

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра математики и методики ее преподавания

Геометрические построения в школьном курсе планиметрии
АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКАОЙ РАБОТЫ

студентки 4 курса 461 группы
направления 44.03.01 Педагогическое образование (профиль –
математическое образование) механико-математического факультета

Анохиной Юлии Сергеевны

Научный руководитель

старший преподаватель _____ С.В. Лебедева

Зав. кафедрой

к.п.н., доцент _____ И.К. Кондаурова

Саратов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Геометрические построения дают большой объем материала для развития математической инициативы и логических умений учащихся, выступают в качестве основы и успешности решения большинства задач классической геометрии на доказательство и вычисление. Многочисленность свойств геометрических фигур и обязательность объяснения каждого шага в решении задачи на построение вызывают у учащихся большие трудности. Школьники со слабой мотивацией к изучению математики теряют интерес к решению задач на построение, их чертежи сводятся к изображению «шаблонных» конфигураций, это не способствует поиску решения. Данная проблема до сих пор остаётся одной из центральных в школьной практике преподавания геометрии.

Вопросам геометрических построений посвящены работы многих ученых-методистов, среди которых И. И. Александров, С. И. Шохор-Троцкий, Д. И. Перепелкин. Много работ в научно-методической и учебно-методической литературе посвящено функциям чертежа, требованиям к чертежам, авторами-исследователями этой темы являются Я. Е. Гольдсберг, В. А. Далингер, А. К. Артемов, Г. А. Владимирский, А. Д. Герасимов и др.

Цель бакалаврской работы – выявление особенностей изучения геометрических построений в условиях современного основного общего образования. Задачи: 1) дать понятие о геометрическом построении как виде математической деятельности учащихся 7-9 классов; 2) выявить роль и место геометрических построений в школьном курсе планиметрии и в математическом образовании школьников; 3) дать рекомендации по обучению учащихся 7-9 классов геометрическим построениям.

Методы исследования: изучение научной, научно-методической, научно-популярной, методической, учебно-методической и учебной литературы, теоретический анализ и обобщение.

Практическая значимость работы заключается в том, что предложенные рекомендации для формирования у учащихся 7-9 классов навыков и умений по

геометрическим построениям могут быть использованы учителями-практиками в своей работе с учениками.

Работа состоит из введения, двух разделов: «Геометрические построения как вид математической деятельности учащихся 7-9 классов» и «Рекомендации по обучению учащихся 7-9 классов геометрическим построениям», заключения и списка из 20 использованных источников.

Основное содержание работы

В первом разделе основной части бакалаврской работы геометрические построения рассматриваются как вид математической деятельности учащихся 7-9 классов, даётся аксиоматическое определение геометрического построения на плоскости.

Основным понятием конструктивной геометрии является понятие построить геометрическую фигуру. Основные ее требования выражают в абстрактной форме наиболее существенные моменты чертёжной практики, которые являются аксиомами.

Аксиома 1. Основная плоскость построена.

Аксиома 2. Если построены две фигуры, то можно установить является ли их разность пустым множеством или нет.

Аксиома 3. Если разность двух построенных фигур не является пустым множеством, то эта разность также построена.

Аксиома 4. Если построены две фигуры, пересечение которых не пусто, то можно построить, по крайней мере, одну точку, принадлежащую этому пересечению.

Аксиомы в абстрактной математической форме выражают те свойства реальных чертежных инструментов, которые используются для геометрических построений: аксиома линейки, аксиома циркуля, аксиома двусторонней линейки, аксиома прямого угла.

В обучении школьников выделяют следующие значения геометрических построений: практические навыки геометрических построений позволяют результативно осознать смысл и значение теоретического материала;

позволяют установить межпредметную связь с другими дисциплинами и показать наглядное применение геометрии в жизни; способствуют развитию пространственного мышления, расширению кругозора, знакомят с методами математического рассуждения; геометрические задачи играют вспомогательную, контролирующую и закрепляющую роль в изучении теоретического материала.

В задачах на построение неизвестные величины определяются в результате выполнения ряда геометрических построений. Результатом геометрического построения является *чертёж*. В школьном курсе геометрии выделяют три вида чертежей: чертежи, иллюстрирующие содержание вводимого понятия – *чертежи иллюстрации*; чертежи, образно представляющие условие задачи или рассматриваемого математического предложения – *конфигурации для анализа*; чертежи, иллюстрирующие процессы преобразования или построения геометрических фигур – *чертежи-решения*.

В ходе исследования мы сформулировали требования к трем видам чертежей. Чертежи-иллюстрации должны:

- 1) полностью раскрывать содержание учебного материала, заменяя основной текст (например, подкреплять конструктивные определения);
- 2) при необходимости содержать цветное выделение, функциональные элементы (например, стрелки, выноски и т.п.) и существенные надписи;
- 3) при необходимости быть динамичными, то есть иллюстрировать не только результат, но и процесс построения.

Чертежи-конфигурации для анализа геометрической задачи должны:

- 1) предельно точно отражать положение и соотношения элементов рассматриваемой конфигурации (если в условии даны меры углов, сторон, то можно ввести единичный отрезок и изобразить объект с мерами, очень близкими к данным);
- 2) если в задаче присутствует геометрический параметр (например, вид треугольника, как в теореме косинусов) или взаимное расположение элементов

конфигурации изначально неопределенно, то следует анализировать несколько чертежей (для каждого конкретного случая строить свой чертёж);

3) следует по-разному выделять известные данные условия и неизвестные; основные, промежуточные и вспомогательные: результаты определённых (возможных, то есть тех, для которых данных достаточно) построений и вычислений от неопределённых, используя разную толщину, штрихи, цветность линий и шрифта.

Чертежи-решения являются требованием (целью, результатом) в задачах на построение, поэтому должны:

1) быть построены с помощью заранее предписанных инструментов (циркуль, линейка, циркуль и линейка, геометрическая сетка (например, клетчатая бумага), линейка и транспортир, инструменты интерактивной среды динамической геометрии и т.п.);

2) требуемая конфигурация должна быть чётко выделена (например, жирной линией или цветной линией) и удовлетворять данным условиям задачи;

3) каждый новый (основной, дополнительный или вспомогательный) элемент конфигурации должен иметь описание, т.е. быть сведён к одному из основных построений (после выполнения которых, искомая фигура будет уже считаться построенной в силу принятых аксиом конструктивной геометрии). Перечень допустимых основных построений, а, следовательно, и ход решения задачи, существенно зависит от того, какие именно инструменты употребляются для построений.

Во втором разделе основной части бакалаврской работы даются рекомендации по обучению учащихся 7-9 классов геометрическим построениям, описаны этапы решения задач на геометрическое построение, которые проиллюстрированы на примерах конкретных задач.

Для понимания сути нового понятия применяются чертежи-иллюстрации. В качестве примера рассматривается геометрическое построение многоугольника. Для учащихся сформированы рекомендации по чтению и анализу построенного чертежа: внимательно рассмотреть чертеж, указать все

элементы; определить тип и вид многоугольника; выделить основные свойства многоугольника; определить характерные соотношения сторон и углов, выявить закономерности.

Для верного воспроизведения чертежа-иллюстрации учениками рекомендуется: внимательно прочесть определение понятия, последовательно повторять действия по построению; внимательно следить за ходом построения, выполнять все действия поэтапно.

Для формирования умения решать задачи на чтение, анализ и воспроизведение чертежа-иллюстрации разработана задачная конструкция на построение различных видов многоугольников. Роль учителя в обучении заключается в подборе вопросов, которые подводят к решению или наводят на поиск верного пути решения.

Для формирования умений строить чертежи-конфигурации для анализа рассмотрен пример задачи с поиском углов и сторон в параллелограмме, рекомендованы чертежные инструменты, представлено поэтапное решение задачи.

Разработанные рекомендации для учащихся, которые смогут привести учеников к верным размышлениям включают следующие аспекты: внимательно прочитать задачу, разбирать ее по предложениям, строить фигуру согласно определению, отмечать все данные на чертеже, выделять другим цветом известные значения, проводить анализ чертежа, применять к анализу известные свойства фигур, отмечать все найденные в ходе решения свойства и параметры на чертеже.

Далее предлагается задачная конструкция на формирование умения строить чертежи-конфигурации по принципу от простого к сложному: сначала предлагается доказать, что параллелограмм является выпуклым четырехугольником, далее доказать, что выпуклый четырехугольник является параллелограммом при наличии определенных условий.

Задачи с большим количеством исходных данных подразумевают построение более сложных конфигураций, поиск значения углов и сторон.

Задачи с повышенным уровнем сложности, подразумевает рассуждение и построение сразу нескольких вариантов чертежей для анализа в рамках одного задания.

Для примера построения чертежей-решений рассмотрена задача на построение параллелограмма. Предложен набор чертежных инструментов, расписано поэтапное решение, включающее: анализ, построение, исследование и доказательство.

Для учащихся разработана методическая схема решения задачи на геометрическое построение с помощью циркуля и линейки по теме «Многоугольники»: построение по определенной схеме, предварительное изображение эскиза чертежа, применение методов элементарных геометрических построений, исследование всех возможных альтернативных вариантов построения, сохранение на чертеже вспомогательных построений и линий, использование знаний теоретического материала (основные теоремы, свойства, признаки).

Задачная конструкция на формирования умения решать задачи на построение включает в себя задачи на построение с помощью циркуля и линейки параллелограмма по различным исходным данным (от простых до более сложных случаев), построение при помощи метода геометрических мест точек, построения методом параллельного переноса. На каждый метод предложено несколько задач различной степени сложности.

1) Построение с помощью циркуля и линейки:

а) Построить параллелограмм по двум диагоналям и углу между ними;

в) Построить параллелограмм по двум смежным сторонам и соединяющей их концы диагонали;

г) Даны три точки M , N и P , не лежащие на одной прямой. Постройте параллелограмм так, чтобы три его вершины совпадали с данными точками

д) Даны острый угол hk и два отрезка PQ и MN . Постройте параллелограмм $ABCD$ так, чтобы расстояние между параллельными прямыми AB и DC равнялось PQ , $AB=MN$ и $\angle A=\angle hk$.

2) Построение методом геометрических мест точек: «Построить параллелограмм, если даны его диагонали (и отрезок d , удовлетворяющий условию $d^2 = a^2 - b^2$, где a и b — неизвестные стороны параллелограмма. Использовать ГМТ, разность квадратов расстояний которых от двух данных точек равна постоянной величине d^2 ».

3) Построение методом параллельного переноса: «Построить параллелограмм, две смежные вершины которого находятся в данных точках, а две другие лежат: а) на данной окружности; б) одна на данной окружности, а другая на данной прямой».

Учителю во время урока важно не выполнять всю работу за учащихся, а давать им возможность предлагать свои идеи, выдвигать свои предположения путем наводящих вопросов. Представим список подобных примерных вопросов: как вы думаете, с чего нам начать построение; каким будет наш следующий шаг; какие выводы мы можем сделать из нашего анализа; какими способами мы можем построить эту сторону/угол; какие мы знаем основные свойства многоугольников, которые помогут нам в построении заданной нам фигуры; как мы можем доказать, что построенная нами фигура искомая; сколько вариантов построения данной фигуры в нашей задаче существует: один, два, бесконечное множество или задача решений не имеет и тд.

Вовлечение учащихся в процесс подобным образом, путем их активного участия будет развивать их мышление, преобразовывать теоретические навыки в практические и овладевать навыками геометрических построений.

Альтернативное современное решение в рамках обучения школьной геометрии – это программы динамической геометрии, а особенно при формировании навыков геометрических построений. Специальные программы позволяют строить чертежи к задачам, решать задачи на построение геометрических фигур, при этом система продумана особым образом, позволяющим меняя некоторые данные сохранять общую структуру чертежа и соответствующие отношения между величинами и параметрами. Наиболее популярные примеры программ: 1. «Планиметрия. Электронный учебник-

справочник»; 2. «Живая геометрия»; 3. «GeoGebra»; 4. «Свободная плоскость. СвоП 2.0»; 5. «ПланиМир».

Заключение

В рамках нашего исследования мы решили все поставленные во введении задачи:

1) рассмотрели понятие геометрического построения в рамках такого раздела геометрии как конструктивная геометрия; выделили три вида чертежа как результата геометрических построений (чертеж-иллюстрация, чертеж-конфигурация для анализа и чертеж-решение); сформулировали требования к каждому из них;

2) определили роль и место геометрических построений в школьном курсе планиметрии и в математическом образовании школьников;

Со стороны педагога, целенаправленная работа по формированию и развитию умений выполнять, читать и преобразовывать геометрический чертеж в единстве с исследованием задачи способствует осознанному усвоению школьниками теоретических знаний, успешному их применению к решению разнообразных задач, развитию пространственного воображения и творческого мышления.

3) на примере решения геометрических задач сформулировали методические рекомендации по обучению геометрическим построениям учащихся 7-9 классов.

Для закрепления практических навыков были предложены задачные конструкции – серии задач. Рекомендовано применять принцип от простого к сложному, чтобы постепенно ученики набравшись опыта на построении несложных чертежей могли переходить к более нестандартным, усложненным геометрическим построениям.

В основу всей геометрии ложится изученная нами и особо важная область такая как геометрические построения. Ученикам гораздо легче осваивать геометрию, если у них сформировались навыки и умения построения грамотных, верных чертежей. Успех в этом деле обеспечивает способность

учащегося рассуждать, подробно изучать все данные факты, условия, поэтапно выполнять действия, применяя при этом накопленный теоретический материал

Таким образом, уделяя должное и достаточное внимание и количество учебных часов такому важному аспекту в геометрии как геометрические построения, придерживаясь специальных методик преподавания и настраивая учащихся на самостоятельные размышления и анализ, можно добиться особых успехов в обучении и изучении этой темы на уровне 7-9 классов.