

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики, информатики, физики

**ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ В
КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 151 группы
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)»,
профили «Математика и информатика»,
факультета математики и естественных наук
Алексеевской Алёны Алексеевны

Научный руководитель
доцент кафедры математики, информатики, физики



30.05.2020

Н.В. Бурлак

(подпись, дата)

Зав. кафедрой математики, информатики, физики
кандидат педагогических наук,



доцент

30.05.2020

Е.В. Сухорукова

(подпись, дата)

Балашов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Решение уравнений и неравенств с параметрами является одним из самых сложных разделов математики, поскольку общая методика обучения решению такого рода задач не достаточно проработана. Это связано с тем, что в практике преподавания математике в школе стараются развивать умения и навыки решения задач, связанных с конкретными алгоритмами и техникой алгебраических преобразований. Для решения параметрических задач необходимо понимать закономерности, уметь анализировать конкретные ситуации на основе общих свойств объекта.

В настоящее время задачи с параметрами активно включают в задания государственной итоговой аттестации. Практически все задачи с параметрами, предлагаемые на Основном Государственном Экзамене (ОГЭ), предполагают использование графического метода. Федеральный государственный образовательный стандарт предусматривает требование к овладению выпускниками школы функционально-графическим методом при решении математических задач.

Актуальность, недостаточная разработанность методики обучения решению задач с параметрами, требования Федерального государственного образовательного стандарта обусловили выбор темы исследования «Графический метод решения задач с параметрами в курсе алгебры основной школы».

Объект исследования: процесс изучения алгебры в основной школе.

Предмет исследования: методика обучения решению задач с параметром графическим методом.

Цель исследования: разработать содержание элективного курса «Графический метод решения задач с параметрами» для девятого класса и сформулировать методические рекомендации по проведению занятий.

Задачи исследования:

1. Рассмотреть содержание функциональной линии, линии уравнений и неравенств современного школьного курса математики и их связь с параметрическими задачами.
2. Провести сравнительный анализ учебников и задачников по алгебре основной школы.
3. Выделить типы задач с параметрами, предлагаемых на ОГЭ.
4. Разработать элективный курс: «Графический метод решения задач с параметрами».

Практическая значимость: в работе представлены разработанные методические материалы, которые могут быть использованы учителем при подготовке к ОГЭ.

Структура ВКР. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников, приложений.

Во введении формулируются актуализация, объект и предмет исследования, ставятся цель и задачи.

В первой главе «Задачи с параметрами в школьном курсе математики» отражена значимость задач с параметром при систематизации математических знаний функциональной линии, линии уравнений и неравенств; проанализированы учебники и задачки по алгебре основной школы; выделены типы задач, включенных в задания Основного государственного экзамена.

Во второй главе представлена разработка элективного курса «Графический метод решения задач с параметрами», включающая пояснительную записку, учебный план курса и методические рекомендации к каждому элективному занятию.

В заключении представлены полученные результаты и подведены итоги выпускной квалификационной работы.

Список использованной литературы состоит из методических книг, ссылок на электронные источники, которые были использованы при написании работы.

Апробация и внедрение результатов исследования осуществлялась в виде публикаций на научных конференциях:

1. VI Всероссийская научно-практическая конференция «Образование. Технологии. Качество», публикация: «Использование программной среды Geogebra [1] для решения задач с параметром графическим методом» (Саратов, 29-30 марта 2020 г.), статья опубликована.

2. Всероссийская научно-методическая конференция «Актуальные проблемы модернизации математического и естественно-научного образования», публикация: «Функционально-графический метод решения уравнений с параметрами в итоговой аттестации» (Балашов, БИ СГУ, 15.05.2020), статья принята к публикации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава начинается с рассмотрения трёх содержательных линий раздела математики: функциональной линии, линии уравнений и неравенств, параметрической линии.

Функциональная линия является одной из основных содержательных линий школьного курса математики, её изучение начинается в 7 классе и продолжается до окончания школы. В работе представлена история развития понятия функции, описаны этапы изучения конкретных функций на примере методической схемы, представленной в пособии Ю. М. Колягина:

1. Рассмотрение задач, приводящих к изучаемой функции.
2. Формулировка определения изучаемой функции, запись формулы.
3. Знакомство с графиком изучаемой функции.
4. Исследование основных свойств изучаемой функции.
5. Использование изученных свойств функции при решении задач.

Функциональная линия оказывает существенное влияние на содержание линии уравнений и неравенств, а также на стиль ее изучения. В частности, функциональные представления служат основой привлечения графической наглядности к решению и исследованию уравнений и неравенств. В работе рассматривается порядок введения понятий «уравнение» и «неравенство» в действующих учебниках математики.

В пособии А. Г. Мордковича отмечается, что наряду с содержательно-методической линией уравнений и неравенств должна занять определенное положение и линия параметров. Линейные и квадратные уравнения и неравенства являются фундаментальными темами, на которых целесообразно формировать содержательно-методическую линию задач с параметрами. При решении задач с параметрами происходит систематизация математических знаний функциональной линии и линии уравнений и неравенств. Решить задачу с параметром – это значит провести классификацию совокупности всех получающихся частных видов данной задачи; найти все её общие решения на соответствующих областях допустимых значений параметров, включая те, при которых задача не имеет решений.

Таким образом, введение содержательно-методической линии задач с параметрами является средством развития исследовательских способностей, системного мышления школьников. Альтернативность методов решения задач с параметрами может стать основой для развития самостоятельности учащихся, что станет инструментом их дальнейшей деятельности в различных областях.

В работе проанализированы учебники и задачники по алгебре таких авторов, как А. Г. Мордкович, Ю. Н. Макарычев и другие, А.Г. Мерзляк и другие, С. М. Никольский и другие. Задания с параметрами встречаются в малых количествах практически у всех перечисленных авторов.

В учебно-методическом комплексе А. Г. Мордковича знакомство с параметрами в неявном виде начинается на этапе изучения линейной функции. В учебнике предложены задачи, в которых необходимо найти значения переменной, если известно, что график функции проходит через данную точку.

В задачнике А. Г. Мордковича 8 класса при изучении квадратичной функции, ее свойств и графика учащимся предлагаются задания, в которых необходимо найти коэффициенты уравнения функции, если известно её наибольшее или наименьшее значение или известны точки пересечения с осями координат. В главе «Графическое решение квадратных уравнений» присутствуют задания, в которых необходимо найти значение параметра, если дано уравнение, которое имеет определенное количество корней. При знакомстве с теоремой Виета предлагаются задачи на нахождение значения параметра при данном количестве корней. Имеются задания на применение обратного утверждения теоремы Виета. При изучении квадратных неравенств, предлагаются задачи на нахождение значений параметра, при которых уравнение имеет или не имеет действительных корней. Курс алгебры 9 класса в УМК А. Г. Мордковича начинается с повторения, где предлагаются простейшие системы уравнений и неравенств с параметром.

В учебно-методическом комплексе А. Г. Мерзляка задачи с параметром появляются в 5 классе при изучении темы «Уравнения» и в задачах на повторение. В 6 классе встречается только одно задание с параметром в параграфе 41 «Решение уравнений». В учебнике 7 класса идет обращение к параметрам в теме «Линейное уравнение с одной переменной». В 8-9 классах задания с параметрами распределены по всему учебнику. В 8 классе при обосновании того, почему квадратное уравнение $x^2 = 4$ имеет два корня, авторы учебника предлагают наглядный графический метод. Школьникам демонстрируется, каким образом в дальнейшем они будут строить свои рассуждения при графическом способе решения задач. В 9 классе параметр рассматривается в неравенствах и системах неравенств: от простого к сложному.

В учебно-методическом комплексе С. М. Никольского задания с параметрами впервые встречаются при изучении темы «Уравнения с одним неизвестным» в 7 классе. Далее такие задания рассматриваются при решении систем двух уравнений с двумя неизвестными. После этого в учебнике задачи

данного типа больше не встречаются, но в конце учебника есть раздел «Задания для повторения», где автор уделяет большое внимание параметрическим задачам. В 8 классе задания с параметрами предлагаются при изучении графического способа решения уравнений. В 9 классе задачи с параметрами встречаются при изучении систем линейных неравенств и неравенств второй степени.

В учебно-методическом комплексе Ю. Н. Макарычева задания с параметрами появляются в 7 классе после изучения главы «Системы линейных уравнений» и отнесены к задачам повышенной трудности. В 8 классе после изучения теоремы Виета включены несколько задач с параметрами. В задачах на повторение встречаются более сложные задания на доказательство. После изучения тем «Неравенства и системы неравенств» заданий с параметрами нет. В учебнике Ю. Н. Макарычева 9 класса рассматривается решение квадратных уравнений с параметрами и решение параметрических неравенств.

Проанализировав данные учебники, можно сделать вывод о том, что задания с параметром во всех учебниках однотипны и применяются для проверки знаний и умений, приобретенных во время изучения той или иной темы.

Для формирования умения решать уравнения и неравенства с параметром, содержание учебников необходимо дополнить:

- 1) точным определением понятия «параметр»;
- 2) разъяснением понятия «уравнения и неравенства с параметрами»;
- 3) разъяснением понятия, что значит «решить уравнение или неравенство с параметром»;
- 4) примерами решений уравнений и неравенств с параметрами, включая рассуждения и грамотное оформление решения.

Задания с параметрами включены во вторую часть структуры ОГЭ и делятся на следующие типы:

- 1) требуется построить график и затем найти значения параметра;
- 2) требуется найти значение параметра и затем построить график;

- 3) построить график дробно-рациональной функции;
- 4) построить график кусочно-заданной функции;
- 5) построить график функции, содержащей модуль.

В работе представлены разборы решений каждого типа задач графическим способом, а так же рассмотрены критерии оценивания выполнения данного задания. Основным этапом решения задачи с параметром является построение графика. Для того чтобы правильно построить график необходимо грамотно подобрать и отразить на рисунке масштаб, оформить объяснение построения в виде содержательной таблицы значений, обозначить выколотые точки в соответствии с их координатами.

Таким образом, система подготовки к решению задач с параметром включает следующие умения:

- 1) выполнять преобразования алгебраических выражений: приводить подобные, раскладывать на множители, сокращать дроби, находить область допустимых значений переменной;
- 2) строить и читать графики функций: линейной, квадратичной, обратно-пропорциональной, с модулем;
- 3) решать уравнения, неравенства и системы: линейные, второй степени;
- 4) строить и исследовать простейшие математические модели: исследовать уравнение на предмет числа корней, исследовать поведение функции в зависимости от значений коэффициентов, выстраивать алгоритм для решения задачи с параметром.

Практическая часть выпускной квалификационной работы включает разработку элективного курса «Графический метод решения задач с параметрами». Курс предназначен для предпрофильной подготовки обучающихся 9 класса и рассчитан на 17 часов.

Для графического решения задач с параметрами необходимо владеть разнообразными навыками для построения графиков функций. Поэтому первый и второй разделы элективного курса направлены на повторение изученного материала в основной школе по теме «Функция» и отработку навыков

построения графиков функций с помощью геометрических преобразований: параллельный перенос, растяжение и сжатие, симметрия. Третий раздел посвящен разбору решений уравнений и неравенств с параметрами графическим методом в плоскостях xOa и xOy .

1. Понятие функции. Преобразование графиков функций (3 часа).

Понятие функции, способы задания функции. Графики простейших элементарных функций. Построение графиков функций путем преобразования графиков основных функций.

2. Графики функций в заданиях ОГЭ (7 часов).

Построение графиков линейной функции. Построение графиков квадратичной функции. Построение графиков функции обратной пропорциональности. Построение графиков функции, содержащих знак абсолютной величины. Построение графиков зависимостей $|y| = f(x)$ и $y = |f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)|$. Построение графиков кусочно-заданных функций.

3. Применение графического метода при решении задач с параметром (7 часов).

Графическое решение уравнений с параметром в плоскости xOa (aOx).
Графическое решение неравенств с параметром в плоскости xOa (aOx).
Графическое решение уравнений и неравенств с параметром в плоскости xOa (aOx).
Графическое решение уравнений с параметром в плоскости xOy .
Графическое решение неравенств с параметром в плоскости xOy .
Графическое решение уравнений и неравенств с параметром в плоскости xOy .
Зачет по теме: «Решение задач с параметром графическим методом».

Во второй главе выпускной квалификационной работы предложены методические рекомендации к реализации элективного курса. Для каждого занятия определена предметная цель, а так же рассмотрены подробные решения некоторых задач. Графические иллюстрации, представленные в работе, созданы в программной среде GeoGebra. Данную платформу так же можно использовать на занятиях, для того чтобы убедиться в правильности решения. Она позволяет

легко изменять графики и делать выводы о влиянии параметра на количество решений.

В результате изучения элективного курса «Решение задач с параметрами с помощью графического метода» обучающиеся приобретут умения:

- 1) осуществлять различные преобразования графиков элементарных функций;
- 2) применять графический метод при решении задач с параметрами;
- 3) логически мыслить, рассуждать, делать выводы и обосновывать полученные результаты.

Подводя итоги практической части выпускной квалификационной работы, можно сделать вывод о том, что данный элективный курс будет эффективен при подготовке к ОГЭ, так как предоставляет возможность овладеть различными навыками для построения графиков уравнений и неравенств, научиться анализировать конкретные ситуации, понимать закономерности и осуществлять осознанный поиск подходящего решения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа посвящена методике обучения решению задач с параметром графическим методом.

В ходе исследования были решены все поставленные задачи:

- 1) рассмотрены содержания функциональной линии, линии уравнений и неравенств современного школьного курса математики;
- 2) выявлена связь линии уравнений и неравенств с параметрическими задачами;
- 3) проведен сравнительный анализ учебников и задачников по алгебре для 7-9 классов с целью выявления основных тенденций в формировании исследовательских умений школьников;
- 4) выделены типы задач с параметрами, предлагаемых на ОГЭ;
- 5) разработан элективный курс: «Графический метод решения задач с параметрами».

На основе полученных результатов сделаны выводы о том, что практически все задания с параметрами, предлагаемые на ОГЭ эффективно решаются с помощью графического метода, поэтому необходимо введение дополнительных курсов, которые позволят школьникам глубже познакомиться с графическим методом решения уравнений и неравенств с параметрами.

К самостоятельно полученным результатам следует отнести разработку элективного курса «Графический метод решения задач с параметрами», содержащую авторские задачи с параметрами.

30.05.2020

Алекс /Алексеевская А. А.