

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики, информатики, физики

**РАЗНОУРОВНЕВЫЕ ЗАДАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПРИЗНАКОВ
ДЕЛИМОСТИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 152 группы
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)»,
профили «Математика и физика»,
факультета математики и естественных наук
Рябовой Надежды Сергеевны

Научный руководитель

доцент кафедры математики, информатики, физики

_____ 30.05.2020 _____ Н.В. Бурлак

(подпись, дата)

Зав. кафедрой математики, информатики, физики

кандидат педагогических наук,

доцент _____ 30.05.2020 _____ Е.В. Сухорукова

(подпись, дата)

Балашов 2020

ВВЕДЕНИЕ

Математика—одна из древнейших наук. Слово «математика» греческого происхождения. Оно означает «наука», «размышление». И один из разделов математики, посвященный делимости чисел, интересовал и заставлял размышлять людей.

Вопросами делимости чисел люди интересовались давно. Благодаря многолетнему труду математиков над проблемами делимости чисел были разгаданы многие ее тайны.

Решая задачи и выполняя действия на деления, не всегда удается число разделить на другое число нацело. Возникает необходимость предсказать – делится число нацело или нет. Поэтому в математике исследуются условия делимости, выводятся определенные правила и признаки, по которым можно определить делится ли натуральное число на другое натуральное число или нет, без выполнения деления.

В курсе математики изучаются признаки делимости натуральных чисел на 2, на 3, на 5, на 9, на 10, а также на 4, 25, 11. Обучающиеся учатся сами получать признаки делимости на 6, на 12, на 15, на 24. Знание признаков делимости чисел помогает рациональнее выполнять сокращения дробей, находить и выносить общий множитель за скобки, упрощать выражения. Естественно планируются результаты изучения темы, которые раскрываются в конкретных умениях. В свою очередь, умения могут быть сформированы на разных уровнях. Встает вопрос организации процесса обучения и получения обратной связи в виде предъявления контролирующих заданий, учитывающего уровни сформированности умений. Все выше сказанное и определяет **актуальность темы исследования.**

Объект исследования: процесс обучения математике в 5-6 классах.

Предмет исследования: контроль формирования умений применять признаки делимости.

Цель работы: разработать разноуровневые задания по теме «Признаки делимости».

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи:**

- изучить научно-методическую литературу, касающуюся изучения темы «Признаки делимости»;
- провести анализ школьных учебников и учебных программ;
- выделить основные цели и функции контроля на уроках математики;
- охарактеризовать уровни сформированности умений, раскрывающих планируемые результаты по теме «Признаки делимости»;
- подобрать разноуровневые задания обучающего и контролирующего характера на применение признаков делимости чисел.

Практическая значимость исследования заключается в возможности использования его результатов в учебном процессе.

Структура работы: выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложения.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе «Признаки делимости в школьном курсе математики 6 класса» рассматриваются 3 параграфа «Место и значение темы «признаки делимости в школьном курсе математики», «Организация контроля на уроках математики в 5-6 классах», «Задания разного уровня в школьном курсе математики».

В первом параграфе рассказывается о признаках делимости, а также приведён анализ учебников, о важности и организации контроля знаний при обучении математике, о разноуровневых заданиях на уроках математики.

При изучении признаков делимости важно разъяснить обучающимся, что представляют собой признаки делимости, что это правила позволяющие, не производя процесса деления, по десятичной записи числа установить, делится ли оно нацело на рассматриваемое число.

Наиболее трудно даётся обучающимся понимание того, что признак делимости состоит из двух утверждений. Как, правило, обучающиеся

формулируют достаточное условие, забывая проводить необходимые условия.

Проанализировав тему признаки делимости в 6 классе выяснили, что наиболее ясно и понятно для понимания и усвоения материала учащимися именно в учебнике Зубаревой И. И., Мордковича А. Г. предложены сначала подводящие задачи, чтобы увидеть проблему и затем добиться понимания признаков делимости рассмотренных в данном учебнике. Только в этом учебнике в основной информации предлагается признак делимости на 25, но в дополнительной информации в учебнике математики 6-го класса Мерзляка А. Г., Полонского В. Б., Якира М. С. рассматриваются другие признаки делимости, а именно признаки делимости на 6, на 11 и на 15.

В пособиях для учителя представлены различные разработки уроков. Проанализировав несколько, можно сделать вывод, что разработки уроков, лишь подсказывают и дают направление к правильной модели проведения уроков и структуре занятий в целом, а в основном, учитель должен сам, ориентируясь на особенности конкретного класса, выстраивать образовательный процесс. Это же касается и организации контроля при изучении любой темы, подбора дидактического материала, выбора метода контроля на уроке.

Учителю необходимо помнить об основных функциях контроля. Ведь его функции не ограничиваются проверкой знаний, умений, уровня сформированности компетенций. Вообще, в современной педагогике выделяются следующие функции контроля:

- диагностическая,
- контролирующая,
- обучающая,
- прогностическая,
- развивающая,
- ориентирующая,

– воспитательная.

Во второй главе «Методические рекомендации по использованию разноуровневых заданий на примере темы «Признаки делимости» показаны примеры текстов контрольных и самостоятельных работ с выделением уровней, математический диктант, тесты и карточки, разделённые по уровням сложности: базовый, повышенный и высокий.

Разработанные карточки лучше предлагать на уроках как обучающее средство, например, на уроках рефлексии. Можно обучающимся предложить самим выбрать карточку определенного уровня для работы на уроке, или сначала выявить уровень владения материалом каждым учеником и предложить для работы карточку конкретного уровня. Если ученик успешно справился с заданием карточки базового уровня, то ему предлагается карточка продвинутого уровня по той же теме и т.д.

В работе представлены карточки с разноуровневыми заданиями (с инструкцией выполнения).

Приведем примеры карточке для каждого уровня.

Первая карточка **базового уровня**. В карточке 3 примера.

Пример 1: Делится ли 3865342647614 на 2?

Решение:

Вспомним признак делимости на 2.

Целое число, которое заканчивается цифрами 8, 6, 4, 4, 2 и 0, может быть разделено на 2 без остатка. Если в конце числа стоит цифра 9, 7, 5, 3, 9, 7, 5, 3 или 11, то такое число делимостью на 2 не обладает.

Проверь выполняется ли признак делимости на 2:

$4:2=2$, следовательно, и $3865342647614:2$.

Ответ: да.

Пример 2: Среди чисел 32080; 1611; 3007; 91195; 1020930; 345140; 8816618 указать те, которые кратны 3.

Вспомним признак делимости на 3.

Если сумма всех его цифр делится на 3, тогда число делится на 3.

Проверим выполняется ли признак делимости во всех числах:

$3+2+0+8+0=13$ – число не делится на 3;

$1+6+1+1=9$ – число кратно 3;

$3+0+0+7=10$ – число не делится на 3;

$9+1+1+9+5=25$ – число не делится на 3;

$1+0+2+0+9+3+0=15$ – число кратно 3;

$3+4+5+1+4+0=18$ - число кратно 3;

$8+8+1+6+6+1+8=28$ – число не делится на 3.

Ответ: 1611; 1020930; 345140.

Пример 3: Какие из чисел не делятся на 5: 25310; 20113; 91235; 10300; 701355?

Вспомним признак делимости на 5.

Число кратно 5, если число оканчивается на 5 или 0.

Проверим выполняемость признака делимости.

25310 – число оканчивается на 0, следовательно, число кратно 5,

20113 – число оканчивается на цифру 3, а значит признак делимости не удовлетворяет,

91235 – число оканчивается на 5, значит число кратно 5,

10300 - число заканчивается на 0, число кратно 5,

701331 – число заканчивается на 1, а значит признак делимости на 5 не удовлетворяет.

Ответ: 20113; 701331.

В карточке **продвинутого уровня** содержатся 3 примера.

Пример 1: Приведите пример пятизначного числа кратного 12, произведение цифр которого равно 40. В ответе укажите ровно одно такое число.

Решение.

Разложим число 40 на простые множители. $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. Таких множителей всего четыре, цифр недостаточно для пятизначного числа, но в

произведение всегда можно добавить единицу, результат от этого не изменится.

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1$. Таким образом, число в ответе можно составить только из этих цифр: 1,2,2,2,5.

Чтобы число было кратным 12 (то же самое, что делилось на 12 без остатка) оно должно удовлетворять признакам делимости на 3 и на 4, так как $12 = 3 \cdot 4$. Проверим сумму цифр $1+2+2+2+5 = 12$. Она делится на 3, поэтому наше число будет делиться на 3 при любых перестановках цифр.

А чтобы оно делилось на 4, в конце нужно поставить две цифры так, чтобы образованное ими число делилось на 4. Очевидно, что последней цифрой должна быть 2-ка, другие - нечетные. Проверим варианты 12, 22, 52. $12:4 = 3$; $22:4 = 11:2$ - не делится нацело; $52:4 = 13$.

Вывод: число должно быть составлено так, чтобы в конце было 12 или 52, а в начале любые перестановки из оставшихся трёх цифр.

Возможные ответы: 12252, 21252, 22152, 22512, 25212, 52212. В ответ пишем один из них.

Ответ:21252

Пример 2: Приведите пример трёхзначного числа кратного 15, произведение цифр которого равно 30. В ответе укажите ровно одно такое число.

Решение.

Вспомним признак делимости на 15.

Число делится без остатка на 15, если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, и чтобы сумма его цифр делится на 3.

Разложим число 30 на простые множители. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. Таких множителей три, нам нужно составить трёхзначное число, которое делится на 15, т.е. удовлетворяет признакам делимости на 3 и на 5, так как $15 = 3 \cdot 5$.

Чтобы число делилось на 5, оно должно оканчиваться цифрой 5. Проверим сумму цифр $2+3+5 = 10$. Сумма цифр не делится на 3, поэтому

наше число не будет делиться на 3 при любых перестановках цифр. Тупик? Нет. Снова вспоминаем, что в качестве сомножителей можно добавить любое количество единиц и результат не изменится. Представим 30 как $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$.

Теперь возможных цифр для составления трёхзначного числа больше, чем нужно. Поэтому сгруппируем некоторые простые сомножители в составные: $2 \cdot 5 = 10$ и $3 \cdot 5 = 15$ это не цифры, а двузначные числа. $2 \cdot 3 = 6$ Число 6 обозначается цифрой 6.

Представим 30 как $6 \cdot 5 \cdot 1$. Проверим сумму цифр $6 + 5 + 1 = 12$. Делится на 3. Таким образом, число в ответе можно составить из цифр: 6, 5, 1. Последней цифрой должна быть 5-ка.

Возможные ответы: 615, 165

Пример 3: Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

Решение.

Вспомним правило деления на 3 и на 9.

Если сумма всех его цифр делится на 3, тогда число делится на 3.

Если сумма всех цифр этого числа делится на 9, то число делится на 9.

Разложим число 20 на слагаемые различными способами:

1) $9 + 9 + 2$

2) $9 + 8 + 3$

3) $9 + 7 + 4$

4) $9 + 6 + 5$

5) $8 + 8 + 4$

6) $8 + 7 + 5$

7) $8 + 6 + 6$

8) $7 + 7 + 6$.

При разложении способами 1–4, 7 и 8 суммы квадратов чисел не кратны трём. При разложении пятым способом сумма квадратов кратна девяти. Разложение шестым способом удовлетворяет условиям задачи. Таким

образом, условию задачи удовлетворяет любое число, записанное цифрами 5, 7 и 8, например, число 578.

Ответ: 578.

Приведем пример карточки **повышенного уровня**:

Пример 1: Какое из утверждений неверно?

1) Сумма двух чётных чисел – чётное число.

Например, $1234+562=1796$ – утверждение верное.

2) Произведение двух нечётных чисел – нечётное число.

Например, $123 \cdot 231=28413$ – утверждение верное.

3) Произведение чётного и нечётного чисел – нечётное число.

$254 \cdot 163=41402$ – утверждение неверное.

4) Сумма чётного и нечётного чисел – нечётное число.

$136+293=429$ – утверждение верное.

Ответ: 3.

Пример 2: У Кати есть ткань для полотенец длиной 10 метров. Она хочет разделить её на несколько кусков одинаковой длины: или по 75 сантиметров, или по 85 сантиметров. Какую длину куска ей надо выбрать, чтобы отходы были наименьшими?

Запишите свои рассуждения и ответ.

Решение.

Для начала переведём метры в сантиметры, в одном метра 100 сантиметров, значит $10 \cdot 100=1000$.

$$1000:75=13;$$

$$1000:85=11.$$

$$75 \cdot 13=975;$$

$$85 \cdot 11=935.$$

При выборе наименьшего куска 75 сантиметров остаток будет 25 сантиметров.

Если выбрать 85 сантиметров, то остаток будет 65 сантиметров.

Таким образом нужно брать по 75 сантиметров.

Ответ: 75 сантиметров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работая над проблемой организации обучения, при котором учитываются уровни сформированности умений по теме «Признаки делимости», была изучена научно-методическая и учебная литература, проведен анализ школьных учебников и учебных программ, выделены основные цели и функции контроля на уроках математики. Также изучен вопрос планирования результатов обучения и уровней сформированности конкретных умений.

Знание признаков делимости чисел и умение их применять на практике помогает при вынесении общего множителя за скобки, упрощении выражений, сокращении дробей, а также значительно экономит время в получении ответа на вопрос об определении делимости числа, не прибегая к самому действию деления.

Предложенные в работе задания контролирующего характера помогут выявить уровень сформированности умений применять признаки делимости, глубину понимания материала и осознанность в применении. Предложенные тесты и математический диктант ориентированы на учебные достижения в основном базового уровня, а самостоятельные работы и контрольные работы содержат разноуровневые задания.

Разработанные серии разноуровневых карточек с заданиями на применение признаков делимости, нахождение НОД, на понятие простого и составного числа, можно использовать для проверки знаний, умений и навыков обучающихся, а также для организации дифференцированного обучения в 5-6 классах.

Материалы данной работы могут использоваться при проведении уроков математики по теме «Признаки делимости», при подготовке студентов к педагогической практике.