

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа
и автоматического управления

Исследование сетей массового обслуживания с переменной структурой
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 481 группы
направления 27.03.03 Системный анализ и управление
факультета компьютерных наук и информационных технологий
Данилова Романа Михайловича

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., доцент

должность, уч. ст., уч. зв.

подпись, дата

И.Е. Тананко

инициалы, фамилия

Зав. кафедрой:

к.ф.-м.н., доцент

должность, уч. ст., уч. зв.

подпись, дата

И.Е. Тананко

инициалы, фамилия

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В настоящее время наблюдается интенсивное внедрение и использование телекоммуникационных систем и сетей [1-3] как средства коммуникации и получения информации. В связи с этим значительно возрастает необходимость решения задач оптимизации и проектирования систем данного типа. Удобными математическими моделями дискретных стохастических систем с сетевой структурой являются сети массового обслуживания различных классов [4-5]. Широкое применение аппарата сетей массового обслуживания (СеМО) обусловлено простотой и естественностью отображения с их помощью исследуемых сетевых систем и процессов обработки в них требований различных типов, а также накопленным практическим опытом использования сетей массового обслуживания при решении указанных задач.

Цель бакалаврской работы – изучение метода анализа замкнутой сети массового обслуживания с переменной структурой, разработка алгоритма и программы для решения задачи синтеза однородных замкнутых экспоненциальных сетей массового обслуживания с заданными характеристиками и с переменной структурой, а также проведение экспериментов и исследований сетей обслуживания этого класса.

Поставленная цель определила **следующие задачи:**

1. Изучить методы анализа замкнутых сетей массового обслуживания с переменной структурой;
2. Разработать алгоритм для решения задачи синтеза замкнутой экспоненциальной сети массового обслуживания с заданными характеристиками и с переменной структурой;
3. Разработать компьютерную программу для исследования замкнутой экспоненциальной сети массового обслуживания с заданными характеристиками и с переменной структурой, проанализировать полученные результаты.

Методологические основы исследования сетей массового обслуживания с переменной структурой представлены в работах И. Е. Тананко, Н. П. Фокиной, Ю. И. Митрофанова.

Практическая значимость бакалаврской работы. Результаты работы могут быть использованы при анализе и проектировании дискретных стохастических систем с сетевой изменяемой структурой и стохастическим характером функционирования. К таким системам можно отнести, например, информационно-вычислительные сети и распределенные базы данных.

Структура и объём работы. Бакалаврская работа состоит из введения, трех разделов, заключения, списка использованных источников и одного приложения. Общий объем работы – 52 страницы, из них 45 страниц – основное содержание, включая 10 рисунков и 10 таблиц, список использованных источников информации – 20 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первый раздел «Сети массового обслуживания» посвящен общей информации по сетям массового обслуживания (СеМО).

Сеть массового обслуживания представляет собой совокупность взаимосвязанных систем массового обслуживания (СМО), обеспечивающих в процессе функционирования сети прием, хранение, обработку и выдачу требований, поступающих в системы обслуживания [9].

Рассмотрим сеть обслуживания

$$\Gamma = \langle L, 1, \lambda_i, M, \theta, \kappa, \mu, FCFS, 1, \pi \rangle.$$

Набор Γ определяет открытую сеть обслуживания, содержащую L систем обслуживания C_i , $i = 1, \dots, L$, обслуживающих требования одного класса, поступающих из внешнего источника C_0 [19]. Входящий в сеть поток требований пуассоновский с интенсивностью λ_0 . Система C_i содержит κ_i параллельно работающих одинаковых приборов, длительность обслуживания

требований прибором имеет экспоненциальное распределение с параметром μ_i . Выбор в C_i очередного требования на обслуживание производится из общей очереди неограниченной длины согласно дисциплине FCFS. Введем обозначения:

$n = (n_i)$ – вектор состояния сети $\Gamma, i = 1, \dots, L, n_i = 0, 1, 2, \dots, L$;

n_i – число требований, пребывающих в системе C_i ;

$P(n)$ – стационарная вероятность пребывания сети Γ в состоянии $n = (n_i)$;

E – множество всех состояний сети;

$P_i(n_i)$ – стационарная вероятность пребывания системы C_i в состоянии n_i ;

$\bar{\mu}_i$ – суммарная интенсивность обслуживания требований системой C_i , т. е. среднее число требований обслуживаемых в единицу времени, когда приборы системы непрерывно заняты $\mu_i = \kappa_i \bar{\mu}_i$;

Рассмотрим стационарный режим функционирования сети [17]. В данном режиме среднее число требований, покидающих систему C_i , направится в систему C_j не зависит от предыдущего пути этого требования и состояния сети. Для того, чтобы существовал стационарный режим, каждая система должна удовлетворять условию

$$\lambda_i < \bar{\mu}_i \text{ или } \psi_i < 1.$$

Второй раздел «Алгоритм метода анализа сетей обслуживания с переменной структурой» посвящен описанию разработанного алгоритма анализа.

Цель данного алгоритма – создание метода генерации маршрутных матриц замкнутых сетей массового обслуживания. Необходимо создать

такую маршрутную матрицу, чтобы м.о. количества требований \bar{q}_i было равным в каждой из систем.

$$\bar{q}_i = \frac{Q}{L},$$

где Q – м.о. количества требований в сети, L – количество систем в сети.

В качестве исходных данных задается вектор интенсивности μ и матрица смежности W .

Пусть исходная матрица смежности этой сети имеет следующий вид:

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда начальная маршрутная матрица θ^0 определяется следующим образом: Создается матрица, подобная матрице смежности, где на позициях ненулевых значений матрицы смежности записывается:

$$\theta_{il}^0 = \frac{w_{il}}{\sum_{j=1}^L w_{ij}}, l = 1, \dots, L.$$

Тогда начальная маршрутная матрица будет иметь следующий вид:

$$\theta^0 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0,33 & 0 & 0,33 & 0,33 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}.$$

Данная запись удовлетворяет условию нормировки

$$\sum_{i=1}^L \omega_i = 1.$$

Определим элементы вектора ω_i^* [11]

$$\omega_i^* = \frac{\mu_i}{\Phi}, \text{ где } \Phi = \sum_{j=1}^L \mu_j.$$

Данный метод оптимизации заключается в последовательном сравнении возможных маршрутных матриц с эталонной, путем попарного изменения значений в маршрутной матрице на минимальную величину $\zeta = 0,01$. При этом должно соблюдаться условие нормировки. Вычитая ζ из одной позиции, необходимо прибавить это же значение к другой позиции в этой строке.

$$\theta^{01} = \begin{pmatrix} 0,5 + 0,01 & 0,5 - 0,01 & 0 & 0 \\ 0,33 & 0 & 0,33 & 0,33 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix};$$

$$\theta^{02} = \begin{pmatrix} 0,5 - 0,01 & 0,5 + 0,01 & 0 & 0 \\ 0,33 & 0 & 0,33 & 0,33 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix};$$

и т.д.

θ^{01} является первой из множества возможных вариаций матрицы θ^0 , которое также называют окружением матрицы θ^0 .

Комбинируя изменение разных позиций, получим множество $\theta^0(g)$, $g = 1, \dots, G$, где G – количество возможных матриц.

Путем таких изменений необходимо достичь минимума величины S :

$$S = \sum_{i=1}^L (\omega_{oi} - \omega_i^*)^2,$$

где $\omega = (\omega_i)$ – это изменяемый вектор относительных интенсивностей потоков требований.

Далее необходимо сравнить полученные матрицы и найти среди них минимальную S_{min} . Если минимальная сумма больше установленной величины E , $S_{min} > E$, то вектор относительных интенсивностей ω_i , с помощью которого была вычислена минимальная сумма S_{min} используется для создания начальной маршрутной матрицы θ^0 . После чего алгоритм повторяется.

В случае, если минимальная сумма будет меньше установленной величины E , $S_{min} < E$, алгоритм переходит к следующей топологии W_{k+1} , повторяя действия с формированием начальной матрицы смежности θ^0 .

Когда минимальная сумма для данной топологии найдена, необходимо повторить алгоритм для оставшихся топологий.

Третий раздел «Описание программы для анализа сетей массового обслуживания с переменной структурой» содержит описание особенностей языка программирования, на котором была разработана программа анализа, приведен список идентификаторов, а также пример работы программы.

В качестве примера рассматривается сеть массового обслуживания, состоящая из 5 систем массового обслуживания, 10 требований одного класса, число структур $K = 3$, вектор интенсивностей обслуживания требований в системах сети $\mu = (1.0, 1.1, 1.3, 1.2, 1)$, вектор длительностей пребывания в структурах сети $\tau = (10, 14, 8)$. Определены структурные матрицы. Характеристики систем обслуживания сети приведены в тексте работы.

Четвертый раздел «Анализ сетей массового обслуживания с переменной структурой» содержит описание исследования сети массового обслуживания с переменной структурой. Рассматривается замкнутая сеть массового обслуживания с переменной структурой, которая задана следующим набором данных:

Количество систем в сети $L = 7$;

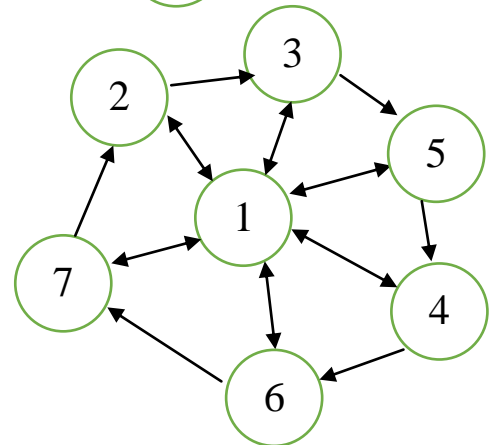
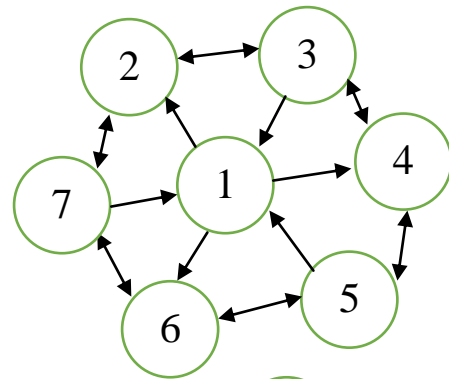
Количество требований в сети $Q = 20$;

Количество структур $K = 2$;

Вектор интенсивности обслуживания $\mu = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$

$$W_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$W_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$



Требуется исследовать зависимость построения маршрутных матриц от изменения интенсивности обслуживания требований. В качестве системы с варьируемой интенсивностью обслуживания требований возьмем первую систему. Увеличивая интенсивность обслуживания требований в первой системе, проследим за изменением маршрутной матрицы. Для наглядности рассмотрим результат работы программы для 3х характеристик:

q_i – м.о. числа требований в СМО;

μ_i	№ СМО						
	1	2	3	4	5	6	7
1	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857
2	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857
3	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	2.857
4	1.352	3.015	3.201	3.015	3.201	3.015	3.201
5	0.872	3.091	3.285	3.091	3.285	3.091	3.285
6	0.640	3.127	3.326	3.127	3.326	3.127	3.326
7	0.505	3.149	3.350	3.149	3.350	3.149	3.350

u_i – м.о длительностей пребывания требований в СМО;

μ_1	№ СМО						
	1	2	3	4	5	6	7
1	3.714	3.714	3.714	3.714	3.714	3.714	3.714
2	1.857	3.714	3.714	3.714	3.714	3.714	3.714
3	1.238	3.714	3.714	3.714	3.714	3.714	3.714
4	0.578	3.863	4.033	3.863	4.033	3.863	4.033
5	0.371	3.936	4.113	3.936	4.113	3.936	4.113
6	0.271	3.971	4.153	3.971	4.153	3.971	4.153
7	0.214	3.992	4.176	3.992	4.176	3.992	4.176

h_i – м.о. числа занятых приборов в СМО;

μ_1	№ СМО						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769
2	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769
3	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769	0.769
4	0.585	0.780	0.794	0.780	0.794	0.780	0.794
5	0.471	0.785	0.799	0.785	0.799	0.785	0.799
6	0.393	0.787	0.801	0.787	0.801	0.787	0.801
7	0.338	0.789	0.802	0.789	0.802	0.789	0.802

На основании полученных выходных данных можно сделать следующие выводы. С увеличением интенсивности обслуживания в первой системе, растут вероятности перехода из других систем в первую, а также уменьшается длительность пребывания требований в первой системе. При $\mu_1 = 1,2,3$ матрицы для обеих структур были сформированы, однако при $\mu_1 = 4$ матрица для первой структуры уже не может быть сформирована. Стоит отметить, что в третьей матрице потоки из третьей, пятой и седьмой системы идут исключительно в первую. Принимая во внимание то, что третья и четвертая матрицы для первой структуры идентичны, можно сделать вывод, что при $\mu_1 = 4$ в сети не хватает потока требований от систем со второй по седьмую, и следовательно, невозможно построить маршрутную матрицу. Матрицу для второй структуры возможно построить до тех пор, пока $\mu_1 < 7$. Это связано с тем, что каждая из систем 2-7 имеет доступ к первой системе, в связи с чем у этой структуры больше возможностей передать требования в первую систему.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе описаны основные параметры и характеристики сетей массового обслуживания; рассмотрены однородные экспоненциальные сети массового обслуживания с переменной структурой и разработан алгоритм анализа сетей данного типа. Разработанный алгоритм позволяет синтезировать маршрутные матрицы для различных структур сети обслуживания. Эти маршрутные матрицы обеспечивают равенство математических ожиданий числа требований во всех системах обслуживания.

Разработана программа, вычисляющая все основные характеристики систем сети обслуживания с переменной структурой. Приведен пример использования программы, а также проведено исследование зависимостей характеристик систем от изменения их интенсивностей обслуживания требований.

Программа позволяет решать задачи, связанные с анализом реальных систем с ненадежными связями между отдельными элементами системы, математическими моделями которых являются сети массового обслуживания с переменной структурой.

Основные источники информации:

1. Митрофанов, Ю. И. Анализ сетей массового обслуживания: Учеб. Пособие для студентов университетов. / Ю.И. Митрофанов. Саратов: Научная книга, 2005.- 175с.

2 Митрофанов, Ю. И. Синтез сетей массового обслуживания. / Ю.И. Митрофанов. Саратов: изд-во Сарат. ун-та, 1995.- 164с.

3 Фокина, Н. П. Метод анализа сетей массового обслуживания с переменной структурой. Компьютерные науки и информационные технологии / Н. П. Фокина, И. Е. Тананко, // Материалы международной научной конференции, 2012. - С. 330-331.

4 Тананко И. Е. Метод анализа матриц открытых сетей массового обслуживания / И. Е. Тананко // Автоматика и вычислительная техника – Саратов. - 2002. - С. 39-46.

5 Тананко И. Е. О замкнутых сетях массового обслуживания с переменным числом систем обслуживания / И. Е. Тананко // Автоматика и вычислительная техника, 2006. – С. 71-77.