

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Балашовский институт (филиал)

Кафедра математики, информатики, физики

**РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ  
ТЕМЫ «СЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
УМК «ЖИВАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 5 курса 151 группы  
направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя  
профилями подготовки)»,  
профили «Математика и информатика»  
факультета математики и естественных наук  
Чудаевой Татьяны Дмитриевны

Научный руководитель, зав. кафедрой  
математики, информатики, физики,  
кандидат педагогических наук,

доцент \_\_\_\_\_ Сухорукова Е.В.

(подпись, дата)

Зав. кафедрой  
математики, информатики, физики,  
кандидат педагогических наук,

доцент \_\_\_\_\_ Сухорукова Е.В.

(подпись, дата)

Балашов 2020

## ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Проблема развития пространственного мышления является актуальной в современной системе образования. Ориентация человека в пространстве и времени становится необходимым условием существования в социуме, формой отображения окружающей реальности, а также фактором успешного познания мира. Непосредственное владение пространственными образами является тем обязательным умением, которое соединяет различные виды деятельности.

Проблема формирования и развития пространственного мышления и приёмы ее решения играют важнейшую роль в школьном курсе геометрии. Мышление оказывает воздействие на личность как единое образование. Наиболее подходящим средством для формирования и развития пространственного мышления старшеклассников является моделирование с использованием ИКТ. В разработку решения данной проблемы внесли свой вклад такие ученые, как Введенский Б. А. Прохоров А. М., Фридман Л. М., и др.

Достаточно результативную содержательную основу в формировании пространственного мышления, на наш взгляд, представляют методы построения сечений многогранников. Их содержание подробно раскрыто в работах Л.С. Атанасяна, А.В. Погорелова, И.Ф. Шарыгина, Е.В. Потоскуева и Л.И. Звавича и др. Таким образом, основываясь на актуальности вышеизложенного, была определена тема исследования: «Развитие пространственного мышления старшеклассников на уроках геометрии с использованием УМК «Живая Геометрия».

Одной из основных задач преподавателя – научить школьника решать задачи на построение сечений многогранников. Можно сделать вывод о необходимости пересмотра методики преподавания геометрии в школе.

Из выше изложенного вытекает проблема исследования, которая заключается в анализе методики преподавания задач на построение сечений многогранников, а также рассмотрении специализированных программ,

необходимых для развития пространственного мышления старшеклассников на уроках геометрии в условиях реализации Федерального государственного образовательного стандарта в школе (ФГОС).

Объект исследования – методика обучения математике.

Предмет исследования – развитие пространственного мышления старшеклассников при решении задач на построение сечений многогранников на уроках геометрии с использованием УМК «Живая Геометрия».

Цель исследования – на основе анализа учебной, научной и методической литературы разработать комплекс заданий с использованием УМК «Живая Геометрия».

Для достижения цели были поставлены следующие задачи исследования:

1. Провести теоретический анализ психолого-педагогической и специальной литературы по исследуемой теме.
2. Проанализировать уровни развития и показатели пространственного мышления старшеклассников.
3. Проанализировать школьные учебники геометрии 10-11 классов.
4. Разработать урок по геометрии на тему «Сечение многогранников» (10 класс) с использованием учебно-методического комплекса.
5. Рассмотреть задачи на построение сечений многогранников на Едином Государственном Экзамене.
6. Разработать комплекс тренировочных заданий по готовым чертежам для 10 класса по теме: «Сечение многогранников» с использованием УМК «Живая Геометрия».

Методы исследования:

1. Общелогические методы: синтез, сравнение, обобщение, анализ, проектирование, моделирование.
2. Педагогические методы (наблюдение, экспериментальная работа).

Практической значимостью работы является то, что разработанные материалы могут быть использованы учителем при подготовке и проведении уроков по сечению многогранников с использованием УМК «Живая Геометрия».

Апробация результатов исследования проводилась в виде:

1) работы в МБОУ «СОШ №1 им. Героя Советского Союза П.И. Чиркина г. Калининска» учителем математики;

2) участия в IV Всероссийской научно-практической конференции «Образование. Технологии. Качество» ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» 29.03.2020 – 30.03.2020 г. тема доклада: «Использование УМК «Живая Геометрия» для развития пространственного мышления», статья опубликована;

3) участия в научно-практической конференции преподавателей и студентов «Актуальные проблемы науки и образования» ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» Балашовский институт (филиал) факультет математики и естественных наук 16.04.2020 г. тема доклада: «Развитие пространственного мышления при изучении темы «Сечение многогранников» с использованием УМК «Живая геометрия»»;

4) участия в Всероссийской научно-методической конференции: «Актуальные проблемы модернизации математического и естественно-научного образования» ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» Балашовский институт (филиал) факультет математики и естественных наук 15.05.2020 г. тема доклада: «Развитие пространственного мышления при изучении темы «Сечение многогранников» с использованием УМК «Живая геометрия»», статья принята к публикации.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложений.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава начинается с рассмотрения понятия пространственного мышления и показателей его развития. В психологии понятие «Пространственное мышление» не относится к общепринятым, а правомерность его использования базируется на определении термина «мышление». И.С. Якиманская утверждает, что справедливо было бы говорить о «мышлении пространственными образами», но для того, чтобы сэкономить время удобнее употреблять термин «пространственное мышление». Г.Д. Глейзер считает, что «пространственное мышление – вид умственной деятельности, обеспечивающей создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения различных практических и теоретических задачах». Под пространственными отношениями И.С. Якиманская определяет соотношения между объектами пространства или между пространственными признаками этих объектов. Б.Г. Ананьев считает, что существенной характеристикой пространственных связей является отображение отношений между объектам.

Далее анализируется моделирование как средство развития пространственного мышления старшеклассников. В настоящее время в современной науке повсеместно используются модели, как средство изучения предмета исследования. Л.М. Фридман, рассматривает модель явления, как абстрактное и обобщенное представление, схему изучаемого явления. Он считает, что научный характер процесс познания приобретает лишь тогда, когда ученый на основе результатов чувственного познания строит особый объект, называемый моделью. А.М. Прохоров подразумевает под моделированием каких-либо систем, процессов или явлений объектов путем построения и изучения их моделей, применение моделей для уточнения или определения рационализации и характеристик способов построения вновь сконструированных объектов.

Рассмотрено развитие пространственного мышления с использованием УМК «Живая Геометрия».

В контексте информатизации системы образования применение компьютерных технологий на уроках геометрии является важным, потому что они стремительно развиваются и внедряются в сферу образования, а также ввиду особенностей предмета. На данный момент создано множество разнообразных обучающих программ способствующих развитию пространственного мышления обучающихся. Использование таких программных продуктов даёт возможность визуализировать и сделать наглядными математические абстракции и понятия, развивать пространственное воображение, реализовывать контроль знаний. В ходе исследования, было выяснено, что для повышения интереса обучающихся к урокам геометрии, а также для улучшения активности образовательного процесса целесообразно применять специализированную математическую программу «Живая Геометрия».

В учебно-методическом комплексе «Живая Геометрия» достаточно высокая эстетическая степень оформления даёт возможность сделать изучение геометрии более увлекательным и интересным. Нетрадиционное решение задач в УМК способствует активному включению в работу обучающихся, не склонных к абстрактному мышлению. Что позволяет им, не только достичь успеха в данной предметной области, но и повысить свой эмоциональный настрой. Ведущая задача УМК заинтересовать, привлечь внимание учеников и продемонстрировать важность, значимость и всю красоту геометрии. «Живая Геометрия» — это совокупность инструментов для построения чертежей и их исследования. Эта программа позволяет «открывать» и «проверять» геометрические факты.

Основной идеей программы является, так называемое «Оживление чертежа». Наиболее модернизированное средство пакета – мультипликация – даёт возможность для более качественных геометрических экспериментов, чем в традиционной геометрии. После проведения таких уроков школьники глубже начинают вникать проявлять интерес к изучаемому предмету, а соответственно глубже в него вникают. Техника измерений элементов

геометрических фигур, с которыми работают обучающиеся, позволяет изучать метрические соотношения экспериментально.

Программа УМК «Живая Геометрия» обладает массой инструментов, но в тоже время имеет простой интерфейс. Очень быстро можно освоить и использовать аппарат, позволяющий рисовать чертежи. При этом картинки можно сделать динамическими и успешно использовать для наглядных иллюстраций. Но не стоит забывать, что использование информационных технологий на уроке строго регламентировано требованиями СанПиН.

Во второй главе была рассмотрена методика изучения сечений многогранников в школьном курсе геометрии с использованием УМК «Живая Геометрия». Задачи на построение сечений многогранников в курсе геометрии являются традиционными задачами. Кроме того, что такие задачи способствуют лучшему изучению геометрии, так еще и совершенствуют достаточно большое количество полезных способностей и навыков, которые будут необходимы для использования в повседневной жизни.

Было проанализировано место задач на построение сечений в школьном курсе геометрии. При выборе учебников опирались на федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ по математике среднего общего образования. Нами были изучены действующие учебники по геометрии 10-11 класса. Это учебники таких авторов, как Л.С. Атанасян, А.В. Погорелов, И.Ф. Шарыгин, Е.В. Потоскуев и Л.И. Звавич.

Отметим особенности изложения вопросов, связанных с изучением темы «Построение сечений многогранников» в данных учебниках. В учебнике Л.С. Атанасяна тема «Построение сечений многогранников» не выделена в отдельную главу. Знакомство с сечениями начинается в 10 классе в главе «Параллельность прямых и плоскостей». Автор рассматривает задачи на построение сечений тетраэдра и параллелепипеда. При рассмотрении задач на построение сечения выделяется основной метод построения сечения

– метод следов. При изучении каждой фигуры более подробно рассматриваются сечения, которые возможно получить в заданной фигуре, также рассматриваются и способы построения сечений. В учебнике А.В. Погорелова тема «Построение сечений» вводится в 11 классе при изучении многогранников. Рассматривается тема «Построение сечения призмы». В данной теме вводится построение сечение методом следов и демонстрируется данный метод на примере. Также при изучении других тел стереометрии вводится построение сечение этих тел. В учебнике И.Ф. Шарыгина теме «Построение сечений» отводится небольшой пункт в разделе «Построение на изображениях». Данная тема дается в 10 класс совместно с объёмными телами. В данном учебнике также рассматривается метод построение по следам. В учебнике авторов Е.В. Потоскуева и Л.И. Звавича, предназначенного для углубленного изучения математики, построение сечений изучается в 10 классе и вводится сразу в 1 главе в теме «Следствия из аксиом. Способы задания плоскости».

Тема: «Построение сечений» изучается не только в школьном курсе геометрии для общего развития, но и затрагивается на Едином Государственном Экзамене. Это задание №8 из основной части и задание №14 развернутой части (стереометрическая задача).

Так как задание №8 находится в основной части, в котором требуется только вписать правильные ответ. Данное направлено на выявление знания формул планиметрии и стереометрии, а также умения видеть геометрическую ситуацию, но не требует описание решения. В задании №14 от учащегося требуется полное решение данной задачи. В заданиях под этим номером встречаются не только задания на сечения, но и задания, связанные с различной геометрической теорией. Например, задачи на нахождение расстояния между прямыми и плоскостями, нахождение расстояния от точки до прямой и до плоскости, нахождение угла между плоскостями и так далее. Рассмотрим типы заданий на сечения многогранников в ЕГЭ. Так как это задание развернутой части то оно требует полного решения и правильного



оформления и имеет два пункта (а и б). Чаще всего в этих пунктах требуется: постройте сечение предложенной фигуры в условии по (предложенным точкам); найдите периметр этого сечения; найдите площадь сечения; найдите периметр сечения и т.д.

Стоит отметить, что задачи на построение сечений, встречающиеся в ЕГЭ, требуют знаний не только самого построения, но и понимание геометрической теории, знание случаев взаимного расположения прямой и плоскости, взаимного расположения плоскостей, а также знания формул площади и периметра разных фигур, в том числе и фигур стереометрии, умения находить объемы тел.

Более подробно остановимся на уроке геометрии в 10 классе по теме «Построение сечений параллелепипеда» по учебнику Л.С. Атанасяна [2]. Удобство применения среды УМК «Живая Геометрия» рассмотрим на конкретных примерах. В ходе исследования данной темы была разработана технологическая карта урока, она представлена в приложении Б.

Пример 1. Построить сечение параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через точки  $T, U, V$ .

Шаг 1. Построим в «Живой Геометрии» параллелепипед и обозначим точки на ребрах.

Шаг 2. Через точки  $U$  и  $V$ , которые принадлежат одной грани, а, следовательно и одной плоскости, проводим прямую. Точки прямой  $UV$  все принадлежат плоскости сечения. Точка  $T$  лежит в плоскости основания, соответственно, необходимо найти точку прямой  $UV$ , которая также будет принадлежать основанию. Для этого проведем прямую  $CD$  и найдем точку её пересечения с прямой  $UV - W$ .

Шаг 3. Проведем прямую  $WT$ , принадлежащую плоскости основания. Найдем точку пересечения этой прямой ребра  $AD - X$ .

Шаг 4. Точка  $V$  лежит в задней грани, поэтому надо найти такую точку прямой  $WT$ , которая будет принадлежать плоскости задней грани. Проведем прямую  $BC$ , которая принадлежит и плоскости основания и плоскости задней

грани. Затем найдем точку ее пересечения с прямой  $WT - Y$ . Через две точки задней грани проводим прямую  $YV$ , и находим точку пересечения этой прямой с ребром  $BB_1 - Z$ .

Шаг 5. Последним шагом соединяем полученные точки отрезками, и строим искомое сечение  $TZVUX$ .

Также мною была разработана технологическая карта урока на тему: «Построение сечений пирамиды» в 10 классе по учебнику Л.С. Атанасяна, которая представлена в приложении В. На данном уроке на этапе самостоятельной работы применение УМК «Живая Геометрия» педагогически оправдано при решении задач на готовых чертежах. В приложении Г представлена разработанный в ходе исследования комплекс тренировочных упражнений по готовым чертежам. При изучении темы «Сечения многогранников» применение таких задач весьма эффективно.

Рассмотрим примеры упражнений по готовым чертежам. Пример 2. Построить сечение четырехугольной правильной пирамиды  $SABCD$  плоскостью, проходящей через точки  $M, O, N$ .

Шаг 1. Открываем заранее заготовленный чертеж.

Шаг 2. Через точки  $M$  и  $N$ , принадлежащие плоскости грани  $SAD$ , проведем прямую  $MN$ . Определим точку плоскости основания пирамиды, которая будет принадлежать и секущей плоскости. Проведем продолжение ребра  $AD$  и найдем точку его пересечения с прямой  $MN$  – точка  $P$ .

Шаг 3. Аналогично найдем вторую точку секущей плоскости в плоскости основания. Для этого проведем прямую  $ON$ , найдем ее пересечение с продолжением ребра  $CD$  – точка  $Q$ .

Шаг 4. Через 2 точки можно проведем прямую, а так как точки  $Q$  и  $P$  принадлежат не только плоскости основания, но и секущей плоскости, следовательно, прямая, проведенная через две эти точки, будет принадлежать этим плоскостям. Поскольку эта прямая принадлежит плоскости основания, то найдем точки пересечения данной прямой с другими прямыми, которые принадлежат плоскости основания. Например, с продолжением ребра  $AB$  –

точка  $R$ , и продолжением ребра  $BC$  – точка  $H$ . Значит, точки  $R$  и  $H$  – также являются точками плоскости сечения. В связи с этим, прямая  $AB$  принадлежит грани  $ASB$ , точка  $R$  лежит в плоскости этой грани. Подобным образом, прямая  $BC$  лежит в грани  $SBC$ , то и точка  $H$  – точка принадлежащая этой же плоскости. Затем соединим точки  $R$  и  $M$  – как точки одной плоскости, и соединим точки  $O$  и  $H$ .

Шаг 5. Пересечение прямых  $RM$  и  $OH$  даст нам последнюю точку искомого сечения – точку  $T$ .

Шаг 6. Проводим отрезки  $MT, TO$ . Получаем искомое сечение  $MTON$ .

Применение программы «Живая Геометрия» позволяет сделать геометрические задачи интересными и увлекательными. Обучая применению электронных инструментов, происходит подготовка обучающихся к овладению современными средствами обучения, о чем говорится в ФГОС.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Стереометрия является одной из важнейших составных частей школьного курса математики. Пространственное мышление – вид умственной деятельности, обеспечивающей создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения различных практических и теоретических задач. Деятельность представления является основным механизмом пространственного мышления, обеспечивающим восприятия заданных пространственных соотношений, их мысленную переработку и создание на этой основе новых пространственных образов.

Очевидно, сделать вывод о том, что умение и навыки строить сечения многогранников в школьном курсе геометрии являются очень важными, ведь с их помощью можно развить пространственное мышление, воображение. Развитие навыков и умений строить сечения требует значительных усилий со стороны учителя математики.

В ходе выпускной квалификационной работы были выполнены поставленные задачи:

1. Проведен теоретический анализ психолого-педагогической и специальной литературы по исследуемой теме.

2. Проанализированы уровни развития и показатели пространственного мышления обучающихся.

3. Анализ учебников по геометрии старшей школы 10-11 классов показал, что темы и задачи, связанные с сечением, представлены во всех учебниках, но внимание этому вопросу уделяется недостаточно. Задачи на построение сечений имеют большое развивающее значение.

4. Разработаны уроки по геометрии на тему «Сечение многогранников» в 10 классе с использованием УМК «Живая Геометрия».

5. Рассмотрены задачи на построение сечений многогранников включенные в ЕГЭ.

6. Разработан комплекс тренировочных заданий по готовым чертежам для 10 класса на тему «Сечение многогранников».

Для достижения поставленной цели был произведен анализ учебной, научной и методической литературы, на основе которого разработан комплекс тренировочных заданий по готовым чертежам с использованием УМК «Живая Геометрия». Цель выпускной квалификационной работы достигнута.

Таким образом, в ходе ВКР было выяснено, что наиболее эффективно при изучении вопросов, связанных с построением сечений – моделирование. Возможности ИКТ позволяют экономить время на уроке, при подготовке к урокам, при этом демонстрировать качественные чертежи. Использование УМК «Живая Геометрия» дает возможность показать поэтапное построение сечений, позволяет вращать изображение, изменять готовый чертеж, перемещать точки задающие сечение, что позволит увидеть все возможные случаи.

30.05.2020

Чудаева Т.Д.