

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математики и методики ее преподавания

Сюжетные логические задачи в математическом образовании школьников

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 461 группы

направления 44.03.01 Педагогическое образование (профиль – математическое образование) механико-математического факультета

Хатаевой Дианы Алиевны

Научный руководитель

Ст. преподаватель

С.В. Лебедева

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент

И.К. Кондаурова

Саратов 2020

Введение. Логическое мышление и логические задачи, способствующие его развитию, на протяжении последних 150 лет являются ядром педагогических, психологических, методических общих и частных проблем всех уровней общего и профессионального образования.

Проблеме использования логических задач в обучении математике школьников посвящены работы Б.А. Кордемского (1956 г.), Т. В. Косма (1971 г.), Е. В. Кузнецовой (1997 г.), М. К. Акимовой (1999 г.), Н. И. Фирстовой (1999 г.), Ж. Г. Дедовец (2001 г.), М. А. Екимовой (2002), А. Ш. Багаутдиновой (2004 г.), В. П. Заесенок (2004 г.), Н. Д. Шатовой (2004 г.), И. Н. Яворской (2004 г.), Н. П. Алешиной (2008 г.), Н. Ю. Шлат (2010 г.) и других.

Не оспаривая роли логических задач (в первую очередь сюжетных и на информационных моделях) в формировании мышления и общей активизации познавательных процессов, развитии внутренней мотивации к решению значимых учебных и жизненных проблем, исследователи расходятся в определении этого класса задач и методике их использования в школьной практике.

Цель бакалаврской работы – определить место сюжетных логических задач в математическом образовании современных школьников.

Задачи бакалаврской работы: (1) Уточнить понятие сюжетной логической задачи. (2) Выбрать типы универсальных сюжетных логических задач – задач, пригодных к использованию в математическом образовании современных школьников любого возраста, как в урочной, так и внеурочной работе. (3) Разработать методические рекомендации по организации включения универсальных сюжетных логических задач в структуру и содержание урочной и внеурочной деятельности школьников.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической, учебно-методической литературы по проблеме, теоретический анализ и обобщение.

Теоретическая и практическая значимость исследования заключаются, соответственно, в уточнении понятия сюжетной логической задачи и выделении из этой категории универсальных задач пригодных к использованию

в математическом образовании современных школьников любого возраста, как в урочной, так и внеурочной работе.

Работа состоит из введения, двух разделов основной части «Сюжетная логическая задача: основные теоретические положения» и «Методические аспекты использования сюжетных логических задач в школьной практике», заключения, списка из 20 использованных источников, четырёх приложений.

Основное содержание работы.

Первый раздел основной части посвящен основным теоретическим положениям разрабатываемой теории сюжетных логических задач.

Проанализировав существующие подходы к определению понятия «сюжетная логическая задача» мы смогли выявить основные характеристические особенности рассматриваемого понятия, то есть определить его:

1) словесная формулировка условия, возможно с опорой на некоторую информационную модель (рисунок, таблица, схема и т.п.);

2) наличие в условии хотя бы одного «непредметного» объекта и/или отношения (в нашем случае нематематического объекта и/или отношения), возможно наличие некоторой фабулы;

3) это качественная задача, то есть её основное требование – выявление свойств данного объекта (атрибутивность) и/или отношений между данными объектами (реляционность), а нахождение количественных характеристик объекта является дополнительным или вспомогательным требованием;

4) отношение между условием и требованием потенциально содержит в себе способ решения задачи – предписание совершить определенные действия (анализа, абстрагирования, сравнения, классифицирования, обобщения, оперирования свойствами и др.) и указания на объект, относительно которого предлагается совершить данные действия;

5) решение опирается в первую очередь на знание и использование логических операций и законов логики, и только затем, на предметные (в нашем случае, математические теоретические и операциональные) знания;

6) решение строится на информационном моделировании (составление и заполнение таблиц, построение графиков, моделирование на полупрямой, моделирование с помощью блок-схем и т.д.), построении определённой схемы операций, системы выводов и т.п.;

7) решение изначально эвристично, алгоритмичность возможна только после появления идеи решения;

8) успешность решения прямо не зависит от уровня обученности и овладения программным материалом какого-либо этапа общего/высшего образования;

9) успешность решения прямо зависит от проявления находчивости, смекалки, оригинальности мышления, умения критически оценивать данные условия и/или постановку вопроса;

10) занимательность.

Особенности сюжетной логической задачи, указанные под номерами 1-4 и 10 являются её явными признаками, а 5-9 – характеристическими свойствами. Явные признаки позволяют авторам сборников интеллектуальных игр и развлечений составлять разнообразные задачные конструкции из логических задач, а характеристические свойства последних лежат в основании различных типологий.

В качестве эксперимента был проведён сравнительный анализ первых (по релевантности) 100 из 1000 просмотренных в каталоге РГБ по запросу на словосочетание «логические задачи» (всего изданий – более 6000) сборников задач или систем логических задач, входящих в другие издания. Эксперимент по выбору трёх сборников логических задач из базы РГБ завершился: (а) формулировкой методических проблем по отбору логических задач для реализации образовательных целей обучения математике; (б) выбором трёх наиболее перспективных на первый взгляд издания, посвящённых логическим задачам и их решению, используя ресурсы и сервисы Российской государственной библиотеки, это (1) Браун, Арчи. Логические задачи из Зазеркалья : [мастер-класс от миссис Алисы, придумай задачку для друга,

семейные головоломки : не рекомендуется детям младше 12 лет : 12+] / Арчи Браун ; [пер. с англ.: Е. В. Первушина]. – Санкт-Петербург : Амфора, 2015. – 215 с, (2) 200 занимательных логических задач / авт.-сост. Д. А. Гусев. – Москва : Прометей, 2015. – 100 с. (3) Шарыгин, И. Ф.. Задачи на смекалку. 5-6 классы : пособие для учащихся общеобразовательных учреждений / И. Ф. Шарыгин, А. В. Шевкин. – 10-е изд. – Москва : Просвещение, 2010. – 94 с.; (МГУ – школе); (в) логико-дидактическим анализом этих изданий (представлен в приложении).

Были выделены характеристические свойства (8 и 9 свойства их определения), позволяющие говорить об универсальности логических задач – успешность решения прямо не зависит от уровня обученности и овладения программным материалом какого-либо этапа общего/высшего образования, а зависит от проявления находчивости, смекалки, оригинальности мышления, умения критически оценивать данные условия и/или постановку вопроса.

Именно эти свойства логических задач обратили наше внимание к различным математическим играм-конкурсам без возрастных ограничений, которые по нашему мнению должны стать для учителя математики *основным источником универсальных сюжетных логических задач*. Более всего принципу универсальности соответствуют задачи белой лиги «MathCat» – задачи самого лёгкого уровня сложности и конкурса МатСтарт «Кенгуру для всех-всех-всех»; эти задачи классифицированы, их них выделены те, что попадают под определение понятия сюжетной логической задачи – 17 типов задач; в результате сравнительного анализа выявлены особенностей задачного материала этих двух конкурсов. Выводы:

– 40 из 50 задач белой лиги математического флешмоба «MathCat» (2015-2019 гг) – сюжетные логические (80%), 7 – логические, но не сюжетные (14%) и 3 – не являются логическими (2 алгоритмические и одна полуалгоритмическая (геометрическая) – 6%).

– Задание для участников каждого МатСтарта состоит из 15 задач с выбором 1 из 5 вариантов ответа. 48 из 90 задач конкурса МатСтарт «Кенгуру для всех-всех-всех» (2017-2019 гг) – сюжетные логические ($\approx 53\%$).

– Математическая составляющая задач белой лиги конкурса «MathCat» значительней, чем конкурса «Кенгуру для всех-всех-всех», в то время, как логическая составляющая менее значительна, чем у конкурса «Кенгуру для всех-всех-всех».

– Игровая занимательность присуща конкурсу «Кенгуру для всех-всех-всех» в большей степени, нежели белой лиге конкурса «MathCat».

– Типологизировать задачи белой лиги конкурса «MathCat» проще, чем задачи конкурса «Кенгуру для всех-всех-всех».

– Самое большое число задач (по содержанию двух конкурсов) относится к типу задач на возраст и время, меньше всего задач – на эрудицию и на действия с множествами.

– выявлено 17 типов сюжетных логических задач – рисунок 1.



Рисунок 1

Во втором разделе основной части бакалаврской работы описана методика работы с универсальными сюжетными логическими задачами на уроке и во внеурочное время. Здесь даны общие методические рекомендации по структуре процесса решения математической логической задачи:

Выделены в методике обучения математике четыре основных этапа процесса решения математической логической задачи: (1) осмысление текста задачи и анализ её содержания; (2) поиск решения (возможные подходы, методы, способы, приёмы) и составление плана решения; (3) реализация плана решения; (4) анализ реализованного решения, решение другим методом, способом, приёмом, сравнение решений, обобщающие выводы.

Систематизированы основные методы и способы решения сюжетных логических задач: выделили три подхода, 10 методов и 9 способов применения трёх из десяти методов.

Рассмотрены общие вопросы использования универсальных сюжетных логических задач на уроках математики (уроках актуализации знаний, изучения нового материала, закрепления изученного материала, повторения и обобщения материала и уроке контроля знаний), привели примеры.

Общими требованиями к включению сюжетных логических задач в структуру и содержание урока математики, помимо непосредственной связи с темой урока (требование *совместимости*), являются:

определение места задачи в структуре урока в зависимости от его целей;

наличие резерва времени, т.е. на выполнение задания должно отводиться достаточное количество времени на уроке;

организация самостоятельной деятельности учащихся по решению задачи с предваряющим или последующим её коллективным обсуждением;

решение задачи несколькими способами если не в ходе урока, то в домашней работе.

Для примера продемонстрируем решение задачи «на уравнивание» – сюжетной алгебраической задачи, которую можно решить, используя графику

(схемы, чертежи, рисунки) или с помощью составления уравнения. Для данного типа задач, самая подходящая тема «Решение задач с помощью уравнений». Например, на уроке изучения нового материала по теме «Задачи на составление уравнений» предлагаем ученикам решить задачу: «У химика в лаборатории осталось три одинаковых по размерам банки с кальцием: две полных и одна – частично заполненная. Каждая полная банка с кальцием весит 1,7 кг, вес пустой банки – 200 г. Сколько кальция осталось в третьей банке, если общий вес трёх банок – 4,5 кг?».

Решение (метод информационно-математического моделирования).

Построенная информационная-1 модель задачи (стилизованный рисунок) не особо помогает в поиске решения. Преобразование информационной модели-1 (рисунок 2) к модели-2 делает возможным использовать метод редукции, то есть свести задачу к серии элементарных задач, причём сделать это несколькими способами.

1 способ.

- 1) $1,7 \cdot 2 = 3,4$ (кг) – весят две полных банки;
- 2) $4,5 - 3,4 = 1,1$ (кг) – весит третья банка с кальцием;
- 3) $1,1 - 0,2 = 0,9$ (кг) – весит кальций в третьей банке.

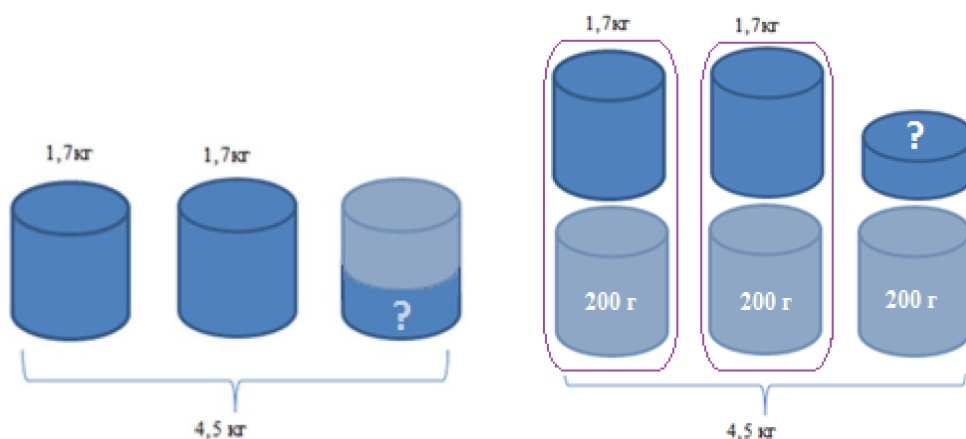


Рисунок 2 – Информационная модель задачи № 4(5) и её преобразование путём «отделения содержимого от банок»

2 способ.

- 1) $0,2 \cdot 3 = 0,6$ (кг) – весят три пустые банки;
- 2) $4,5 - 0,6 = 3,9$ (кг) – весит кальций;

- 3) $1,7 - 0,2 = 1,5$ (кг) – весит кальций из полной банки;
4) $1,5 \cdot 2 = 3$ (кг) – весит кальций из двух полных банок.
5) $3,9 - 3 = 0,9$ (кг) – весит кальций из третьей банки.

Преобразованная модель-2 позволяет построить арифметическую модель задачи – способ 3: $4,5 - (1,7 \cdot 2) - 0,2 = 0,9$.

Эта же модель позволяет применить способ Евклида (нисходящий анализ) и получить уравнение, то есть подойти к изучению нового материала – способ 4. Предположим, что задача решена, и мы нашли вес кальция в третьей банке – это число m . Тогда вместе с банкой кальций будет весить $(m + 0,2)$ и вместе с двумя другими банками, каждая из которых весит 1,7 кг, даст в сумме 4,5 кг. Наши рассуждения можно записать так: $(m + 0,2) + 1,7 \cdot 2 = 4,5$. Эти рассуждения привели нас к уравнению, решением которого служит числовое выражение «из 3-го способа», а корнем – значение этого числового выражения – число 0,9.

Ответ: 0,9 кг

В этом же разделе бакалаврской работы рассмотрены общие вопросы использования универсальных сюжетных логических задач в самостоятельной обязательной внеурочной деятельности учащихся (домашняя работа, учебные исследования, проводимые вне урока и проекты), приведены примеры.

Общими требованиями включения сюжетных логических задач в домашнюю работу являются: *обязательность решения* всеми учащимися и *проверки* решений. Проверка может осуществляться в любой форме; целесообразен формат *афиширования*.

Ещё одно требование – *регулярность* включения универсальных логических задач в содержание домашней работы *вне зависимости* от изучаемой темы.

Продемонстрируем возможный вариант решения задачи, включенной в домашнюю работу: «Бабушка отмерила по рецепту 20, 30, 50, 60 и 80 граммов соды, сахара, соли, муки, ванили. Известно, что ванили и соды вместе столько

же, сколько муки. А соли и ванили вместе столько же, сколько соды. Сколько сахара отмерила бабушка?»

Решение.

Из условия задачи получим «уравнения»:

$$\text{ваниль} + \text{сода} = \text{мука}$$

$$\text{соль} + \text{ваниль} = \text{сода}$$

Видим, что соль и ваниль – маленькие величины, потому что, сложив их вес, получим вес соды, которая входит ещё в одно равенство в качестве слагаемого. Из имеющихся чисел можно составить только два равенства:

$$30 + 50 = 80$$

$$20 + 30 = 50$$

Значит, не вошедшее в равенства число, соответствует весу сахара – 60 граммов.

Ответ. Бабушка отмерила 60 граммов сахара.

Общим требованием включения сюжетных логических задач в проектную и исследовательскую деятельность является *наличие исследовательской составляющей*, позволяющей обязательное *решение задачи всевозможными методами и способами*, а также формулировку новых требований задач и конструирование аналогичных задач

Рассмотрены общие вопросы использования универсальных сюжетных логических задач в дополнительном образовании учащихся (на занятиях математического кружка и в досуговых мероприятиях). Определены требования к включению универсальных сюжетных логических задач в досуговые мероприятия:

краткость условия (для групповых соревнований, в идеале, число слов в задачах должно быть одинаково); например, задача № 73: «Сколько рублей в одной копейке?»;

занимательность, т.е. сюжетные логические задачи должны иметь разнообразные привлекательные формы подачи; например, задача № 54: «Как известно, минутой называется не только $1/60$ часть часа, но и $1/60$ часть

градуса. На сколько минут за 1 минуту поворачивается минутная стрелка часов?»;

практический подход к решению (для математических вечеров, путешествий, соревнований целесообразно наличие решения предполагающего манипуляцию с материальными объектами, число слов в задачах должно быть одинаково).

Для досугового мероприятия вполне подходит задача: «Шестиногие, семиногие и восьминогие кальмары служат подводному королю. Семиногие кальмары всегда лгут, а остальные всегда говорят правду. Однажды встретились 4 кальмара. Синий кальмар сказал: «Вместе у нас 28 ног», зеленый сказал: «Вместе у нас 27 ног», желтый сказал: «Вместе у нас 26 ног», а красный сказал: «Вместе у нас 25 ног». Какой из кальмаров сказал правду?».

Здесь возможно предоставить участникам мероприятия вырезанные из картона цветные фигурки восьминогих кальмаров (при необходимости в ходе рассуждений «лишние» ноги «подворачиваются») – рисунок 3.

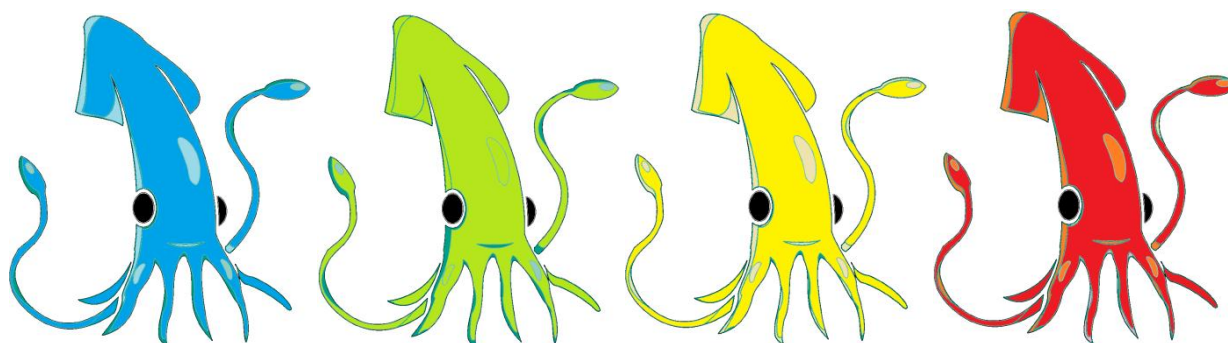


Рисунок 3 – Раздаточный материал для решения задачи № 79

Решение. Проверяем каждое из высказываний на истинность.

Синий кальмар сказал правду: «Вместе у нас 28 ног». \Rightarrow «Все кальмары семиногие» \Rightarrow «Все кальмары лгут» \Rightarrow «Синий кальмар лжет». Получили противоречие.

Зеленый кальмар сказал правду: «Вместе у нас 27 ног». \Rightarrow «Три семиногих кальмара-лжеца и один шестиногий кальмар, говорящий правду» или «Один семиногий кальмар-лжец, один восьминогий и два шестиногих кальмара, говорящих правду». Одно из этих двух заключений *истинное*: у **зеленого**

кальмара 6 ног и он говорит правду, у остальных кальмаров по 7 ног и они лгут. Это и есть ответ.

Заключение. В процессе исследования в соответствии с целью и задачами получены следующие основные выводы и результаты.

1. Уточнено понятие сюжетной логической задачи через описание десяти её характеристических особенностей.

2. Выделена категория универсальных сюжетных логических задач и установлены источники универсальных сюжетных логических задач – флэшмоб «MathCat» и МатСтарт «Кенгуру для всех-всех-всех». Детальный анализ этих источников позволил выявить 17 типов универсальных сюжетных логических задач (задачи на уравнивание, задачи на возраст и время, «Наведи порядок!», комбинаторные с алгебраическим условием, на минимальное количество/принцип Дирихле, на промежутки с предварительным упорядочением, на промежутки, на угадывание чисел, геометрические задачи, классические логические задачи, математические игры со словами, на эрудицию (знание историко-математических фактов), реляционные задачи (генеалогические) и задачи о рыцарях и лжецах).

3. Разработаны методические рекомендации по организации включения универсальных сюжетных логических задач в структуру и содержание урочной и внеурочной деятельности школьников.

Таким образом, определено место сюжетных логических задач в математическом образовании современных школьников (цель бакалаврской работы).

Дальнейшая работа по изучению универсальных сюжетных логических задач может вестись в двух направлениях: 1) описание методики работы с этими задачами на уроке и во внеурочное время; 2) разработка методических указаний к конструированию новых логических задач по тексту имеющихся.