локальных значений стандартных отклонений, вычисленных для разных сегментов, не учитываются, хотя они могут оказывать существенное влияние на зависимость $F(n)$. В работах [3, 4] предложено ввести в рассмотрение дополнительную меру, которая характеризует эффекты нестационарности:

$$dF(n) = max[F_{loc}(n)] - min[F_{loc}(n)], \qquad (3)$$

где $F_{loc}(n)$ – локальные среднеквадратичные отклонения профиля сигнала $Y(k)$ от аппроксимации тренда $Y_n(k)$, вычисленные в пределах одного сегмента. Для стационарных процессов при заданном n разброс значений $F_{loc}(n)$ будет сравнительно небольшим, и величина $dF(n)$ приближается к нулю. При наличии сильной нестационарности $dF(n)$ принимает значения в диапазоне от нуля до $max[F_{loc}(n)]$. Обычно наблюдается рост $dF(n)$ при увеличении n, и соответствующая степенная зависимость описывается другим показателем скейлинга

$$dF(n) \sim n^{\beta}. \quad (4)$$

На рис. 2 приведен пример различий показателей α и β для сигнала, изображенного на рис. 1, a. Отметим, что в обоих случаях приведенные зависимости близки к линейным при выборе логарифмического масштаба по обеим осям, что свидетельствует о выполнении степенных закономерностей для $F(n)$ и $dF(n)$, которые описываются соответственно формулами (2) и (4).

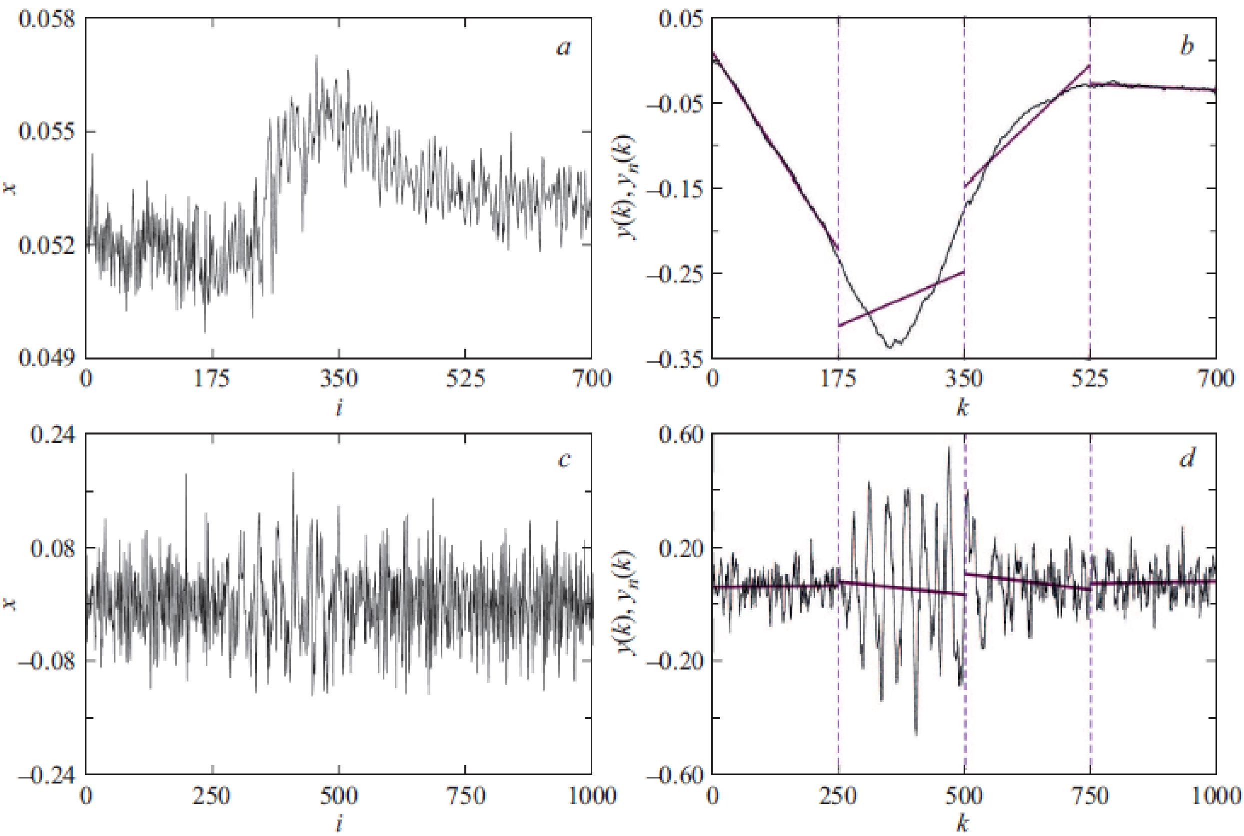


Рисунок 1 – Анализируемые нестационарные процессы, демонстрирующие изменения среднего уровня (a) и чередование участков с разными статистическими характеристиками (c), и соответствующие им профили с кусочно-линейной аппроксимацией тренда (b, d). В обоих примерах среднеквадратичное отклонение профиля от линейной аппроксимации тренда значительно больше для второго сегмента по сравнению с остальными.

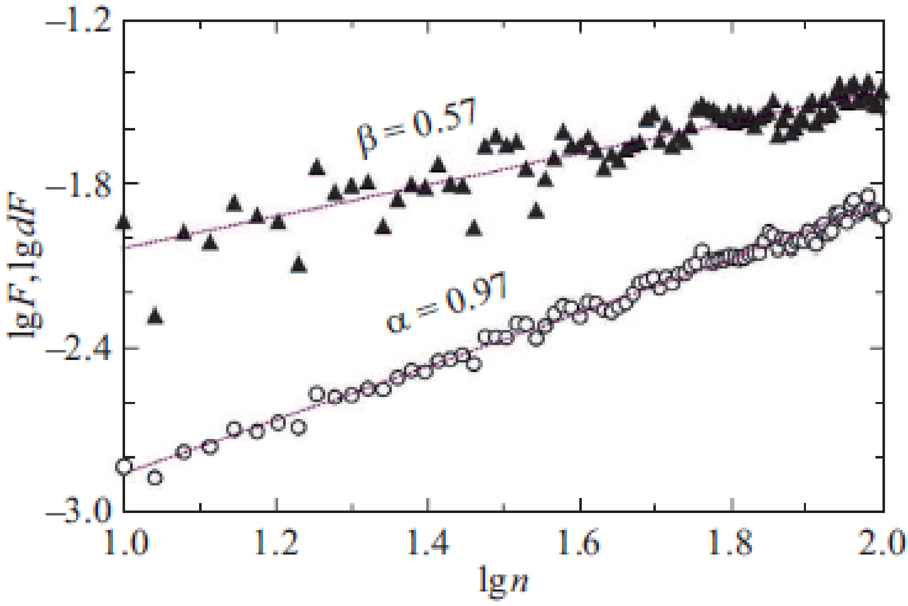


Рисунок 2 – Зависимости $F(n)$ и $dF(n)$ в логарифмическом масштабе для сигнала, изображенного на рис. 1, *а*, показывающие различие показателей α и β.

Результаты проведенных исследований. Стандартный метод DFA рассматривает только один базовый тип нестационарности, состоящий в медленных изменениях локального среднего значения. Однако, частотно-временная динамика многих систем в природе часто включает более широкий класс сложных явлений, ответственных за нестационарное поведение, и можно выделить 3 основные варианта: 1) изменение характеристик тренда в записанном сигнале, когда степень нестационарности сильно меняется на разных участках записи; 2) изменения во времени характеристик сигнала в области более высоких частот по сравнению с медленно меняющимся трендом, которые не исключаются в ходе кусочно-линейной аппроксимации; 3) нестационарность мгновенной энергии (или мгновенной амплитуды), которая не рассматривается и никак не учитывается в рамках метода DFA.

В качестве **первого варианта нестационарности** рассмотрим медленные изменения среднего уровня (низкочастотный тренд).

В качестве базовых сигналов для анализа выберем шумы с различной статистикой (рисунки 3 и 4):

1) белый шум (характеризуется значением α=0.5);

2) 1/f – шум (α=1.0);

3) шум с анти-корреляциями (производная от 1/f – шума, α≈0.11);

4) винеровский процесс (интеграл от белого шума, α=1.5).

Для изменения среднего уровня к соответствующим сигналам добавлялась синусоида с различной амплитудой (рисунки 3 и 4). Отметим, что мы рассматриваем всего 3 периода синусоиды, а DFA анализ проводится по участкам, содержащим меньше (как правило, много меньше) 1 периода синусоиды, поэтому изменения сигнала на этих участках мы можем интерпретировать как медленную нестационарность (тренд).

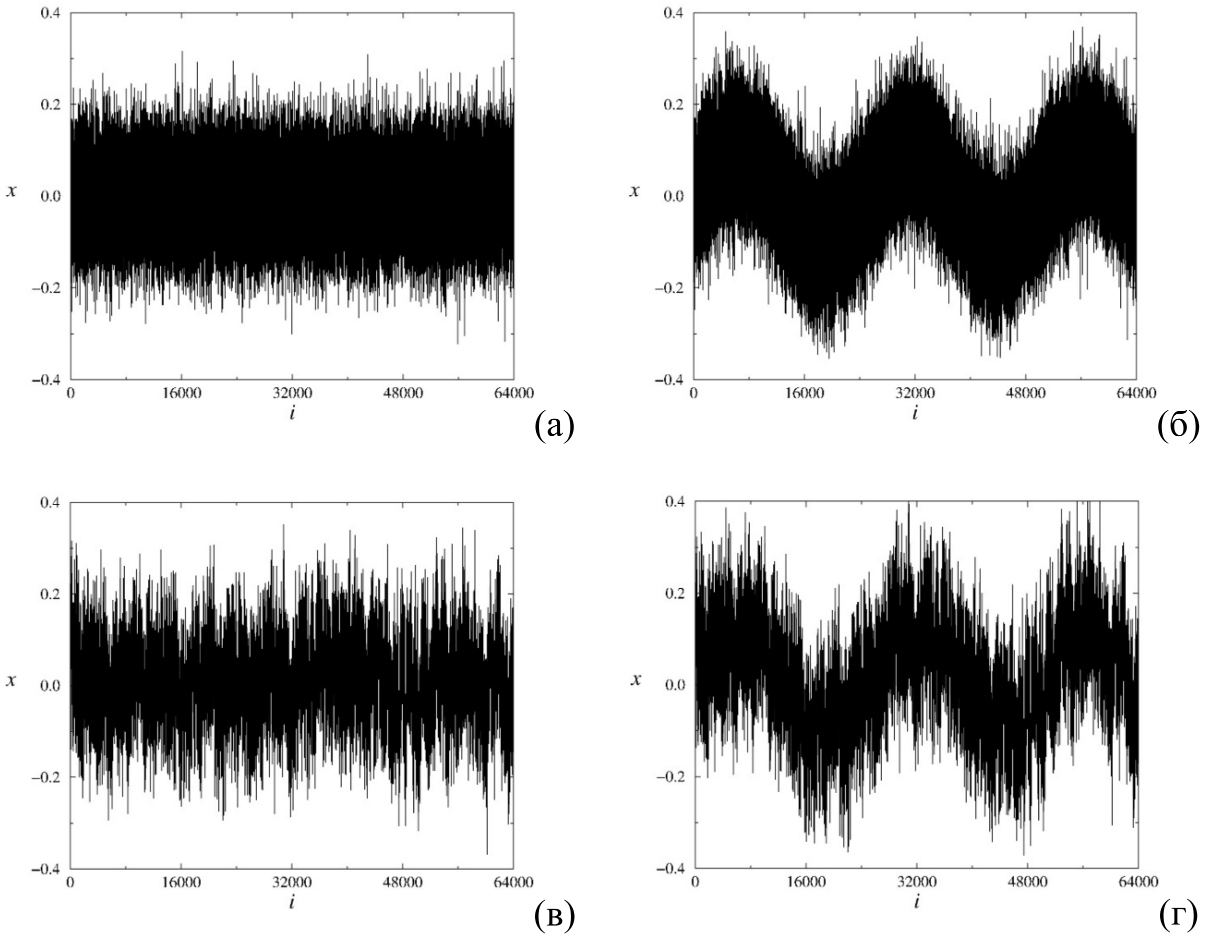


Рисунок 3 – Белый шум (а, б) и 1/f – шум (в, г). Слева изображен случайный процесс без аддитивного добавления гармонической функции, справа – с изменяющимся средним уровнем за счет добавления синусоиды.

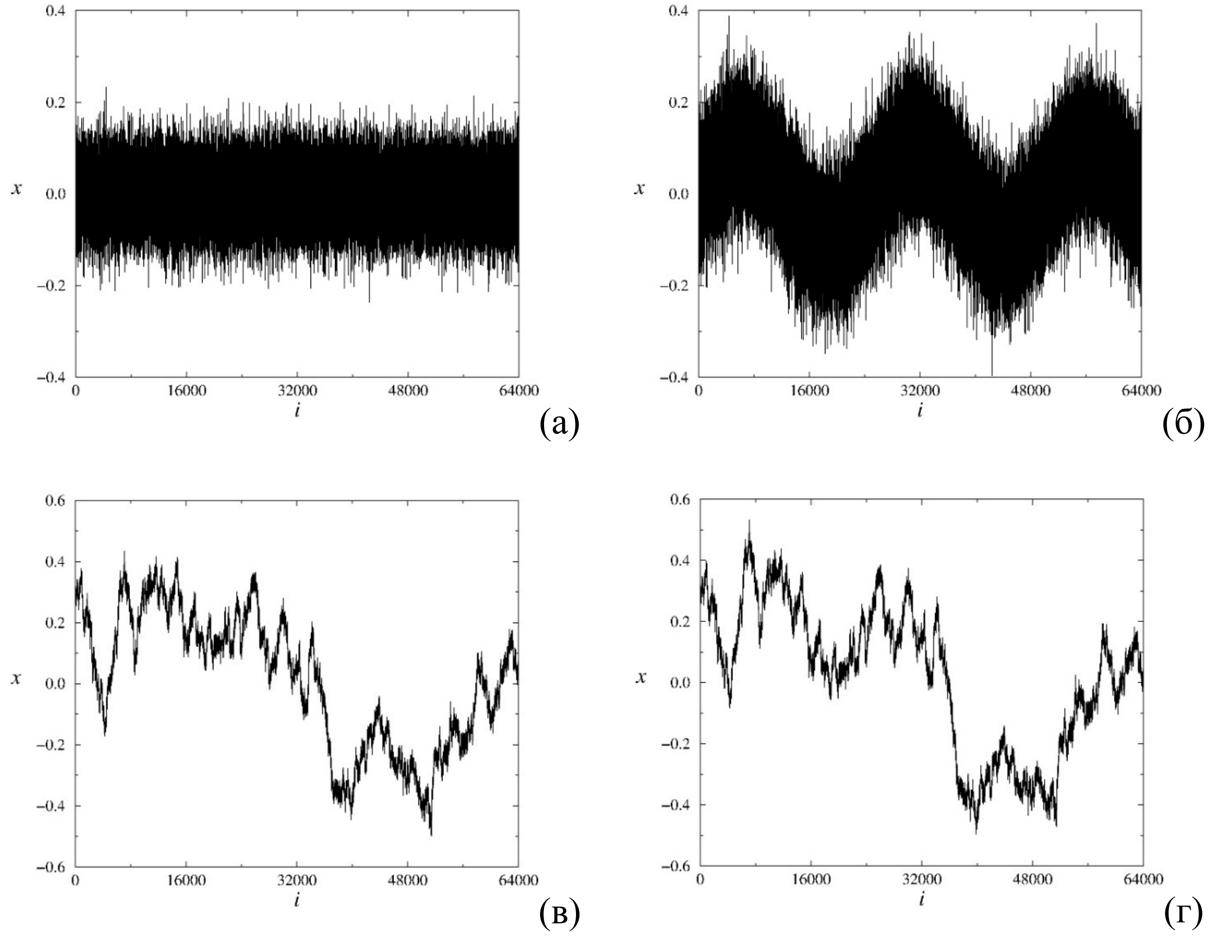


Рисунок 4 – Шум с анти-корреляциями (α≈0.11) (а, б) и винеровский процесс (в, г). Слева изображен случайный процесс без аддитивного добавления гармонической функции, справа – с изменяющимся средним уровнем за счет добавления синусоиды.

Прежде чем детально анализировать влияние амплитуды A гармонической функции (степени нестационарности), рассмотрим результаты для одного из значений амплитуды (A=0.3). На рисунке 5 приведены расчеты для зависимостей $F(n)$ и $dF(n)$ в двойном логарифмическом масштабе.

Рассмотрим приведенные на рисунке 5 зависимости подробнее. В отсутствие аддитивного сигнала, приводящего к изменениям локального среднего уровня, значения показателя скейлинга α в диапазонах lg n < 3.0 и lg n > 3.0 совпадают и приближенно равны 0.5 (рисунок 5а). При добавлении синусоиды в первом диапазоне показатель скейлинга не меняется, но в области lg n > 3.0 этот показатель существенно возрастает.

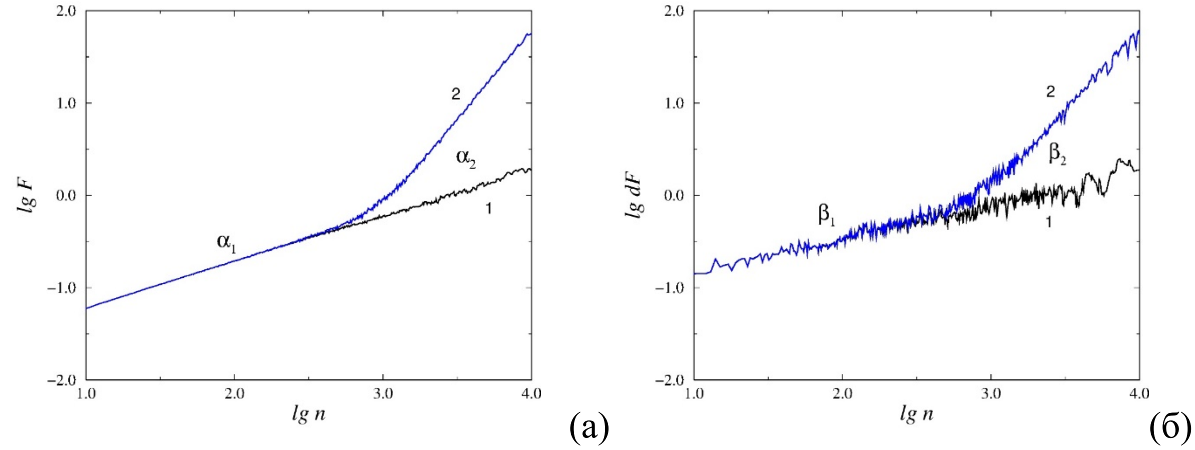
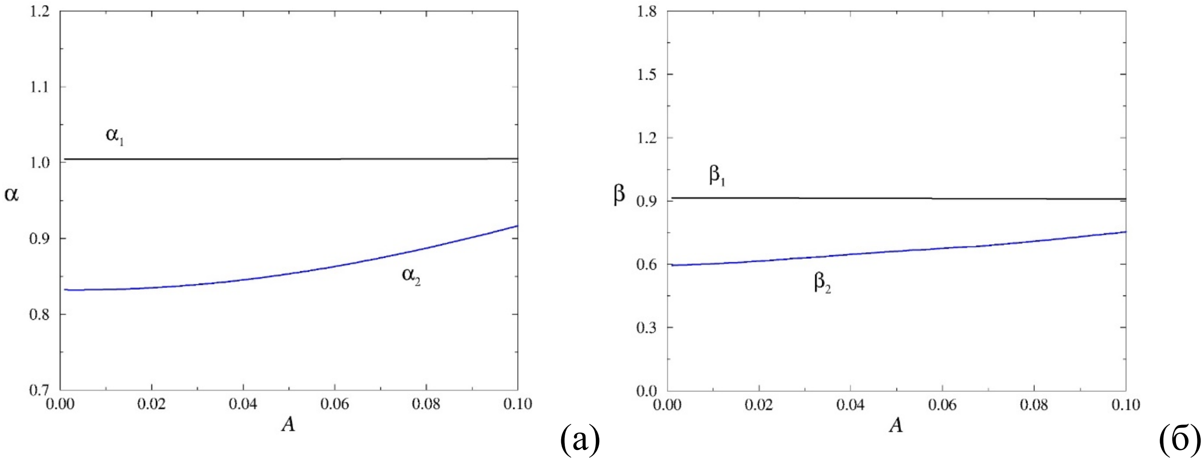


Рисунок 5 – Анализ белого шума без добавления синусоиды (зависимость 1) и с добавлением синусоиды (зависимость 2) методом EDFA. В диапазонах lg n < 3.0 и lg n > 3.0 в случае нестационарной динамики значения показателей скейлинга могут отличаться.

Аналогичная ситуация наблюдается и при расчете показателя β (рисунок 5б). Этот показатель обычно принимает значения меньше, чем α, но поведение в целом является похожим – в области lg n < 3.0 тренд не оказывает заметного влияния на расчеты, но с увеличением n наклон меняется. Учитывая данные обстоятельства, в дальнейшем мы будем оценивать 2 значения каждого показателя – в диапазоне lg n < 3.0 (соответственно, α_1 и β_1) и в диапазоне lg n > 3.0 (α_2 и β_2).

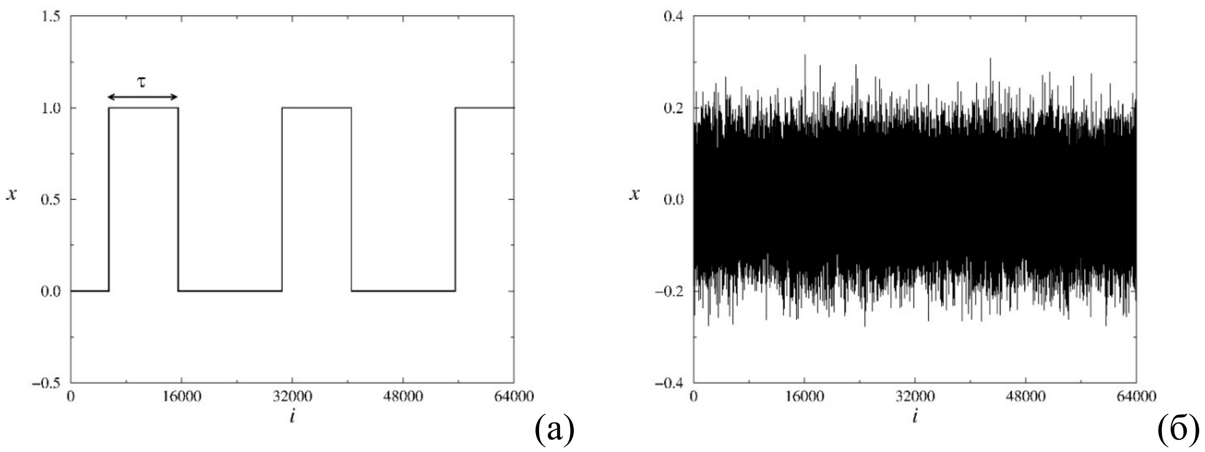
В качестве следующего примера рассмотрим 1/f – шум (α=1.0) и добавим к нему медленный синусоидальный тренд. Здесь уже ситуация разительно отличается (рисунок 6). Во-первых, для показателя скейлинга α_2 не наблюдается существенных отклонений от величины α_1, которые происходили для белого шума. Более того, несколько неожиданный результат заключается в том, что с ростом амплитуды *A* разница между двумя значениями показателя не растет, а уменьшается (рисунок 6а). Аналогичная ситуация наблюдается и для показателя β_2. Несмотря на то, что различия между величинами β_1 и β_2 составляет около 30% (при *A*=0), что примерно вдвое больше, чем для значений показателя α, эти различия, тем не менее намного меньше, чем в случае белого шума, где отличия могли достигать нескольких сотен процентов. Ранее уже отмечалось, что степень чувствительности к потере данных уменьшается с ростом показателя скейлинга. Если этот же эффект проявляется и в реакции на наличие нестационарности, то он должен подтвердиться и для других примеров случайных процессов.



(а) (б)

Рисунок 6 – Анализ 1/f – шума с аддитивно добавленным гармоническим сигналом на основе метода EDFA.

В качестве **2-го варианта нестационарности** был выбран случай переключений между двумя сигналами с разной статистикой (рисунок 7).



(а) (б)

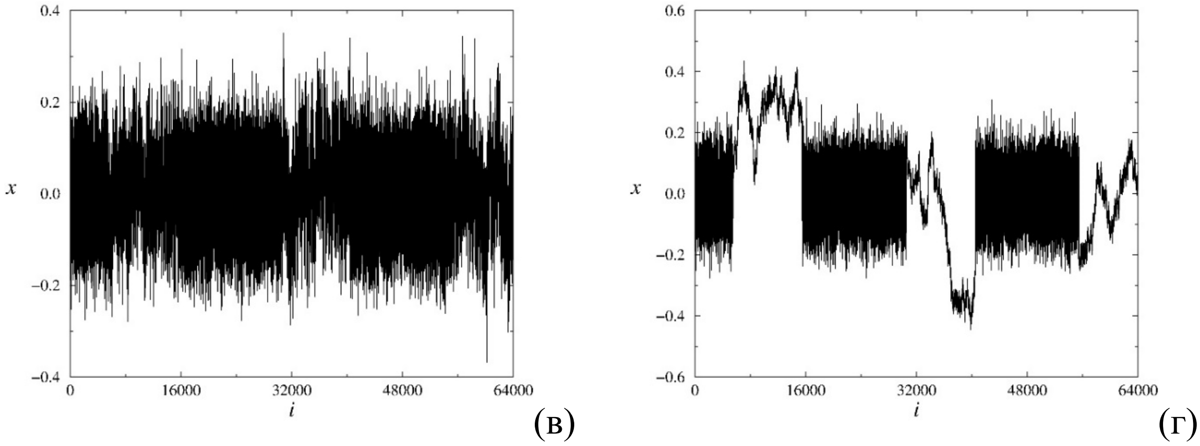


Рисунок 7 – Рассматриваемый вариант переключений между сигналами (а) и примеры переключений между белым шумом и шумом с анти-корреляциями (б), белым шумом и 1/f – шумом (в), белым шумом и винеровским процессом (г).

Например, при переключениях между белым шумом и шумом с анти-корреляциями (рисунок 8) значения показателя α незначительно смещаются от уровня 0.5, соответствующему отсутствию корреляций.

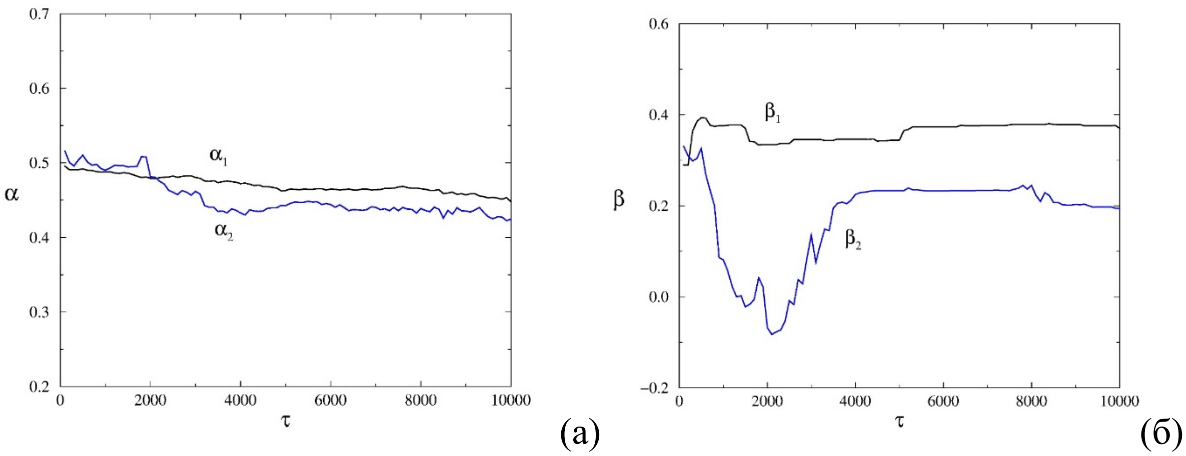


Рисунок 8 – Анализ переключений между белым шумом и шумом с анти-корреляциями на основе метода EDFA.

Изменения величины β являются намного более выраженными – этот показатель уменьшается от значения 0.3-0.35 в область отрицательных значений при рассмотрении диапазона масштабов lg n > 3.0, что свидетельствует о существенных изменениях при вариации величины τ.

Отметим, что наиболее выраженные реакции происходят при выборе τ в районе 1/10 периода следования переключений между режимами, причины такого поведения требуют дополнительного исследования. По аналогии рассмотрены варианты переключений между другими шумами.

В качестве **третьего варианта нестационарности** выбран случай, когда на каких-то участках происходят изменения в структуре сигнала, только теперь они вызваны не переключениями между разными режимами, а резким изменением энергетических характеристик (например, скачкообразным изменением интенсивности шума). Пример анализа для белого шума приведен на рисунке 9.

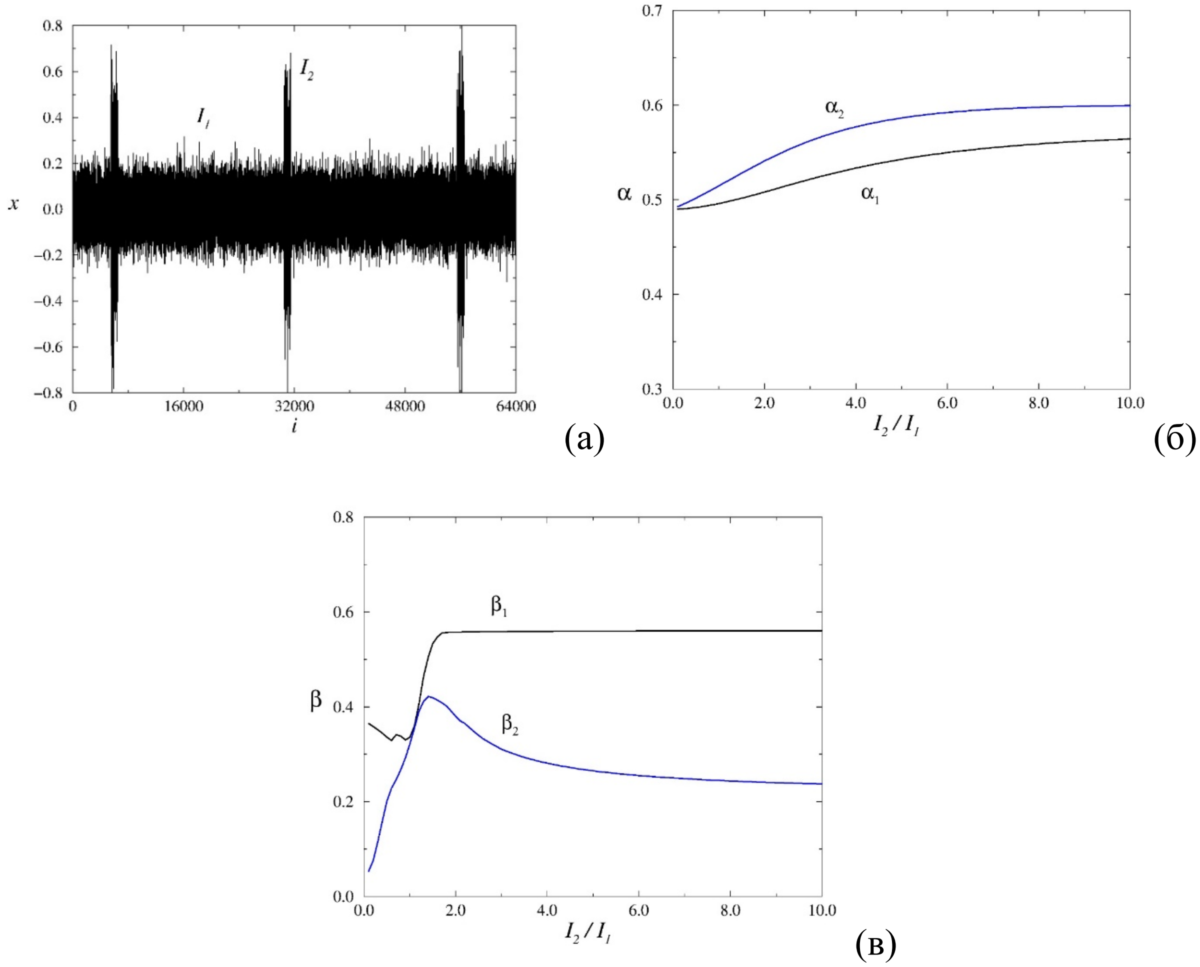


Рисунок 9 – Нестационарность энергетических характеристик для белого шума (а) и результаты анализа этого варианта нестационарности (б, в).

Для белого шума (рисунок 9) изменения показателя α в диапазоне lg n > 3.0 составляют порядка 0.1, т.е. около 20%, при этом показатель β первоначально возрастает и далее переходит к некоторому постоянному значению. При этом отметим, что максимум величины β_2 располагается вблизи $I_2/I_1=1$, что соответствует стационарному режиму.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было проанализировано, как разные типы нестационарности влияют на результаты анализа временных рядов с помощью метода EDFA. С этой целью рассмотрены влияние тренда, переключений между двумя различными случайными процессами и изменений энергии с использованием нескольких шумов с различной статистикой. Каждый тип нестационарности приводит к изменению показателей скейлинга. Медленные изменения локального среднего уровня, интерпретируемые как тренд, оказывают сильное влияние на антикоррелированные процессы и приводят к значительному смещению обоих показателей, α и β. С увеличением α и связанного с этим перехода от антикорреляций к положительным степенным корреляциям изменения показателей скейлинга становятся менее выраженными. В случае переключений между случайными процессами показатель скейлинга α принимает значения, которые ближе к максимальной величине α для двух процессов. Эти результаты согласуются с исследованиями более высокой чувствительности антикоррелированных процессов к артефактам, шуму и потере данных. Следовательно, первые два типа нестационарности усложняют диагностику антикоррелированных процессов. Отметим, что показатель β значительно более чувствителен ко всем типам нестационарности по сравнению с α.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Peng, C.-K. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series / C.-K. Peng, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Goldberger // Chaos. – 1995. – Vol. 5. – P. 82–87.

[2] Buldyrev, S. Long-range correlation properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank analysis / S. Buldyrev, A. Goldberger, S. Havlin, R. Mantegna, M. Matsa, C.-K. Peng, M. Simons, H. Stanley // Phys. Rev. E. - 1995. - Vol. 51. - P. 5084-5091.

[3] Павлов, А. Н. Модифицированный метод флуктуационного анализа нестационарных процессов / А. Н. Павлов, О. Н. Павлова, А. А. Короновский (мл.) // Письма в ЖТФ. – 2020. – Т. 46, вып. 6. – С. 47–50.

[4] Pavlov, A. N. Detrended fluctuation analysis of cerebrovascular responses to abrupt changes in peripheral arterial pressure in rats / A. N. Pavlov, A. S. Abdurashitov, A. A. Koronovskii Jr., O. N. Pavlova, O. V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. – 2020. – V. 85. – P. 105232.