

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра дифференциальных
уравнений и математической экономики

**Многомерные модели оценки волатильности и их использование
для управления структурой портфеля ценных бумаг**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студента (ки) 3 курса 391 группы

направления 38.04.01 Экономика

механико-математического факультета

Скачкова Анатолия Геннадьевича

Научный руководитель
профессор, д.э.н., профессор

В.А. Балаш

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., профессор

С.И. Дудов

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. В современных условиях общей экономической нестабильности особую актуальность приобретает прогнозирование и оценка рисков. Первостепенное значение имеет рыночный риск, который возникает из-за изменений цен биржевых финансовых инструментов. Именно поэтому проблемы разработки стратегий контроля и управления ценовых колебаний, а также моделей для отражения характеристик финансовых временных рядов на сегодняшний день являются особенно актуальными.

Подход к оценке эффективности инвестиций должен включать обоснованные, с научной точки зрения, механизмы управления инвестиционным портфелем, с целью обеспечения учета действующих рисков, а также оценивать рациональность инвестиционных проектов. С целью проведения комплексного анализа рыночного риска в наше время в мировой практике все чаще используется методология Value-at-Risk (VaR). Особенно широко методология VaR стала использоваться в последние годы и в наше время применяется в качестве единого унифицированного подхода к оценке инвестиционных рисков многими международными финансовыми, в том числе банковскими, организациями. На сегодня VaR стал своеобразным способом мышления о рисках, подчеркивающим важность не только результата анализа риска, но и самого процесса его оценки.

Одной из существенных особенностей финансовых данных, которым уделяют повышенное внимание, является волатильность - числовая мера риска, с которой сталкиваются индивидуальные инвесторы и финансовые учреждения. Хорошо известно, что волатильность финансовых данных часто меняется с течением времени и имеет тенденцию к кластеризации, то есть высоковолатильные периоды сменяются низковолатильными. Модель обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности (GARCH) и ее модификации предназначены для «объяснения» эффекта кластеризации

волатильности на финансовых рынках, а также прогнозирования будущей волатильности.

Целью данной работы является расчет многомерных оценок волатильности для управления структурой портфеля ценных бумаг.

Для достижения этой цели необходимо выполнить следующие **задачи**:

1. Описать формирование инвестиционного портфеля, цели и задачи инвестирования.
2. Рассмотреть методологические основы оценивания волатильности и спецификации моделей.
3. Использовать многомерные GARCH модели для оценивания структуры портфеля ценных бумаг.

Практическая ценность проводимого исследования связана с возможностью применения рассматриваемых моделей для оценивания волатильности активов и управления структурой портфеля ценных бумаг.

Структура и содержание работы. Данная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованных источников, содержащего 21 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность работы, формируется цель работы и решаемые задачи.

В **первой главе** описываются цели и задачи инвестирования, оценивание риска инвестиций, методология использования VaR модели оценки инвестиционных рисков, метод оценки рисков CVaR.

Под инвестированием в широком смысле понимается любой процесс, имеющий целью сохранение и увеличение стоимости денежных или других средств. Средства, предназначенные для инвестирования, представляют собой инвестиционный капитал. С течением времени этот капитал может

принимать различные конкретные формы. Тот или иной конкретный вид инвестиционного капитала называется инвестиционным активом.

Инвестиционный портфель – это совокупность капиталовложений в некие финансовые объекты в соответствии с инвестиционной стратегией, которые при минимальном риске обеспечат максимальную доходность. Портфель представляет собой определенный набор из корпоративных акций, облигаций с различной степенью обеспечения и риска, а также бумаг с фиксированным доходом, гарантированным государством, т.е. с минимальным риском потерь по основной сумме и текущим поступлениям. Теоретически портфель может состоять из бумаг одного вида, а также менять свою структуру путем замещения одних бумаг другими. Однако каждая ценная бумага в отдельности не может достигать подобного результата.

Основной целью инвестиционного портфеля является получение оптимального результата в рамках реализации разработанной инвестиционной политики через подбор наиболее надежных и доходных инвестиционных вложений. Портфель состоит из различных видов инвестиционных активов.

Инвестиционный процесс представляет собой принятие инвестором решения относительно ценных бумаг, в которые осуществляются инвестиции, объемов и сроков инвестирования. Следующая процедура, включающая пять этапов, составляет основу инвестиционного процесса:

- Выбор инвестиционной политики.
- Анализ рынка ценных бумаг.
- Формирование портфеля ценных бумаг.
- Пересмотр портфеля ценных бумаг.
- Оценка эффективности портфеля ценных бумаг.

Понятие VaR обозначает вероятностно-статистический подход, основной целью которого является выявление соотношения риска инвестиций и ее ценовых показателей. Главным элементом этой модели

оценки выступает распределение вероятностей, которое связывает возможные величины изменений рыночных факторов с их вероятностями.

Главной целью разработки концепции VaR выступает агрегация и отображение (одним единственным числом) информации о рисках инвестиционного портфеля, в том числе рисках составляющих портфель сегментов и элементов.

При этом, необходимо разделять понятие VaR как методологии оценки риска инвестиций и непосредственно числовое значения VaR, рассчитанное, как для отдельных финансовых инструментов, так и всего инвестиционного портфеля, как суммы потенциально возможных потерь.

С теоретической точки зрения рыночный риск инвестиционного портфеля может характеризоваться и одним параметром - VaR.

Value at risk (VaR) является одним из наиболее популярных подходов к оценке рисков, используемых инвестиционными банками, финансовыми учреждениями, казначействами и различными компаниями.

Суть метода заключается в следующем. В задачу оценки или выбора актива (конкретного финансового инструмента, портфеля инструментов и т.д.) вводится дополнительное ограничение в виде требования по определению и принятию в расчет взаимосвязи между максимально допустимым уровнем потерь и вероятностью того, что уровень возможных потерь не превысит этой величины. VaR непосредственно определяется как такая величина потерь, что рассматриваемый актив за интересующий период или на заданный момент времени с определенной вероятностью потеряет в стоимости не более этой величины. VaR позволяет агрегировать всевозможные риски (рыночные или кредитные) в одно число, имеющее денежное выражение. Краткость представления и понятность полученных результатов способствовали широкому распространению использования VaR в отчетах для менеджеров, акционеров и внешних инвесторов.

В настоящее время основными, классическими подходами к оценке VaR считаются:

- метод исторического моделирования,
- оценка VAR методом имитационного моделирования,
- дельта-нормальный метод.

Во второй главе рассматриваются одномерные ARCH и многомерные GARCH модели, особенности волатильности.

Задачи прогнозирования являются, пожалуй, наиболее распространенными. Планирование и принятие управленческих решений всегда опирается на прогнозы, даже если они производятся неявно, «в уме». Примеров прикладных задач прогнозирования в экономике огромное количество: прогнозирование потребительского спроса, объемов грузоперевозок, финансовых потоков компаний, курсовой стоимости акций, цен на недвижимость и т.д.

В результате повсеместного распространения информационных технологий наметились три тенденции в современном прогнозировании:

1. Во многих компаниях методы прогнозирования начинают включаться в автоматизированные технологические цепочки, возрастают требования к точности прогнозирования.

2. Стремительно возрастают объемы доступных данных, накапливается огромное количество временных рядов, многие из которых взаимосвязаны. Все более актуальной становится задача выявления не очевидных скрытых взаимосвязей в самих данных.

3. Динамичность процессов в современной экономике все более проявляется в существенной не стационарности временных рядов – их структурные свойства имеют тенденцию к постоянному изменению.

В этих условиях стандартные статистические методы прогнозирования начинают давать сбой. Лежащие в их основе предположения часто не выполняются на практике или не допускают надежной проверки, например, гипотеза стационарности ряда или гипотеза о той или иной форме его не

стационарности. Скажем, имея дело с нестационарным рядом, мы можем предполагать непостоянство дисперсии (гетероскедастичность) и использовать соответствующую стохастическую модель, тогда как на самом деле ряд будет периодически изменять свою структуру, переключаясь с одной модели на другую. Для высокоточного прогнозирования большого количества нестационарных взаимосвязанных временных рядов необходимы новые методы и подходы.

Особо стоит отметить проблематику прогнозирования финансовых временных рядов. Характерная особенность последних заключается в их «толстых хвостах», а также в том, что они обнаруживают существенно более сильную реакцию на отрицательные «шоки», чем на положительные. Эти и некоторые другие идеи отражены в разработках Энгла (ARCH модели), Тима Боллерслева (GARCH модели), а также в более поздних подходах к анализу условной гетероскедастичности. Визуальная предпосылка для их реализации – кластеризация дисперсии.

Анализируя изменения каких-либо экономических показателей (цен, процентных ставок и т.д.) в течение долгого времени в эконометрике выделяют два компонента: один из них, тренд, изменяется согласно некоторой закономерности, а другой – волатильность, изменяется случайным образом.

Для экономических прогнозов очень важно знать не только средний уровень, например, курсов акций, но и каковы будут ожидаемые отклонения от этого среднего уровня. На рынках ценных бумаг случайные отклонения показателей от тренда крайне важны, поскольку стоимость акций, опционов и других финансовых инструментов сильно зависит от рисков. Отклонения от тренда могут значительно меняться во времени – периоды сильных изменений сменяются периодами незначительных изменений.

Хотя реальная волатильность переменна, экономисты долгое время имели в своем распоряжении только такие статистические методы, которые основаны на предположении о ее постоянстве.

В 1982 г. Энгл разработал авторегрессионную гетероскедастическую (т.е. предполагающую переменный разброс) модель (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – ARCH), на основе которой стало возможно предсказывать изменение волатильности. Открытый им метод анализа экономических временных рядов позволяет гораздо достовернее, чем ранее, прогнозировать тенденции изменения ВВП, потребительских цен, процентных ставок, биржевого курса и других экономических показателей не только на ближайший день или на неделю, но даже и на год вперед. Высокая точность прогнозов с использованием этой модели была доказана, в частности, на анализе историко-экономической статистики США и Великобритании, когда сделанный на основе данных за минувшие годы прогноз сопоставляли с фактическими показателями последующих лет.

В главную мысль этой модели заложено положение о том, что оценки, получаемые в рамках дисперсионного анализа волатильности, не являются в достаточной степени эффективными, так как не учитывают явление гетероскедастичности. Гетероскедастичность означает однородность остатков полученных параметров модели, это выражается в переменной дисперсии случайной ошибки регрессии. Статистический анализ с использованием моделей ARCH предполагает, что искомое значение цены в некоторой степени зависит от предыдущих изменений цен, таким образом, их влияние тоже необходимо учитывать для оценки текущего уровня. К тому же ARCH модели предполагают, что степень влияния предыдущих значений цен снижается по мере удаления от текущего момента времени.

Статистические авторегрессионные модели условной гетероскедастичности позволяют учесть так называемое явление кластеризации волатильности. Такие модели оценивания волатильности предполагают, что рынок обладает своего рода «памятью», именно поэтому

последующие значения исследуемых рыночных параметров в некоторой степени зависят от их предыдущих значений, что и вызывает явление кучкования волатильности. Вследствие этого, на рынке появляются затяжные периоды либо относительного спокойствия, либо повышенной изменчивости, так называемые «кластеры».

Особенности волатильности.

Итак, волатильность обладает некоторыми особенностями:

1) Негауссовость (так называемые "тяжёлые хвосты"). Обычно график доходности финансовых инструментов характеризуется острыми вершинами с положительным эксцессом (выше нормального). Доходности не подчиняются распределению Гаусса.

2) Кластеризация ("пучкование"). Большие изменения влекут за собой большие изменения, малые изменения следуют за малыми изменениями, любого знака. Эффект кластеризации волатильности отмечен для таких рядов как изменение цен акций, валютных курсов, доходности спекулятивных активов.

Многомерная GARCH модель является хорошим инструментом для работы с финансовыми временными рядами, так как она объясняет многие явления, недоступные в рамках линейных моделей, а также позволяет находить зависимости в параллельной динамике цен активов.

Основной идеей расширения одномерных моделей GARCH до многомерных является то, что волатильность одних активов влияет на волатильность других, причем взаимодействующие активы могут принадлежать к разным секторам экономики. Многомерные модели генерируют более надежные и точные оценки волатильности, чем одномерные модели по отдельности. Таким образом, можно принимать эффективные решения в области управления рисками, прогнозирования, формирования портфелей.

В первую очередь, необходимо рассмотреть спецификацию моделей MGARCH. С одной стороны, она должна быть достаточно гибкой, чтобы

выявить динамику условных дисперсий и ковариаций. С другой стороны, с количеством параметров модели MGARCH быстро возрастает ее размерность, при этом оценивание и интерпретация параметров модели должны быть как можно проще. Однако упрощение модели может снизить не только количество параметров, но и ее эффективность. Поэтому при разработке модели важно найти баланс между уменьшением числа параметров и сохранением содержательной составляющей MGARCH.

В третьей главе описываются примеры использования GARCH моделей для управления структурой портфеля ценных бумаг.

Формируем портфель активов. Для сбора информации используем следующий ресурс - <https://finance.yahoo.com/>

Выбранные компании для анализа:

- ПАО «Газпром» - Российская транснациональная энергетическая компания, более 50% акций которой принадлежит государству. Непосредственно ПАО «Газпром» осуществляет только продажу природного газа и сдаёт в аренду свою газотранспортную систему. Основные направления деятельности - геологоразведка, добыча, транспортировка, хранение, переработка и реализация газа, газового конденсата и нефти, реализация газа в качестве моторного топлива, а также производство и сбыт тепло- и электроэнергии.
- ПАО «Сбербанк» - Российский финансовый конгломерат, крупнейший транснациональный и универсальный банк Российской Федерации - России, Центральной и Восточной Европы.
- ПАО «Аэрофлот» - российская государственно-частная авиакомпания, образованная из одного из государственных социалистических предприятий советского Аэрофлота, осуществлявшего полёты и коммерческую деятельность на

международных воздушных линиях, и которая впоследствии стала владеть правами на одноимённую торговую марку. Является национальным авиаперевозчиком в России.

Временной промежуток: 01.01.2018 – 01.12.2020.

Смоделировать волатильность вектора активов можно сделать с помощью многовариантного эквивалента одномерной модели GARCH. Оценка многомерных моделей GARCH оказывается значительно более сложной, чем одномерные модели GARCH.

Оценим модель динамической условной корреляции (DCC). При оценке моделей DCC в основном оцениваются отдельные модели типа GARCH (которые могут отличаться для каждого отдельного актива). Затем они используются для стандартизации отдельных остатков. В качестве второго шага необходимо указать динамику корреляции этих стандартизированных остатков.

После расчетов с помощью многомерной модели MGARCH получаем корреляцию между активами (рис. 1)

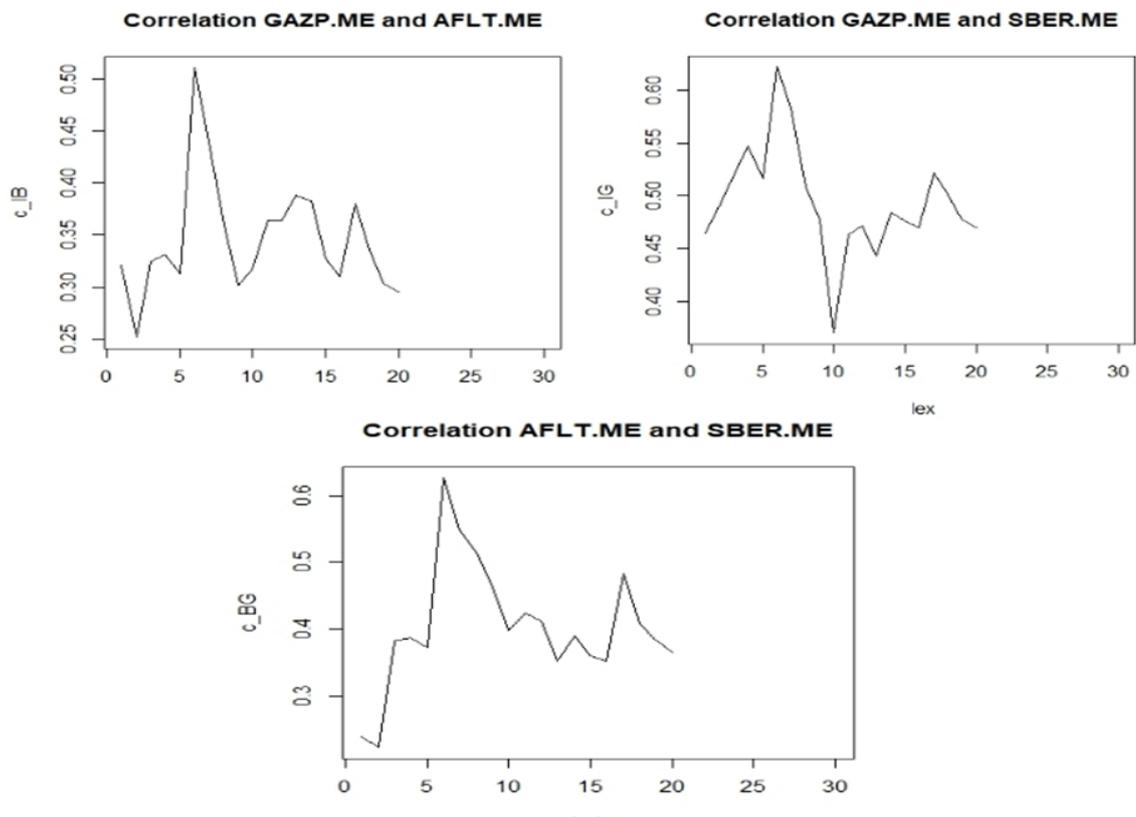


Рисунок 1 – Корреляция между активами

Далее оцениваем инвестиционный риск портфеля методом VaR. Задаем веса активов в портфеле (50%, 25%, 25%) - ПАО «Газпром», ПАО «Аэрофлот», ПАО «Сбер» соответственно.

Считаем доходность и условную дисперсию портфеля по данным cov1 и получаем временной ряд доходностей и временной ряд дисперсии портфеля.

Далее рассчитаем VaR для любого выбранного дня, например, 16 мая 2018 года.

В этот день матрица ковариации между активами выглядит вот так (рис.)

	rGAZP.ME	rAFLT.ME	rSBER.ME
rGAZP.ME	0.0003146	0.0000437	0.0001770
rAFLT.ME	0.0000437	0.0002512	0.0000568
rSBER.ME	0.0001770	0.0000568	0.0004495

Доходность портфеля в данный день равна -0.004360137 (убыточный день), дисперсия 0.0001847423.

Далее рассчитываем Var в этот день и получаем 0.02235684.

На рисунке 2 график доходности портфеля (временной ряд 730 наблюдений). Черные точки – это фактические значения, а красные линии – это капитал под риском, рассчитанный на следующий день для данного портфеля. Точки, которые лежат вне красных линий, там доходность оказалась либо выше предсказанной, либо ниже предсказанной.

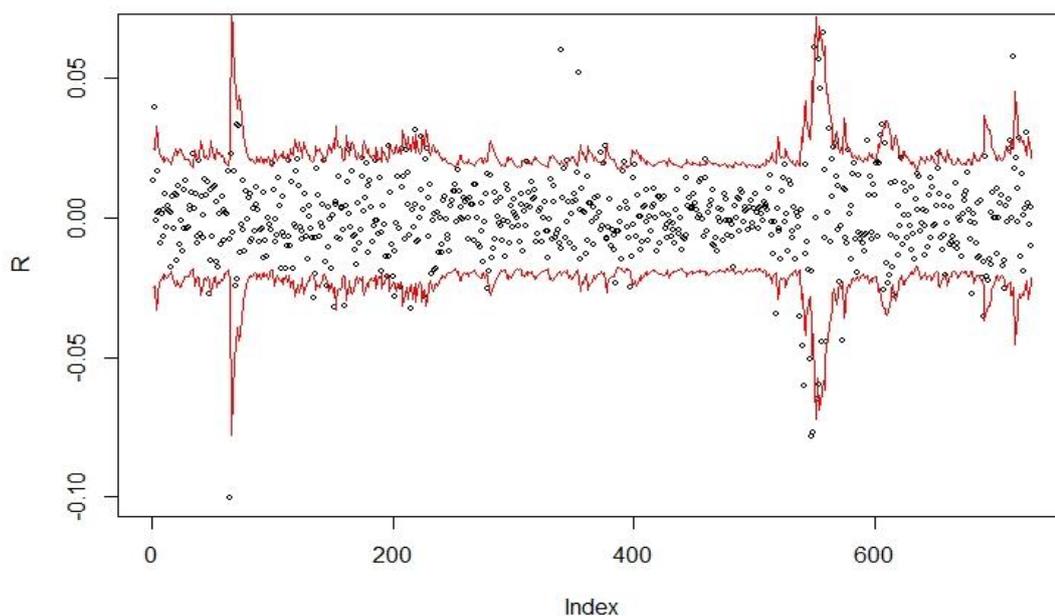


Рисунок 2 – Доходность портфеля

Теперь посчитаем число пробоев и получим результат в 26 пробоев из 730 случаев, это составляет 3.5% от всех данных, что удовлетворяет условиям адекватности (5%).

Основные результаты

В ходе работы была доказана важность и актуальность проблемы неопределённости и риска на фондовом рынке. Произведена оценка риска инвестиций с помощью VaR модели.

В качестве меры риска была представлена волатильность акций крупнейших Российских компаний разных секторов. Волатильность также использовалась как характеристика прогнозирования движения рынка, что и является непосредственным путем решения проблемы неопределённости.

Было описано несколько различных моделей многомерного оценивания волатильности. Рассмотрены данные временных рядов доходностей

компаний и выявлены их особенности с помощью статистических показателей.

В ходе написания магистерской диссертации были выполнены следующие задачи:

1. Описано формирование инвестиционного портфеля, цели и задачи инвестирования.

2. Рассмотрены методологические основы оценивания волатильности и спецификации моделей.

3. Используются многомерные GARCH модели для оценивания структуры портфеля ценных бумаг.