

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

**Геометрия на клетчатой бумаге в математическом образовании
школьников**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студента 4 курса 461 группы
направления 44.03.01 – «Педагогическое образование (профиль –
математическое образование)» механико-математического факультета

Перовой Дарьи Ивановны

Научный руководитель

к. п. н., доцент

Т. А. Капитонова

Зав. кафедрой

к. п. н., доцент

И. К. Кондаурова

Саратов 2020

Введение. Выбор темы исследования начинается с размышления над какой-то особенно понравившейся задачей. Рассмотрев множество разноплановых заданий, захотелось остановиться на задачах геометрии, связанных со свойствами клетчатой бумаги. Возникает вопрос: «В чём заключается особенность таких задач?»

Существенный вклад в решение проблем, связанных с использованием класса задач на клетчатой бумаге в практике основного школьного образования внесли Смирнова И.М., Смирнов В.А., Шарыгин И.Г. и др.

Необходимость изучения в средней школе пропедевтического курса наглядной геометрии, предваряющего систематический курс геометрии, в рамках математического кружка в 5-6 классах по решению задач на клетчатой бумаге, подчеркивают Маскина М. С., Оскорбин Д.Н., Екимова М.А. и Кукин Г.П., Соколова И.В., Титов Г.Н.

В рамках дополнительного математического образования учащихся старших классов Вавилов В.В. и Устинов А.В. разработали спецкурс «Задачи на клетчатой бумаге», описывающий теорию точечных решеток (построенных на клетчатой бумаге).

В исследованиях Лошкаревой А.А. и Келдыбековой А.О. подчеркивается роль задач на клетчатой бумаге как средства формирования элементов логического мышления и развития творческих способностей учащихся.

На клетчатой бумаге существует огромное количество разнообразных задач, таких как: нахождение площади многоугольников, задачи на разрезание и складывание фигур, нахождение тригонометрических функций и самих углов, применение геометрии клетки для нахождения радиуса, и др. Такие задачи доступны для решения всем учащимся и они включены в содержание ОГЭ и ЕГЭ. Но четкой классификации и типологии задач на клетчатой бумаге не выявлено. Большинство таких задач считаются занимательными, поэтому для многих задач на бумаге в клетку не сформулированы общие правила, конкретные способы и приёмы решения.

Задача на клетчатой бумаге – своего рода проблемная задача для учащихся, привыкших к задачам классической геометрии, требующая решения посредством использования положений «геометрии клетки» (определённых геометрических умений, знаний, размышлений с учётом свойств клетчатой бумаги).

Несмотря на то, что задачам геометрии на клетчатой бумаге посвящены как целиком школьное учебное пособие, так и отдельные разделы учебников, а также сборники олимпиадных и занимательных задач, необходимость разработки материалов для использования задач на клетчатой бумаге в процессе обучения математике на уроках и занятиях математического кружка продолжает оставаться актуальной.

Цель бакалаврской работы – разработать методическое обеспечение для использования задач на клетчатой бумаге в процессе обучения математике на уроках и на занятиях математического кружка.

Задачи бакалаврской работы:

1. Определить понятие «геометрия на клетчатой бумаге», составить и описать типологию задач.
2. Разработать задачный материал по использованию клетчатой бумаги на уроках в 5-11 классах.
3. Разработать и апробировать программу математического кружка «Геометрия клетки» для 6 класса.

Методы исследования: анализ учебной литературы, методической литературы; теоретическое обобщение и системный анализ; педагогическое проектирование, разработка и апробация методических материалов.

Практическая значимость бакалаврской работы определяется возможностью использования разработанных методических материалов в практике основного и/или дополнительного математического образования школьников.

Структура работы: титульный лист; введение; два раздела («Геометрия на клетчатой бумаге: теоретические аспекты»; «Геометрия на клетчатой бумаге: практические аспекты»); заключение; список использованных источников из 23 наименований.

Основное содержание работы. Под геометрией на клетчатой бумаге (клетчатой плоскости или клетчатой доске) будем понимать геометрические задачи с использованием размера клетки на клетчатой бумаге. Таким образом, клетчатая бумага – это инструмент для решения геометрических задач, в которых рассматриваются фигуры (отрезки, треугольники, многоугольники и т.д.), связанные с узлами на клетчатой плоскости (отрезок с вершинами в узлах, треугольник с вершинами в узлах и т.д.), при решении которых используется только линейка без делений. Множество таких геометрических задач и составляет «геометрию на клетчатой бумаге».

Клетчатая бумага – это сетка, образованная равноудаленными друг от друга горизонтальными и вертикальными прямыми. Для краткости будем называть эти прямые – прямыми разметки. Они разбивают плоскость на равные квадраты. Сторону такого квадрата удобно принять за единицу. Точки пересечения линий сетки будем называть узлами, а расстояние между соседними узлами на одной линии – шагом сетки, причем по определению длину шага примем за единицу.

Общие принципы решения задач сводятся к тому, чтобы при построениях на клетчатой бумаге расположить фигуру как можно удобнее, чтобы все ее вершины (или большее их количество) оказались в узлах сетки. В таких случаях построение некоторых точек фигуры иногда можно выполнить без каких-либо чертежных инструментов, а лишь с помощью подсчета числа шагов вдоль линий сетки.

Свойства клетчатой бумаги позволяют многие построения проводить только с помощью одной линейки, на которой может даже не быть делений. Нужно только помнить свойства геометрических фигур, ведь именно они позволяют использовать клетку в полной мере. Ведь клетка это квадрат. Его сторонами можно измерять длины отрезков, а самими квадратами можно измерять площадь, а расстояние между клетками находить по теореме Пифагора.

Заметим, что любой отрезок с концами в узлах сетки задается двумя своими проекциями – горизонтальной и вертикальной (т.е. его проекциями на некоторые горизонтальную и вертикальную линии сетки соответственно).

Решать задачи на клетчатой бумаге означает решать задачи с помощью клетчатой бумаги. При этом единственным инструментом является линейка (без делений), с помощью которой можно проводить прямую линию через две заданные точки, но нельзя измерять расстояние между этими точками.

Задачи на клетчатой бумаге можно условно разделить на три типа: учебные, занимательные и олимпиадные.

Учебная задача на клетчатой бумаге – задача, которую необходимо решить в учебном процессе, с помощью общего принципа подхода к задаче на клетчатой бумаге.

Олимпиадная задача на клетчатой бумаге – задача повышенной сложности, для решения которой требуется оригинальный подход, с использованием свойств клетчатой бумаги.

Занимательная задача на клетчатой бумаге – задача, в которой использованы нестандартные формы и способы представления клетчатой бумаги.

К учебным задачам на клетчатой бумаге относятся:

1. Комбинаторные задачи на клетчатой бумаге
2. Задачи на разрезание на клетчатой бумаге
3. Построение углов, отрезков, прямых на клетчатой бумаге
4. Треугольник на клетчатой бумаге
5. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция на клетчатой бумаге
6. Построение многоугольников на клетчатой бумаге
7. Задачи на построение окружности, круга на клетчатой бумаге
8. Центральные и вписанные углы на клетчатой бумаге
9. Осевая и центральная симметрия на клетчатой бумаге
10. Нахождение площади на клетчатой бумаге

11. Координатная плоскость и векторы на клетчатой бумаге

12. Поворот на клетчатой бумаге

К занимательным задачам на клетчатой бумаге можно отнести:

1. Задачи на разрезание на клетчатой бумаге

2. Задачи с раскраской на клетчатой бумаге

3. На шахматной доске

4. Дидактические игры на клетчатой бумаге

К олимпиадным задачам на клетчатой бумаге можно отнести:

1. Вычисления на клетчатой бумаге

2. Тригонометрия на клетчатой бумаге

Учебные задачи рассматриваются на уроках, занимательные и олимпиадные также рассматриваются на уроках (по возможности), но прежде всего они рассматриваются на кружках, факультативных занятиях, в центрах олимпиадной подготовки и т.п.

В ходе анализа учебной и методической литературы нами было установлено, что задачи на клетчатой бумаге включены в школьные учебники по математике 5-6 классов, в учебники 7-11 классов, регулярно включаются в олимпиады, например «Всероссийская олимпиада школьников по математике», встречаются в материалах итоговой аттестации (ЕГЭ). Геометрия является неотъемлемой частью школьного курса математики. Занятия по этой дисциплине способствуют интеллектуальному развитию учащихся. Трудность доказательства теорем, оформления решений задач, выполнения чертежей и сложность понимания теории возникает у каждого ученика.

Для практической реализации геометрии на клетчатой бумаге в математическом образовании школьников (включающем в себя основное и дополнительное математическое образование) необходимо располагать соответствующими средствами обучения: задачным материалом по темам, изучаемым в школьном курсе математики (5-6 класс), геометрии (7-11 классы), алгебры (7-11 классы), начал анализа (10-11 класс) для использования на

уроках математики, и конкретными программами математических кружков, факультативных занятий, специальных курсов и т.п.

Нами разработана программа кружка «Геометрия клетки» для учащихся 6 класса. Занятия геометрией на клетчатой бумаге создают условия для успешного усвоения геометрического материала. Клетчатая бумага позволяет проводить многие геометрические построения. Упражнения на клетчатой бумаге способствуют развитию интуиции, воображения, памяти и внимания.

Цель кружка: формирование геометрических понятий, интереса обучающихся 6-х классов к математике, с помощью клетчатой бумаги, развитие наглядно-образного мышления учащихся.

Задачи кружка:

1. Дать учащимся геометрические знания и умения (знать определения геометрических понятий; знать свойства геометрических фигур; уметь выполнять построения на клетчатой бумаге и т.д.).
2. Познакомить учащихся с различными типами задач на клетчатой бумаге.
3. Научить применять полученные геометрические знания и умения при решении различных задач на клетчатой бумаге.

Данный кружок рассчитан на 18 недель с проведением занятий один раз в неделю, продолжительность занятия 45 минут, наполняемость группы 10-15 человек. Программа курса предусматривает разные формы работы: фронтальная, индивидуальная, работа в парах, работа в малых группах.

Образовательные технологии: технология объяснительно-иллюстративного обучения; технология проблемного обучения; технология развивающего обучения.

В результате изучения курса учащиеся должны получить представления и овладеть следующими знаниями, умениями и навыками:

1. Знать определения геометрических понятий (точка, узел сетки, отрезок, прямая, луч и т.д.);
2. Уметь строить простейшие геометрические фигуры;
3. Изображать различные фигуры по их описанию;

4. Уметь выполнять построения на клетчатой бумаге;
5. Знать свойства геометрических фигур (если фигуру разбить на части, то площадь фигуры равна сумме площадей ее частей; если два отрезка имеют различные длины, то они не равны и т.д.);
6. Уметь разрезать и складывать различные фигуры;
7. Уметь строить точки относительно центральной и осевой симметрии;
8. Уметь работать в группах;
9. Уметь решать задачи (на координатной плоскости, с раскраской) на клетчатой бумаге;

Календарно-тематическое планирование представлено в таблице 1.

Таблица 1 – календарно-тематическое планирование

Дата проведения	Тема: содержание учебного материала	Кол-во часов	Виды деятельности
1 неделя	Инструменты для клетчатой бумаги.	2	Решение задач с применением линейки без деления.
	<i>Линейка без деления.</i>		
2-3 неделя	Различные фигуры.	3	Сформировать динамические представления через использование серий картинок для изображения действий, процессов, преобразований, классов фигур.
	<i>Простейшие геометрические фигуры. Прямоугольник. Треугольник. Многоугольники.</i>		
4-6 неделя	Задачи на разрезание.	2	Решать задачи, которые опираются на конструирование из палочек, бумаги, картона. Так же решать задачи на разрезание фигур.
	<i>Способы и виды разрезаний и складываний фигур.</i>		
7-9 неделя	Координаты.	2	Знакомство с понятием координатная плоскость. Решать занимательные задачи связанные с координатами.
	<i>Координаты на плоскости. Рисуем в координатах.</i>		

Продолжение таблицы 1

10-11 неделя	Центральная и осевая симметрия.	2	Знакомство с понятием симметрия, с видами симметрии. Решение задач с геометрическим построением. Применение орнамента в задачах.
	<i>Геометрические построения. Орнамент.</i>		
12-13 неделя	Геометрия шахматной доски.	2	Решение задач с использованием шахматной доски.
	<i>Шахматы.</i>		
14-15 неделя	Задачи с раскраской.	2	Решение задач с использованием раскраски клеток.
	<i>Раскраска клетки. Творческие проекты.</i>		
16-18 неделя	Дидактические игры.	3	Применение координатной плоскости к игре «Координатный бой». Составление «домино», «пентамино», «тетрамино». Построение разверток многогранников.
	<i>Игра «Координатный бой», «Фигуры», «Магические геометрические тела».</i>		
<p>Примечание: на каждом занятии используется компьютер, проектор, экран, презентация к занятию, раздаточный материал, цветные карандаши. На занятии «Задачи на разрезание»: бумага, ножницы. На занятии «Геометрия шахматной доски»: шахматы. На занятиях «Дидактические игры»: карта капитана, украшение класса, значки для команд; карты лабиринта, «домино», «пентамино», «тетрамино», бумага, ножницы, развертки многогранников.</p>			

Представлены методические разработки трех учебных занятий, проводимых в рамках кружка «Геометрия клетки»:

1. Занятие по теме: «Координаты на плоскости. Рисуем в координатах»;
2. Занятие по теме: «Игра «Координатный бой»»;
3. Занятие по теме: «Способы и виды разрезаний и складываний фигур».

Нами подобраны учебные задачи на клеточной бумаге для уроков математики в 5-6 классах и для уроков геометрии в 9 классе, дополняющие задачный материал школьных учебников. Пример задачи:

Задача. Разрежьте прямоугольник на две части и затем сложите так, чтобы: а) фигура имела ось симметрии; б) фигура имела пары параллельных прямых.

Решение: Разрезать прямоугольник по диагонали, затем из полученных треугольников можно сложить равнобедренный треугольник (имеющий ось симметрии) и параллелограмм (имеющий пару параллельных прямых).

Нами разработаны серии учебных задач для уроков алгебры и начал анализа в 10-11 классах.

Использовать задачи на клеточной бумаге можно при изучении следующих тем курса «Алгебра и начала анализа»: (1) «Обратные тригонометрические функции»; (2) «Производная. Геометрический смысл производной». Приведем примеры двух задач первой серии:

Задача 1. Вычислите $\arctg \frac{2}{3} + \operatorname{arcctg} 5$.

Задача 2. Вычислите $\arctg \frac{2}{3} + \arctg 1 + \operatorname{arcctg} 5$.

Разработанные методические материалы частично апробировались в ходе педагогической практики 2 на базе МАОУ ЛМИ г. Саратова.

В 6 классе (учитель математики Э.В. Злобина) было проведено занятие кружка «Геометрия на клетчатой бумаге» по теме: «Координаты на плоскости. Рисуем в координатах».

Занятие прошло продуктивно: были выполнены все задания. В заключительной части занятия, в ходе рефлексии было установлено, что всем шестиклассникам, без исключения, понравилось занятие.

По результатам проведенной опытно-экспериментальной работы можно отметить, что занятия кружка «Геометрия клетки» развивают интерес к предмету, творческие способности учащихся, знакомят с различными видами геометрических задач на клетчатой бумаге.

В ходе выполнения работы мы пришли к выводу – решение задач на клетчатой бумаге: развивают геометрические представления, вырабатывают необходимые вычислительные навыки, формируют практические умения при построении геометрических фигур, подготавливают к экзаменам и участию в олимпиадах по математике.

Заключение. Результаты, полученные при написании бакалаврской работы.

1. На основе анализа методико-математической литературы рассмотрены основные понятия геометрии на клетчатой бумаге и описаны типы задач на клетчатой бумаге.

Под геометрией на клетчатой бумаге будем понимать геометрические задачи с использованием размера клетки на клетчатой бумаге. Таким образом, клетчатая бумага – это инструмент для решения геометрических задач, в которых рассматриваются фигуры (отрезки, треугольники, многоугольники и т.д.), связанные с узлами на клетчатой плоскости (отрезок с вершинами в узлах, треугольник с вершинами в узлах и т.д.), при решении которых используется только линейка без делений. Множество таких геометрических задач и составляет «геометрию на клетчатой бумаге». Решать задачи на клетчатой бумаге означает решать задачи с помощью клетчатой бумаги. При этом единственным инструментом является линейка (без делений), с помощью которой можно проводить прямую линию через две заданные точки, но нельзя измерять расстояние между этими точками.

Задачи на клетчатой бумаге можно условно разделить на три типа: учебные, занимательные и олимпиадные. Учебная задача на клетчатой бумаге – задача, которую необходимо решить в учебном процессе, с помощью общего принципа подхода к задаче на клетчатой бумаге. Олимпиадная задача на клетчатой бумаге – задача повышенной сложности, для решения которой требуется оригинальный подход, с использованием свойств клетчатой бумаги. Занимательная задача на клетчатой бумаге – задача, в которой использованы нестандартные формы и способы представления клетчатой бумаги.

2. В ходе анализа учебно-методической литературы установлено, что задачам геометрии на клетчатой бумаге посвящены как целиком школьное учебное пособие, так и отдельные разделы учебников, а также сборники олимпиадных и занимательных задач, необходимость разработки материалов для использования задач на клетчатой бумаге в процессе обучения математике на уроках и занятиях математического кружка продолжает оставаться актуальной.

Нами разработаны:

– задачи для учащихся 5-6 классов (курс «Математика») и 7-9 классов (курс «Геометрия»), дополняющие задачный материал школьных учебников;

– серии задач по двум темам курса «Алгебра и начала анализа» («Вычисление значений обратных тригонометрических функций», «Вычисление значения производной в точке. Геометрический смысл производной») для учащихся 10-11 классов. Использование задач на клетчатой бумаге на уроках алгебры и начал анализа позволяет обучающимся: (1) освоить рациональный способ решения задач на вычисление значений выражений, содержащих обратные тригонометрические функции или связывающих прямые и обратные тригонометрические функции; (2) лучше подготовиться к ЕГЭ по математике.

3. Разработана программа математического кружка «Геометрия клетки» для учащихся 6 классов. Цель кружка – формирование геометрических понятий, интереса обучающихся 6-х классов к математике, с помощью клетчатой бумаги, развитие наглядно-образного мышления учащихся.

Данный кружок рассчитан на 18 недель с проведением занятий один раз в неделю, продолжительность занятия 45 минут, наполняемость группы 10-15 человек. Программа курса предусматривает разные формы работы: фронтальная, индивидуальная, работа в парах, работа в малых группах.

Разработанные методические материалы частично апробировались в ходе педагогической практики 2 на базе МАОУ ЛМИ г. Саратова.

Материалы бакалаврской работы могут быть использованы в процессе обучения математике на уроках и на занятиях математического кружка.